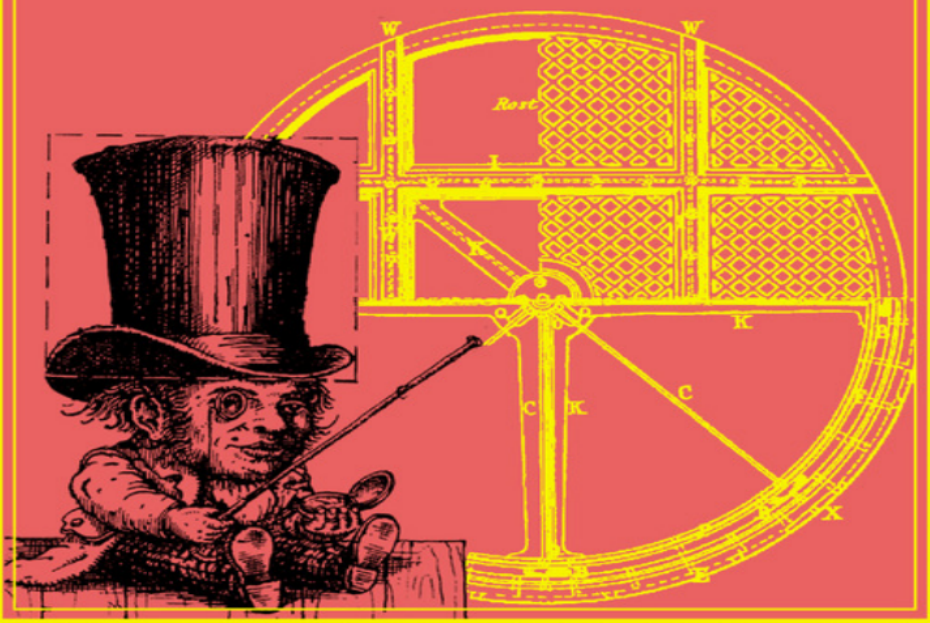
Перельман

Большая книга занимательных наук

Алгебра, геометрия, физика, головоломки, задачи, опыты



SHOUT
SHARE
IT

Annotation

«Большая книга занимательных наук» – это уникальный сборник книг Я.И. Перельмана, в котором собраны классические пособия по алгебре, геометрии, физике. В нем вы найдете занимательные задачи и опыты, нестандартные головоломки и необычные сюжеты. Увлекательные физические викторины научат логически рассуждать и нестандартно мыслить. А любопытные примеры вызовут интерес у любого читателя.

- Яков Исидорович Перельман
- Аннотация к книге
- Предисловие
- Из книги «Занимательная физика. Книга I»
- В погоне за временем
- Тысячная доля секунды
- Лупа времени
- Когда мы движемся вокруг Солнца быстрее – днем или ночью?
- Загадка тележного колеса
- Самая медленная часть колеса
- Встаньте!
- Ходьба и бег
- Как надо прыгать из движущегося вагона?
- Поймать боевую пулю руками
- Почему заостренные предметы колючи?
- Наподобие Левиафана
- Пуля и воздух
- Сверхдальняя стрельба
- Бумеранг
- «Вечные двигатели»
- «Зацепочка»
- Аккумулятор Уфимцева
- «Чудо и не чудо»
- Еще «вечные двигатели»
- «Вечный двигатель» времен Петра I
- Чего не знали древние
- Жидкости давят… вверх!
- Что тяжелее?
- Естественная форма жидкости
- Почему дробь круглая?
- «Бездонный» бокал
- Любопытная особенность керосина

- Копейка, которая в воде не тонет,
- Вода в решете
- Сухим из воды
- Как мы пьем?
- Улучшенная воронка
- Тонна дерева и тонна железа
- Когда Октябрьская железная дорога длиннее – летом или зимой?
- Безнаказанное хищение
- Легенда о сапоге в бане
- Как устраивались чудеса
- Поучительная папироса
- Лед, не тающий в кипятке
- На лед или под лед?
- Почему дует от закрытого окна?
- Таинственная вертушка
- Греет ли шуба?
- Бумажная кастрюля
- Почему лед скользкий?
- Задача о ледяных сосульках
- Видеть сквозь стены
- Говорящая «отрубленная» голова
- Впереди или сзади?
- Можно ли видеть зеркало?
- Кого мы видим, глядя в зеркало?
- Чего многие не умеют?
- Искусство рассматривать фотографии
- На каком расстоянии надо держать фотографию?
- Что такое стереоскоп?
- Наш естественный стереоскоп
- Белое и черное
- Какая буква чернее?
- Живые портреты
- Воткнутые линии и другие обманы зрения
- Как видят близорукие
- Звуковые зеркала
- Курьезы слуха
- Из книги «Занимательная физика. Книга II»
- Самый дешевый способ путешествовать
- «Земля, остановись!»
- Трудный закон
- Отчего погиб Святогор-богатырь?
- Можно ли двигаться без опоры?
- Почему взлетает ракета?

- Как движется каракатица?
- Задача о лебеде, раке и щуке
- Вопреки Крылову
- Легко ли сломать яичную скорлупу?
- Под парусами против ветра
- Мог ли Архимед поднять Землю?
- Самоуравновешивающаяся палка
- Вы в роли Галилея
- Мой спор с вами
- Финал нашего спора
- В «заколдованном» шаре
- Жидкий телескоп
- Велика ли сила притяжения?
- Стальной канат от Земли до Солнца
- Можно ли укрыться от силы тяготения?
- Как будто простая задача
- Задача о бассейне
- Поклажа из воздуха
-
- Отчего притягиваются корабли?
- Принцип Бернулли и его следствия
- Веер
- Отчего при ветре холоднее?
- Горячее дыхание пустыни
- Греет ли вуаль?
- Охлаждающие кувшины
- «Ледник» без льда
- Какую жару способны мы переносить?
- Как тушат огонь с помощью огня?
- Можно ли воду вскипятить кипятком?
- Можно ли вскипятить воду снегом?
- «Суп из барометра»
- Всегда ли кипяток горяч?
- Горячий лед
- Холод из угля
- Магнитные фокусы
- Магнит в земледелии
- Магнитная летательная машина
- Наподобие «магометова гроба»
- Электромагнитный транспорт
- Невидимый человек
- Могущество невидимого
-
- Прозрачные препараты

- Может ли невидимый видеть?
- Неопытные купальщики
- Какой величины нам кажется Луна?
- «Сфинкс»
- Почему микроскоп увеличивает?
- Сила воображения
- Еще иллюзия зрения
- Что это?
- Звук и радиоволны
- Если бы скорость звука уменьшилась…
- Самый медленный разговор
- Скорейшим путем
- Со скоростью звука
- Из книги «Занимательная геометрия»
- Водяное колесо
- Радужная пленка
- Круги на воде
- Предельная минута
- Луна и звезды у горизонта
- Определение величины данного угла без всяких измерений
- Загадочное кружение
- Измерение голыми руками
- Практическая геометрия египтян и римлян
- «Это я знаю и помню прекрасно»
- Квадратура круга
- Треугольник Бинга
- Тоньше паутины, но крепче стали
- Две банки
- Исполинская папироса
- Почему пыль и облака плавают в воздухе?
- Как Пахом покупал землю
- Трапеция или прямоугольник?
- Замечательное свойство квадрата
- Участки другой формы
- Фигуры с наибольшей площадью
- Гвозди
- Тело наибольшего объема
- Из книги «Занимательная алгебра»
- Пятое действие
- Астрономические числа
- Сколько весит весь воздух
- Горение без пламени и жара
- Разнообразие погоды
- Замóк с секретом

- Итоги повторного удвоения
- Тремя двойками
- Тремя тройками
- Тремя четверками
- Тремя одинаковыми цифрами
- Четырьмя единицами
- Четырьмя двойками
- Искусство отгадывать числа
- Уравнение думает за нас
- Цифры 1, 5 и 6
- Числа 25 и 76
- Бесконечные «числа»
- Пифагоровы числа
- Сто тысяч за доказательство теоремы
- Шестое действие
- Алгебраические комедии
- Предусмотрительность уравнений
- Седьмое действие
- Логарифмы на эстраде
- Из книги «Занимательная арифметика. Загадки и диковинки в мире чисел»
- Загадочная автобиография
- Простейшая система счисления
- Арифметическая кунсткамера
- Число 12
- Число 365
- Три девятки
- Число Шехеразады
- Число 10101
- Число 10001
- Шесть единиц
- Числовые пирамиды
- Девять одинаковых цифр
- Цифровая лестница
- Магические кольца
- Мнимая неожиданность
- Мгновенное деление
- Любимая цифра
- Угадать дату рождения
- Отгадывание чисел
- Математические загадки пирамиды Хеопса
- Как велик миллион?
- Миллион секунд
- В миллион раз толще волоса

- Упражнения с миллионом
- Миллиард
- От великанов к карликам
- Лилипуты времени
- Лилипуты пространства
- Сверхисполин и сверхлилипут
- Из книги «Живая математика. Математические рассказы и головоломки»
- Завтрак с головоломками
-
- Зачеркнутая цифра
- Выгодная сделка
- Городские слухи
- Лавина дешевых велосипедов
-
- Награда
- Легенда о шахматной доске
- Перекладывание монет
- Пари
- Высота башни
- Кирпичик
- Великан и карлик
- Два арбуза
- Две кастрюли
- На морозе
- Из книги «Занимательные задачи и опыты»
- Почему не выливается?
- Лед в бутылке
- Перерезать лед, оставив его целым
- Передача звука
- Мнимый колокол
- Зажигание льдом
- Магнитная игла
- Магнитный театр
- Наэлектризованный гребень
- Послушное яйцо
- Что значит «смотреть головой»? – Тяжелая газета
- Искры из пальцев. – Послушная палка. – Электричество в горах
- Пляска бумажных паяцев. – Змеи. – Волосы дыбом
- Маленькая молния. – Опыт с водяной струей. – Богатырское дуновение
- Где разорвется веревочка?
- Надорванная полоска

- Крепкий спичечный коробок
- Приблизить дуновением
- Ходики
- Как установится стержень?
- Отклонение пламени свечи
- Провисающая веревка
- Куда бросить бутылку?
- Пробка
- Как задувать свечу?
- Музыкальные бутылки
- Шум в раковине
- Видеть сквозь ладонь
- Рисование перед зеркалом

Яков Исидорович Перельман
Большая книга занимательных наук

Аннотация к книге

Я.И. Перельман (1882–1942) – известный отечественный популяризатор науки, талантливый педагог, выдающийся мастер слова, написавший с 1913 по 1940 гг. около сотни научно-популярных книг, адресованных самой широкой аудитории. Среди них такие знаменитые произведения, как «Занимательная физика», «Занимательная арифметика», «Живая математика», «Занимательная геометрия», «Занимательная алгебра» и многие другие. Несмотря на то что первые из них появились в начале XX века, они по сей день актуальны и интересны. Большинство книг Я. И. Перельмана выдержало более 20 (!) изданий, многие из них переведены на иностранные языки и имеют большую популярность за рубежом. Общий тираж его произведений в нашей стране превышает 15 миллионов экземпляров, и тем не менее многие его книги были в свое время библиографической редкостью, в библиотеках читатели стояли за ними в очереди.

Секрет такой притягательности перельмановских сочинений заключается в том, что автору блестяще удалось показать, насколько интересным, увлекательным, даже захватывающим может быть изучение естественных наук: физики, алгебры, геометрии, как правило, скучных, сложных и неинтересных в изложении школьных учебников и большинства школьных учителей, прививающих школьникам устойчивую неприязнь к этим наукам.

Я. И. Перельман – единственный автор в нашей стране (а возможно, и в мире), создавший столь удачные произведения научно-популярного жанра. Нынешние школьники и студенты, как правило, знают о них немного и подчас лишены радости общения с занимательной перельмановской наукой.

Предлагаемая хрестоматия представляет собой собрание наиболее ярких и важных (с точки зрения составителя) отрывков из различных книг Я.И. Перельмана. Хрестоматия может быть рекомендована школьникам и студентам в качестве вспомогательного и дополнительного материала к курсам физики, алгебры, геометрии (для школы), математики, логики, концепций современного естествознания и философии (для вузов). Эта хрестоматия призвана показать школьникам и студентам, что изучение различных наук может быть не только тяжелым и утомительным, но также приятным и увлекательным не в меньшей степени, чем те занятия, которым они посвящают часы отдыха и досуга.

Составитель Д.А. Гусев – кандидат философских наук, доцент

Московского педагогического государственного университета (МПГУ), преподаватель философии, логики, концепций современного естествознания. Материалы хрестоматии с успехом используются автором в многолетней преподавательской практике в высших и средних учебных заведениях Москвы.

В книге использованы издания:

1. Перельман Я.И. Занимательная физика. 19-е изд. Кн. 1, 2. М.: Наука, 1976.

2. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. Загадки и диковинки в мире чисел. М.: Издательство Детской Литературы, 1954.

3. Перельман Я.И. Живая математика. 10-е изд. Математические рассказы и головоломки. М.: Наука, 1974.

4. Перельман Я.И. Занимательная геометрия. 11-е изд. М.: Издательство физико-математической литературы, 1959.

5. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. 11-е изд. М.: Наука, 1967.

6. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. М.: Детская литература, 1972.

Предисловие

В своей многолетней преподавательской практике я часто спрашиваю студентов, – вчерашних школьников, – какой учебный предмет в школьные годы был у них самым нелюбимым. В подавляющем большинстве случаев говорят, что физика. На вопрос «почему», как правило, отвечают, что она была сложной и непонятной, скучной и неинтересной. На первый взгляд, такой ответ может показаться удивительным: как физика, окружающая нас на каждом шагу жизни, может быть непонятной и неинтересной? На самом же деле, когда собеседник говорит нам, что физика была самым нелюбимым школьным предметом, мы обычно нисколько не удивляемся, потому что и у нас отношения с этой наукой, скорее всего, «не сложились». Помню, в самом начале изучения физики в школе (в 6–7 классах) она мне очень понравилась, и я даже решил тогда связать с ней свое будущее. Однако эта любовь осталась «неразделенной»: в старших классах физика захлопнула передо мной свои двери в лице учителей, которые ничего не могли объяснить, и учебников, в которых ничего не было понятно.

Часто встречается мнение о том, что физика сама по себе – наука серьезная и сложная и по определению не может быть понятной и интересной для большинства людей.

Я думаю, что такое утверждение представляет собой стандартную отговорку тех горе-педагогов, которые не могут, не умеют, а может быть, и не хотят хорошо (т. е. доступно и интересно) преподавать физику Скорее всего, дело не в том, **чем** занимается эта наука и **что** она говорит, а в том, **как** ее преподают, ведь ни для кого не секрет, что все на свете можно донельзя испортить плохим, бездарным преподаванием и в то же время любую науку можно сделать полезной и жизненной, интересной и увлекательной, если преподавать ее талантливо. К сожалению, последнее встречается очень редко, но, к счастью, – все же встречается.

В нашей стране был человек, которому удалось в своих книгах показать миллионам людей, насколько интересной и увлекательной, даже захватывающей может быть физика. Это Яков Исидорович Перельман – известный популяризатор науки, талантливый педагог, выдающийся мастер слова. Первое издание его знаменитой «Занимательной физики» увидело свет в 1913 году. Эта книга сразу же стала бестселлером, что, согласитесь, нечасто бывает (даже почти никогда не бывает) с сочинениями научно-популярного жанра. С тех пор это произведение выходило

в нашей стране на протяжении всего XX века и выдержало более 20(!) изданий. Какие еще книги имеют столь завидную судьбу?

Несмотря на то, что первое издание «Занимательной физики» появилось почти 100 лет назад, она нисколько не устаревает и сегодня является столь же полезной и интересной, как и в начале прошлого века. Чтение этой книги приятно изумляет читателя с первых же страниц: он отчетливо видит, что физика, оказывается, не скучная и безжизненная премудрость, а, по крупному счету, – то, что повседневно наполняет нашу жизнь и окружает нас на каждом шагу. Почему острый нож режет лучше, чем тупой? Какая борона глубже разрыхлит землю – та, у которой 20 зубьев, или та, у которой их 60? Можно ли, раздевшись, лежать на голой каменистой поверхности, как на мягкой перине? Как проколоть иголкой монету? Как вскипятить воду на открытом пламени в бумажной коробке? Как потушить огонь с помощью огня? Может ли лед быть горячим? Можно ли носить воду в решете? Почему древние римляне прокладывали свои водопроводы высоко над землей на высоких арочных сооружениях, ведь намного проще и дешевле было бы вести их под землей, как это делают сейчас? Смог бы Архимед действительно поднять Землю, если бы ему дали точку опоры? Кто раньше услышит первый звук оркестра: посетитель концертного зала, сидящий в 10 метрах от сцены, или радиослушатель, принимающий прямую трансляцию концерта у себя дома, в 100 километрах от оркестра? Когда железная дорога от Москвы до Петербурга короче: летом или зимой? Можно ли поймать боевую пулю руками? Как разжечь костер с помощью льда? Что ни сюжет, то парадокс, заставляющий нас в привычном, на которое никто не обращает внимания, видеть необычное и удивительное. Если бы школьные учебники по физике были написаны именно так, а учителя могли бы ее таким образом преподавать, то, несомненно, школьники постигали бы эту науку с большим удовольствием и рвением и не питали бы к ней той неприязни, свидетелями которой мы являемся.

«Занимательная физика» была первенцем в многочисленной книжной семье ее автора. Позже появились такие известные произведения Я.И. Перельмана, как «Занимательная арифметика», «Живая математика», «Занимательная геометрия», «Занимательная алгебра» и многие другие. Каждая из этих книг также выдержала множество изданий и завоевала всеобщее признание и любовь. Я.И. Перельману с неизменным успехом удалось показать, что изучение естественных наук может быть не менее интересным и увлекательным занятием, чем те, которыми люди тешат себя в часы досуга и отдыха. Как молниеносно умножить любое трехзначное число на 999? Каким образом

определить величину угла, не пользуясь никакими измерительными приборами? Как отгадать любое задуманное собеседником число? Когда дважды два – это не четыре, а десять плюс десять – не двадцать? Как измерить высоту дерева, не только не залезая на него, но даже не подходя вплотную? Как тремя любыми цифрами записать исполинское число, не используя при этом никаких знаков математических действий? Можно ли в уме извлечь корень 31-й степени из 35-значного числа? Как по фотографии башни определить ее высоту? Какое шестизначное число при умножении на два, три, четыре, пять и шесть всего лишь переставляет местами свои цифры? Верно ли утверждение о том, что стол о трех ножках никогда не шатается, даже если они неравной длины? Как из тетрадного листочка вырезать дырку такого размера, чтобы в нее мог пролезть человек? Какое число (кроме нуля) делится на все на свете числа без остатка? Почему Луна у горизонта кажется нам большой, а в зените маленькой, так же как и Солнце? Как измерить количество осадков, выпадающих на землю в виде дождя и снега? За доказательство какой теоремы обещано 100 тысяч немецких марок?..

Помимо остроумных сюжетов, интересных размышлений, оригинальных задач и запоминающихся примеров, книги Я.И. Перельмана отличаются прекрасным языком. Их чтение – настоящее удовольствие: все просто, ясно, логично, ярко. Каким-либо образом улучшить или отредактировать перельмановский стиль невозможно, потому что он безупречен. Согласитесь, очень редко попадаются книги, написанные блестяще с языковой, литературной точки зрения: многие авторы не умеют правильно, последовательно и доходчиво выражать свои мысли, и именно поэтому чтение большинства учебных и научно-популярных книг превращается в тяжелый и неблагодарный труд.

Примечательно то, что Я.И. Перельман по образованию и профессии не был ни литератором, ни физиком, ни математиком. Он закончил Петербургский лесной институт по специальности «лесоведение». Человек, написавший около сотни блестящих произведений, которыми зачитывалось не одно поколение людей, совершивший настоящую революцию в области научно-популярной литературы, не имел никаких ученых степеней и званий. На лекциях к нему часто обращались: «Профессор». «Я не профессор», – говорил он. «Как же не профессор, – не верили удивленные слушатели, – вы написали столько полезных и нужных книг, так известны, и не профессор?!» На самом деле нет ничего удивительного в том, что Я.И. Перельман не был ни академиком, ни профессором, ни даже доцентом, ведь свою жизнь

он посвятил не карьере, а делу – настоящему, большому и важному делу, которое живо и поныне, в силу чего автора «Занимательной физики» и многих других подобных ей книг знают и помнят миллионы людей.

Примечательно также и то, что, когда началась война, Я.И. Перельман отверг предложение об эвакуации и, оставшись в Ленинграде, читал солдатам и матросам лекции, посвященные практическому применению естественно-научных знаний в военном деле. На эти лекции он ходил пешком почти через весь полуразрушенный город до последних дней своей жизни. Тогда ему было 60 лет. Он умер от голода и холода в блокадном Ленинграде в марте 1942 года…

Чтение всех произведений Я.И. Перельмана заняло бы слишком много времени, да к тому же не у каждого есть возможность приобрести все его книги; однако если у юного (и не только юного) читателя все же есть желание познакомиться с творчеством этого выдающегося автора, то хрестоматия, которую вы держите в руках, наилучшим образом подходит для этой цели.

Пусть читателя не смущает, что он будет иметь дело именно с отрывками из различных сочинений Я.И. Перельмана, вследствие чего будто бы упустит общую картину и не получит цельного представления о тех вещах, которым посвящены эти сочинения. Спешу уверить читателя, что это не так: книги Я.И. Перельмана задуманы именно как собрания вполне автономных сведений из различных областей знания, в силу чего можно легко и непринужденно читать любую главу или статью из любой его книги, не обращаясь при этом к вышеизложенному материалу из-за боязни что-либо не понять. В заключении к «Занимательной физике» сам Я.И. Перельман говорит о своей книге: «…Если она возбудила в читателе желание поближе познакомиться с необъятной областью той науки, откуда почерпнута эта пестрая горсть простейших сведений, то задача автора выполнена…» Таким образом, мы видим, что Я.И. Перельман не ставил перед собой цели создать обстоятельное и систематическое изложение курса физики, напротив, он стремился сообщить читателю некий набор доступной и интересной информации из той науки, которую большинство людей считает неинтересной, скучной и сложной. Так и предлагаемая вашему вниманию книга представляет собой «пеструю горсть» увлекательных сведений из естествознания в изложении талантливого автора, с которыми можно знакомиться в любом порядке. Я уверен, что эта хрестоматия вам понравится и будет хорошим подспорьем в изучении различных наук в школе и вузе.

Д.А. Гусев, кандидат философских наук, доцент Московского

педагогического государственного университета

Из книги «Занимательная физика. Книга I»

В погоне за временем

Можно ли в 8 часов утра вылететь из Владивостока и в 8 часов утра того же дня прилететь в Москву? Вопрос этот вовсе не лишен смысла. Да, можно. Чтобы понять этот ответ, нужно только вспомнить, что разница между поясным временем Владивостока и Москвы составляет девять часов. И если самолет сможет пройти расстояние между Владивостоком и Москвой за это время, то он прибудет в Москву в час своего вылета из Владивостока.

Расстояние Владивосток – Москва составляет примерно 9000 км. Значит, скорость самолета должна быть равна 9000:9 = 1000 км/час. Это вполне достижимая в современных условиях скорость.

Чтобы «перегнать Солнце» (или, точнее, Землю) в полярных широтах, нужна значительно меньшая скорость. На 77-й параллели (Новая Земля) самолет, обладающий скоростью около 450 км/час, пролетает столько же, сколько успевает за тот же промежуток времени пройти точка земной поверхности при вращении Земли вокруг оси. Для пассажира такого самолета Солнце остановится и будет неподвижно висеть на небе, не приближаясь к закату (при этом, конечно, самолет должен двигаться в подходящем направлении).

Еще легче «перегнать Луну» в ее собственном обращении вокруг Земли. Луна движется вокруг Земли в

29 раз медленнее, чем Земля вокруг своей оси (сравниваются, конечно, так называемые «угловые», а не линейные скорости). Поэтому обыкновенный пароход, делающий 25–30 км в час, может уже в средних широтах «перегнать Луну».

О таком явлении упоминает Марк Твен в своих очерках «Простаки за границей». Во время переезда по Атлантическому океану от Нью-Йорка к Азорским островам «стояла прекрасная летняя погода, а ночи были даже лучше дней. Мы наблюдали странное явление: Луну, появляющуюся каждый вечер в тот же час в той же точке неба. Причина этого оригинального поведения Луны сначала оставалась для нас загадочной, но потом мы сообразили в чем дело: мы подвигались каждый час на 20 минут долготы к востоку, т. е. именно с такой скоростью, чтобы не отставать от Луны!».

Тысячная доля секунды

Для нас, привыкших мерить время на свою человеческую мерку, тысячная доля секунды равнозначна нулю. Такие промежутки времени лишь недавно стали встречаться в нашей практике. Когда время определяли по высоте Солнца или длине тени, то не могло быть речи

о точности даже до минуты (рис. 1); люди считали минуту слишком ничтожной величиной, чтобы стоило ее измерять. Древний человек жил такой неторопливой жизнью, что на его часах – солнечных, водяных, песочных – не было особых делений для минут (рис. 2, 3). Только с начала XVIII века стала появляться на циферблате минутная стрелка. А с начала XIX века появилась и секундная стрелка.

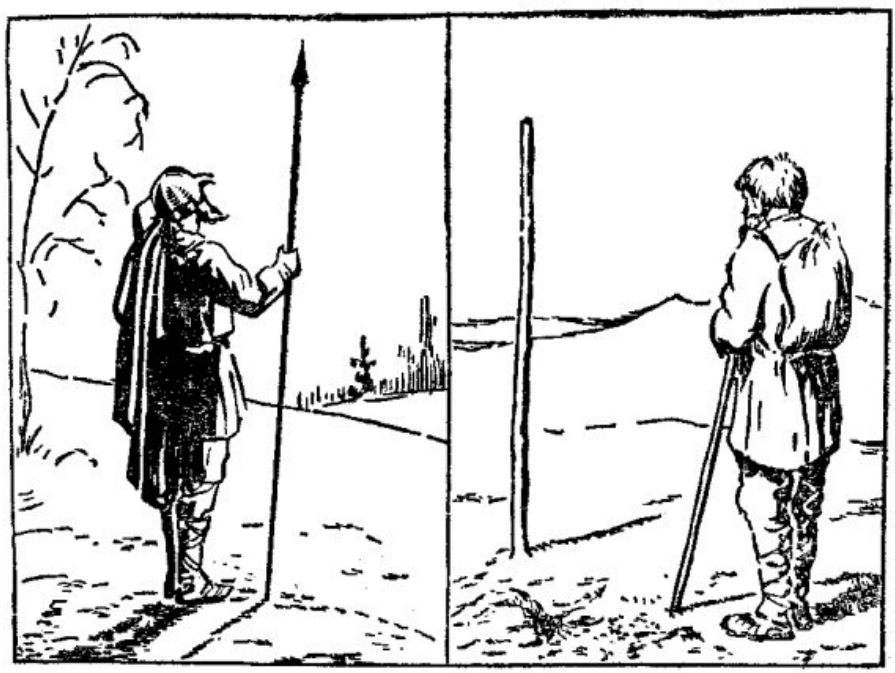


Рис. 1. Определение времени дня по положению Солнца на небе (слева) и по длине тени (справа)

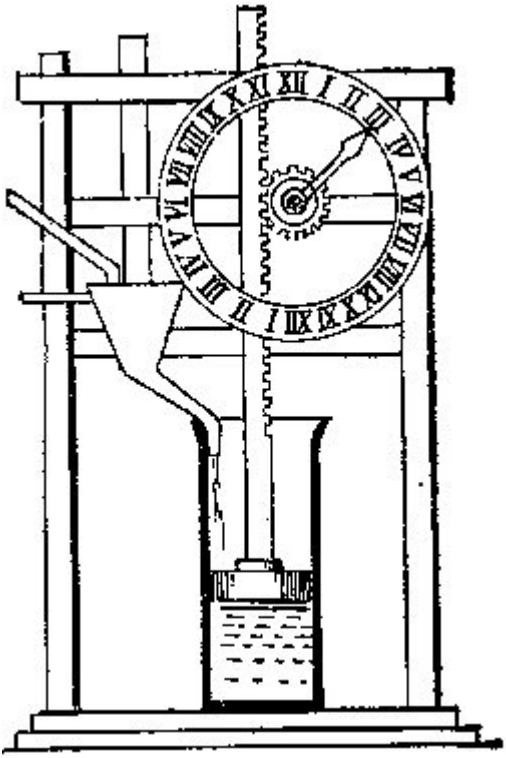


Рис. 2. Водяные часы, употреблявшиеся в Древнем мире

Рис. 3. Старинные карманные часы

Что же может совершиться в тысячную долю секунды? Очень многое! Поезд, правда, может переместиться за этот промежуток времени всего сантиметра на три, звук – уже на 33 см, самолет – примерно на полметра; земной шар пройдет в своем движении

вокруг Солнца в такую долю секунды 30 м, а свет – 300 км.

Мелкие существа, окружающие нас, если бы они умели рассуждать, вероятно, не считали бы тысячную долю секунды за ничтожный промежуток времени. Для насекомых, например, величина эта вполне ощутима. Комар в течение одной секунды делает 500–600 полных взмахов крылышками; значит, в тысячную долю секунды он успевает поднять их или опустить.

Человек неспособен перемещать свои члены так быстро, как насекомое. Самое быстрое наше движение – мигание глаз, «мгновение ока», или «миг», в первоначальном смысле этих слов. Оно совершается так быстро, что мы не замечаем даже временного затмения поля нашего зрения. Немногие, однако, знают, что это движение – синоним невообразимой быстроты – протекает в сущности довольно медленно, если измерять его тысячными долями секунды. Полное «мгновение ока» длится, как обнаружили точные измерения, в среднем 2/5 секунды, т. е. 400 тысячных долей ее. Оно распадается на следующие фазы: опускание века (75–90 тысячных секунды), состояние неподвижности опущенного века (130–170 тысячных) и поднятие его (около 170 тысячных). Как видите, один «миг» в буквальном смысле этого слова – промежуток довольно значительный, в течение которого глазное веко успевает даже немного отдохнуть. И если бы мы могли раздельно воспринимать впечатления, длящиеся тысячную долю секунды, мы уловили бы «в один миг» два плавных движения глазного века, разделенных промежутком покоя.

При таком устройстве нашей нервной системы мы увидели бы окружающий нас мир преображенным до неузнаваемости. Описание тех странных картин, какие представились бы тогда нашим глазам, дал английский писатель Уэллс в рассказе «Новейший ускоритель». Герои рассказа выпили фантастическую микстуру, которая действует на нервную систему так, что делает органы чувств восприимчивыми к раздельному восприятию быстрых явлений.

Вот несколько примеров из рассказа:

«– Видали ли вы до сих пор, чтобы занавеска прикреплялась к окну этаким манером?

Я посмотрел на занавеску и увидел, что она словно застыла и что угол у нее как загнулся от ветра, так и остался.

– Не видал никогда, – сказал я. – Что за странность!

– А это? – сказал он и растопырил пальцы, державшие стакан.

Я ожидал, что стакан разобьется, но он даже не шевельнулся: он повис в воздухе неподвижно.

– Вы, конечно, знаете, – сказал Гибберн, – что падающий

предмет опускается в первую секунду на 5 м. И стакан пробегает теперь эти 5 м, – но, вы понимаете, не прошло еще и сотой доли секунды [1] . Это может вам дать понятие о силе моего «ускорителя».

Стакан медленно опускался. Гибберн провел рукой вокруг стакана, над ним и под ним…

Я глянул в окно. Какой-то велосипедист, застывший на одном месте, с застывшим облаком пыли позади, догонял какую-то бричку, которая также не двигалась ни на один дюйм.

…Наше внимание было привлечено омнибусом, совершенно окаменевшим. Верхушка колес, лошадиные ноги, конец кнута и нижняя челюсть кучера (он только что начал зевать) – все это, хотя и медленно, но двигалось; остальное же в этом неуклюжем экипаже совершенно застыло. Сидящие там люди были как статуи.

…Какой-то человек застыл как раз в тот момент, когда он делал нечеловеческие усилия сложить на ветру газету. Но для нас этого ветра не существовало.

…Все, что было сказано, подумано, сделано мной с той поры, как «ускоритель» проник в мой организм, было лишь мгновением ока для всех прочих людей и для всей вселенной».

Вероятно, читателям интересно будет узнать, каков наименьший промежуток времени, измеримый средствами современной науки? Еще в начале этого века (имеется в виду XX век. – *Ред.)* он равнялся 10 000-й доле секунды; теперь же физик в своей лаборатории способен измерить 100 000 000 000-ю долю секунды. Этот промежуток примерно во столько же раз меньше целой секунды, во сколько раз секунда меньше 3000 лет!

Лупа времени

Когда Уэллс писал свой «Новейший ускоритель», он едва ли думал, что нечто подобное когда-нибудь осуществится в действительности. Ему довелось, однако, дожить до этого: он мог собственными глазами увидеть – правда, только на экране – те картины, которые создало некогда его воображение. Так называемая «лупа времени» показывает нам на экране в замедленном темпе многие явления, протекающие обычно очень быстро.

«Лупа времени» – это кинематографический фотоаппарат, делающий в секунду не 24 снимка, как обычные киноаппараты, а во много раз больше. Если заснятое так явление проектировать на экран, пуская ленту с обычной скоростью 24 кадра в секунду, то зрители увидят явление растянутым – совершающимся в соответствующее число раз медленнее нормального. Читателю случалось, вероятно, видеть на экране такие неестественно плавные прыжки и другие замедленные явления. С помощью более сложных аппаратов того же рода достигается замедление еще более значительное, почти воспроизводящее то, что описано в рассказе Уэллса.

Когда мы движемся вокруг Солнца быстрее – днем или ночью?

В парижских газетах появилось однажды объявление, обещавшее каждому за 25 сантимов указать способ путешествовать дешево и притом без малейшего утомления. Нашлись легковерные, которые прислали требуемые 25 сантимов. В ответ каждый из них получил по почте письмо следующего содержания:

«Оставайтесь, гражданин, спокойно в своей кровати и помните, что Земля наша вертится. На параллели Парижа – 49-й – вы пробегаете каждые сутки более 25 ООО км. А если вы любите живописные виды, откиньте оконную занавеску и восхищайтесь картиной звездного неба».

Привлеченный к суду за мошенничество, виновник этой затеи выслушал приговор, уплатил наложенный на него штраф и, говорят, став в театральную позу, торжественно повторил знаменитое восклицание Галилея:

– А все-таки она вертится!

В известном смысле обвиняемый был прав, потому что каждый обитатель земного шара не только «путешествует», вращаясь вокруг земной оси, но с еще большей скоростью переносится Землей в ее обращении вокруг Солнца. Ежесекундно планета наша со всеми своими обитателями перемещается в пространстве на 30 км, вращаясь одновременно и вокруг оси.

По этому поводу можно задать интересный вопрос: когда мы движемся вокруг Солнца быстрее – днем или ночью?

Вопрос способен вызвать недоумение: ведь всегда на одной стороне Земли день, на другой – ночь; какой же смысл имеет наш вопрос? По-видимому, никакого.

Однако это не так. Спрашивается ведь не о том, когда вся Земля перемещается скорее, а о том, когда мы, ее обитатели, движемся скорее среди звезд. А это уже вовсе не бессмысленный вопрос. В Солнечной системе мы совершаем два движения: вращаемся вокруг Солнца и в то же время обращаемся вокруг земной оси. Оба движения складываются, но результат получается различный, смотря по тому, находимся ли мы на дневной или ночной половине Земли. Взгляните на рис. 4, и вы поймете, что в полночь скорость вращения *прибавляется* к поступательной скорости Земли, а в полдень, наоборот, *отнимается* от нее. Значит, в *полночь мы движемся в Солнечной системе быстрее, нежели в полдень.*

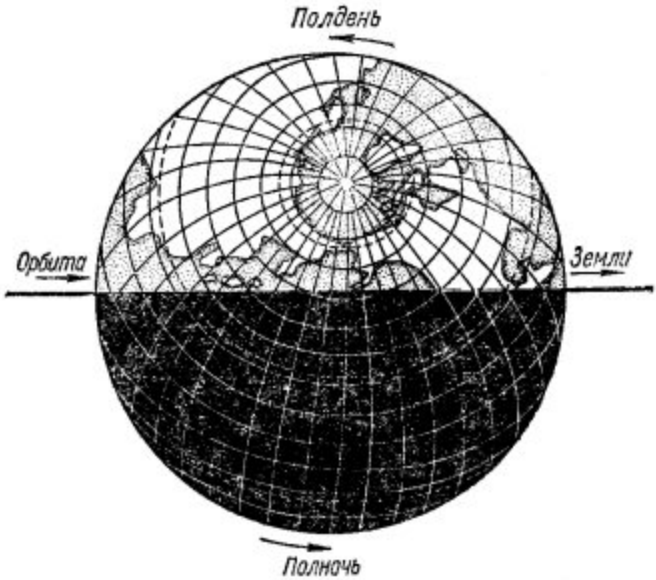


Рис. 4. На ночной половине земного шара люди движутся вокруг Солнца быстрее, чем на дневной

Так как точки экватора пробегают в секунду около полукилометра, то для экваториальной полосы разница между полуденной и полуночной скоростями достигает целого километра в секунду. Знакомые с геометрией легко могут вычислить, что для Ленинграда [2] (который находится на 60-й параллели) эта разница вдвое меньше: в полночь ленинградцы каждую секунду пробегают в Солнечной системе на полкилометра больше, нежели в полдень.

Загадка тележного колеса

Прикрепите сбоку к ободу тележного колеса (или к шине велосипедного) цветную бумажку и наблюдайте за ней во время движения телеги (или велосипеда). Вы заметите странное явление: пока бумажка находится в нижней части катящегося колеса, она видна довольно отчетливо; в верхней же части она мелькает так быстро, что вы не успеваете ее разглядеть.

Выходит как будто, что верхняя часть колеса движется быстрее, чем нижняя. То же наблюдение можно сделать, если сравнить между собой верхние и нижние спицы катящегося колеса какого-нибудь экипажа. Будет заметно, что верхние спицы сливаются в одно сплошное целое, нижние же видимы раздельно. Дело опять-таки происходит так, словно верхняя часть колеса быстрее движется, чем нижняя.

В чем же разгадка этого странного явления? Да просто в том, что верхняя часть катящегося колеса *действительно движется быстрее, чем нижняя.* Факт представляется с первого взгляда невероятным, а между тем простое рассуждение убедит нас в этом. Ведь каждая точка катящегося колеса совершает сразу *два* движения: обращается вокруг оси и в то же время подвигается вперед вместе с этой осью. Происходит – как в случае земного шара – сложение двух движений, и результат для верхней и нижней частей колеса получается разный. Вверху вращательное движение колеса *прибавляется* к поступательному, так как оба движения направлены в одну и ту же сторону. Внизу же вращательное движение направлено в обратную сторону и, следовательно, *отнимается* от поступательного. Вот почему верхние части колеса перемещаются относительно неподвижного наблюдателя быстрее, чем нижние.

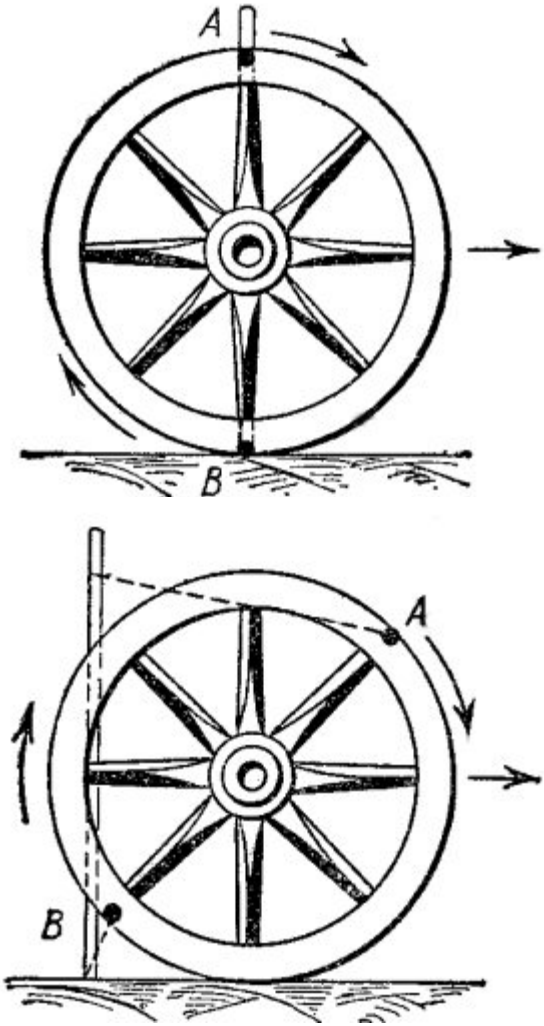


Рис. 5. Как убедиться, что верхняя часть колеса движется быстрее нижней. Сравните расстояния точек *A* и *B* откатившегося колеса (правый чертеж) от неподвижной палки

То, что это действительно так, легко понять на простом опыте, который следует проделать при удобном случае. Воткните в землю палку рядом с колесом стоящей телеги так, чтобы палка приходилась против оси. На ободе колеса, в самой верхней и в самой нижней его частях, сделайте пометки мелом или углем; пометки придутся, следовательно, как раз против палки. Теперь откатите телегу немного вправо (рис. 5), чтобы ось отошла от палки сантиметров на 20–30, и заметьте, как переместились ваши пометки. Окажется, что верхняя пометка *A* переместилась заметно больше, нежели нижняя *B,* которая только едва отступила от палки.

Самая медленная часть колеса

Итак, не все точки движущегося колеса телеги перемещаются одинаково быстро. Какая же часть катящегося колеса движется всего медленнее?

Нетрудно сообразить, что *медленнее всех движутся те тонки колеса, которые в данный момент соприкасаются с землей.* Строго говоря, в момент соприкосновения с почвой эти точки колеса совершенно неподвижны.

Все сказанное справедливо только для колеса *катящегося,* а не для такого, которое вращается на неподвижной оси. В маховом колесе, например, верхние и нижние точки обода движутся с одинаковой скоростью.

Встаньте!

Если я скажу вам: «Сейчас вы сядете на стул так, что не сможете встать, хотя и не будете привязаны», вы примете это, конечно, за шутку.

Хорошо. Сядьте же так, как сидит человек, изображенный на рис. 6, т. е. держа туловище отвесно и *не пододвигая ног под сиденье стула.* А теперь попробуйте встать, не меняя положения ног и не нагибая корпуса вперед.

Рис. 6. В таком положении невозможно подняться со стула

Что, не удается? Никаким усилием мускулов не удастся вам встать со стула, пока вы не пододвинете ног под сиденье или не подадитесь корпусом вперед.

Чтобы понять, почему это так, нам придется побеседовать немного о равновесии тел вообще и человеческого в частности. Стоящий предмет не опрокидывается только тогда, когда отвесная линия, проведенная из центра тяжести, проходит внутри основания вещи. Поэтому наклонный цилиндр (рис. 7) должен непременно опрокинуться; но если бы он был настолько широк, что отвесная линия, проведенная из его центра тяжести, проходила бы в пределах его основания, цилиндр не опрокинулся бы. Так называемые «падающие башни» – в Пизе, в Болонье или

хотя бы «падающая колокольня» в Архангельске (рис. 8) не падают, несмотря на свой наклон, также потому, что отвесная линия из их центра тяжести не выходит за пределы основания (другая, второстепенная, причина та, что они углублены в землю своими фундаментами).

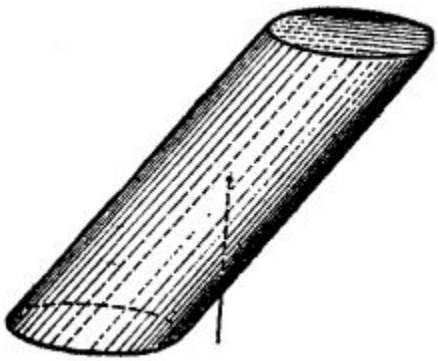


Рис. 7. Такой цилиндр должен опрокинуться, потому что отвесная линия, проведенная из центра тяжести, проходит вне основания

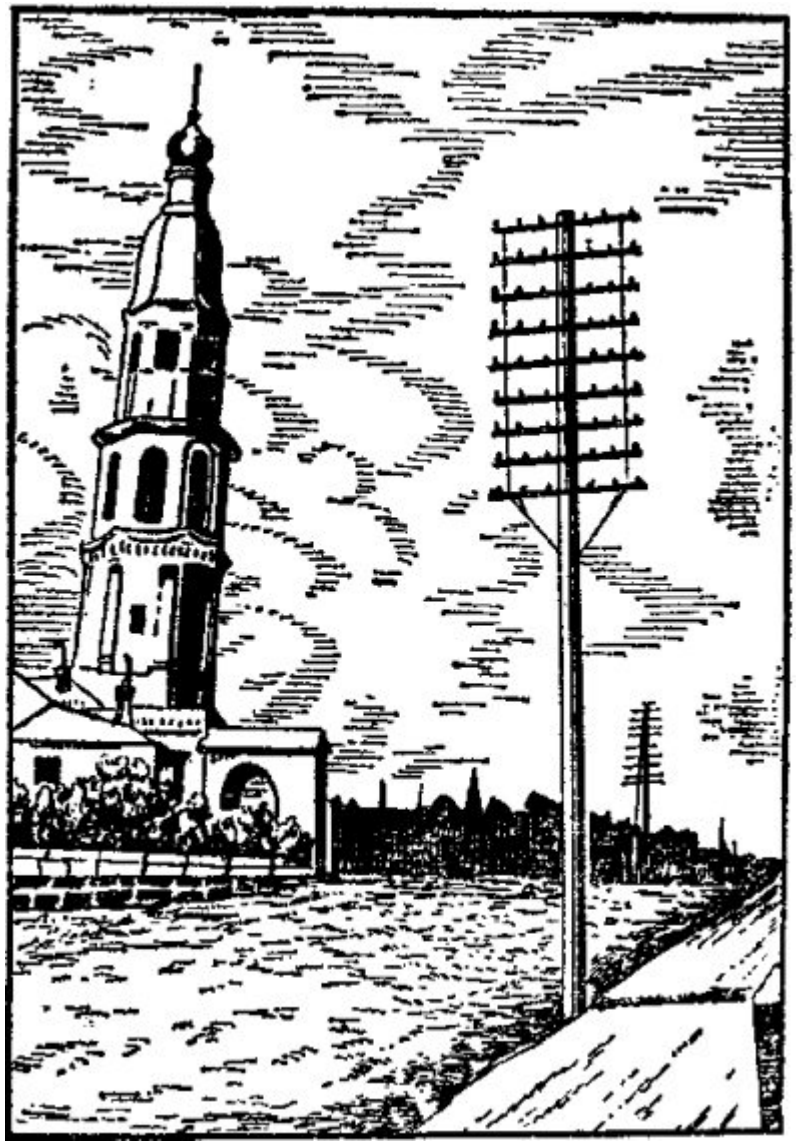


Рис. 8. «Падающая» колокольня в Архангельске (со старинной фотографии)

Стоящий человек не падает только до тех пор, пока отвесная линия из центра тяжести находится внутри площадки, ограниченной краями его ступней (рис. 9). Поэтому так трудно стоять на одной ноге; еще труднее стоять на канате: основание очень мало и отвесная линия легко может выйти за его пределы. Заметили ли вы, какой странной походкой отличаются старые «морские волки»? Проводя всю жизнь на качающемся судне, где отвесная линия из центра тяжести их тела ежесекундно может выйти за пределы пространства, занятого ступнями, моряки вырабатывают привычку ступать так, чтобы основание их тела

(т. е. широко расставленные ноги) захватывало возможно большее пространство. Это придает морякам необходимую устойчивость на колеблющейся палубе; естественно, что та же привычка сохраняется при ходьбе по твердой земле. Можно привести и обратный пример, когда необходимость поддерживать равновесие обусловливает красоту позы. Обращали вы внимание на то, какой стройный вид имеет человек, несущий на голове груз? Всем известны изящные изваяния женских фигур с кувшином на голове. Неся на голове груз, по необходимости приходится держать голову и туловище прямо: малейшее уклонение грозит вывести центр тяжести (приподнятый в таких случаях выше обычного положения) из контура основания и тогда равновесие фигуры будет нарушено.

Рис. 9. Когда человек стоит, отвесная линия, проведенная из центра тяжести, проходит внутри площадки, ограниченной ступнями

Теперь вернемся к опыту с вставанием сидящего человека. Центр тяжести туловища сидящего человека находится внутри тела, близ позвоночника, сантиметров на 20 выше уровня пупка. Проведите отвесную линию из этой точки вниз: она пройдет под стулом, позади ступней. А чтобы человек мог стоять, линия эта должна проходить *между ступнями.* Значит, вставая, мы должны либо податься грудью вперед, перемещая этим центр тяжести, либо же пододвинуть ноги назад, чтобы подвести опору под центр тяжести. Обычно мы так и делаем, когда встаем со стула. Но если нам не разрешают делать ни того, ни другого, то встать мудрено, как вы и убеждаетесь на описанном опыте.

Ходьба и бег

То, что вы делаете десятки тысяч раз в день в течение всей жизни, должно быть вам прекрасно известно. Так принято думать, но это далеко не всегда верно. Лучший пример – ходьба и бег. Есть ли что-нибудь более нам знакомое, чем эти движения? А много ли найдется людей, которые ясно представляют себе, как, собственно, передвигаем мы свое тело при ходьбе и беге и в чем разнятся эти два рода движений? Послушаем же, что говорит о ходьбе и беге физиология [3] . Для большинства, я уверен, это описание будет совершенно ново.

«Предположим, что человек стоит на одной ноге, например, на правой. Вообразим себе, что он приподнимает пятку, наклоняя в то же время туловище вперед [4] . При таком положении перпендикуляр из центра тяжести, понятно, выйдет из площади основания опоры, и человек должен упасть вперед.

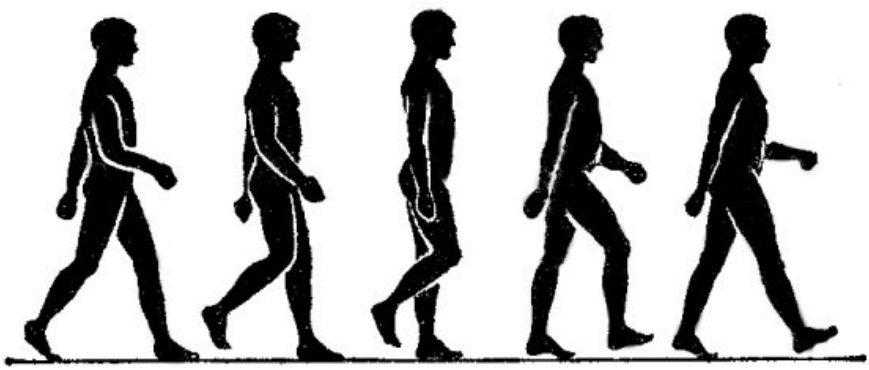


Рис. 10. Как человек ходит.

Последовательные положения тела при ходьбе

Но едва начинается это падение, как левая нога его, оставшаяся в воздухе, быстро подвигается вперед и становится на землю впереди перпендикуляра из центра тяжести, так что последний, т. е. перпендикуляр, попадает в площадь, образуемую линиями, которыми соединяются точки опоры обеих ног. Равновесие, таким образом, восстанавливается; человек ступил, сделал шаг.

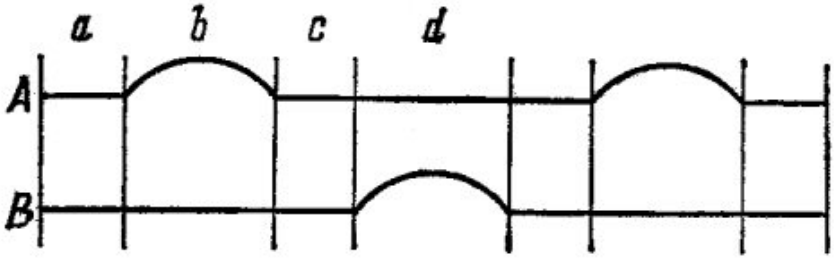


Рис. 11. Графическое изображение движений ног при ходьбе. Верхняя линия *(A)* относится к одной ноге, нижняя *(B)* – к другой. Прямые линии отвечают моментам опоры о землю, дуги – моментам движения ног без опоры. Из графика видно, что в течение промежутка времени *a* обе ноги опираются о землю; в течение *b* — нога *A* в воздухе, *B* продолжает опираться; в течение *c* — вновь обе ноги опираются о землю. Чем быстрее ходьба, тем короче становятся промежутки *a, c* (ср. с графиком бега, рис. 13)

Он может и остановиться в этом довольно утомительном положении. Но если хочет идти дальше, то наклоняет свое тело еще более вперед, переносит перпендикуляр из центра тяжести за пределы площади опоры и в момент угрозы падения снова выдвигает вперед ногу, но уже не левую, а правую – новый шаг, и т. д. Ходьба поэтому есть не что иное, как *ряд падений вперед* , предупреждаемых вовремя поставленной опорой ноги, остававшейся до того позади.

Рассмотрим дело несколько ближе. Предположим, что первый шаг сделан. В этот момент правая нога еще касается земли, а левая уже ступает на землю.

Рис. 12. Как человек бежит.
Последовательные положения тела при беге (есть моменты, когда обе ноги находятся без опоры)

Но если только шаг не очень короток, правая пятка должна

была приподняться, так как именно это-то приподнимание пятки и позволяет телу наклониться вперед и нарушить равновесие. Левая нога ступает на землю прежде всего пяткой. Когда вслед за тем вся подошва ее становится на землю, правая нога поднимается совершенно на воздух. В то же время левая нога, несколько согнутая в колене, выпрямляется сокращением трехглавой бедренной мышцы и становится на мгновение вертикальной. Это позволяет полусогнутой правой ноге продвинуться вперед, не касаясь земли, и, следуя за движением тела, поставить на землю свою пятку как раз вовремя для следующего шага.

Подобный же ряд движений начинается затем для левой ноги, которая в это время опирается на землю только пальцами и вскоре должна подняться на воздух.

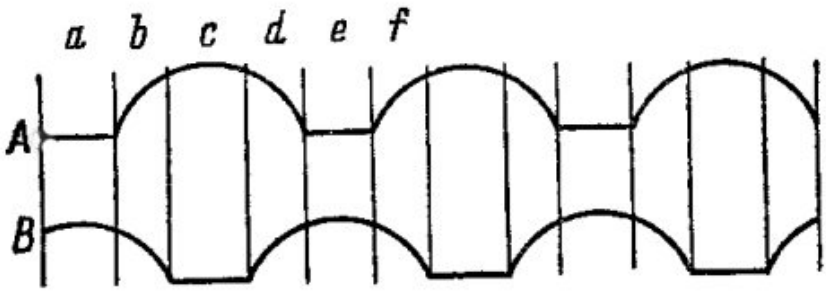


Рис. 13. Графическое изображение движения ног в беге (ср. с рис. 11).

Из графика видно, что для бегущего человека существуют моменты *(b,d,f),* когда обе ноги витают в воздухе. Этим и отличается бег от ходьбы

Бег отличается от ходьбы тем, что нога, стоящая на земле, внезапным сокращением ее мышц энергично вытягивается и отбрасывает тело вперед, так что последнее *на одно мгновение совсем отделяется от земли.* Затем оно снова падает на землю на другую ногу, которая, пока тело было на воздухе, быстро передвинулась вперед. Таким образом, бег состоит из *ряда скачков* с одной ноги на другую».

Что касается энергии, затрачиваемой человеком при ходьбе по горизонтальной дороге, то она не равна нулю, как иные думают: центр тяжести тела пешехода при каждом шаге поднимается на несколько сантиметров. Можно рассчитать, что работа при ходьбе по горизонтальному пути составляет около одной пятнадцатой доли работы поднятия тела пешехода на высоту, равную пройденному пути.

Как надо прыгать из движущегося вагона?

Задав кому-нибудь этот вопрос, вы, конечно, получите ответ: «Вперед, по движению, согласно закону инерции». Попросите, однако, объяснить подробнее, причем тут закон инерции. Можно предсказать, что при этом произойдет: ваш собеседник начнет уверенно доказывать свою мысль; но если не перебивать его, он скоро сам остановится в недоумении: выйдет, что именно вследствие инерции надо прыгать как раз наоборот – назад, против движения!

И в самом деле, закон инерции играет здесь роль второстепенную, – главная причина совсем другая. И если эту главную причину забыть, то мы действительно придем к выводу, что надо прыгать назад, а никак не вперед.

Пусть вам необходимо выпрыгнуть на ходу. Что произойдет при этом?

Когда мы прыгаем из двигающегося вагона, то тело наше, отделившись от вагона, обладает скоростью вагона (оно движется по инерции) и стремится двигаться вперед. Делая прыжок вперед, мы, конечно, не только не уничтожаем этой скорости, но, наоборот, еще увеличиваем ее.

Отсюда следует, что надо было бы прыгать *назад,* а вовсе не вперед, по направлению движения вагона. Ведь при прыжке назад скорость, сообщаемая прыжком, *отнимается* от скорости, с которой наше тело движется по инерции; вследствие этого, коснувшись земли, тело наше с меньшей силой будет стремиться опрокинуться.

Однако если уж и приходится прыгать из движущегося экипажа, то все прыгают вперед, по движению. Это действительно лучший способ и настолько проверенный, что мы настойчиво предостерегаем читателей от попыток проверить неудобство прыгания назад с движущегося экипажа.

Так в чем же дело?

В неверности объяснения, в его недоговоренности. Будем ли прыгать вперед, будем ли прыгать назад, – в том и другом случае нам грозит опасность упасть, так как верхняя часть туловища будет еще двигаться, когда ноги, коснувшись земли, остановятся [5] . Скорость этого движения при прыжке вперед даже больше, чем при прыжке назад. Но существенно важно то, что вперед падать гораздо *безопаснее,* чем падать назад. В первом случае мы привычным движением выставляем ногу вперед (а при большой

скорости вагона – пробегаем несколько шагов) и тем предупреждаем падение. Это движение *привычно,* так как мы всю жизнь совершаем его при ходьбе: ведь с точки зрения механики, ходьба есть не что иное, как *ряд падений нашего тела вперед, предупреждаемых выставлением ноги.* При падении же *назад* нет этого спасительного движения ног, и оттого здесь опасность гораздо больше. Наконец, важно и то, что когда мы даже в самом деле упадем вперед, то выставив руки, расшибемся не так, как при падении на спину.

Итак, причина того, что безопаснее прыгать из вагона вперед, кроется не столько в законе инерции, сколько в нас самих. Ясно, что для предметов *неживых* правило это неприменимо; бутылка, брошенная из вагона вперед, скорее может разбиться при падении, нежели брошенная в обратном направлении. Поэтому, если вам придется почему-либо прыгать из вагона, выбросив предварительно свой багаж, следует кидать багаж *назад,* самим же прыгать *вперед.*

Люди опытные – кондукторы трамвая, контролеры – часто поступают так: прыгают *назад, обратившись спиной по направлению прыжка.* Этим достигается двоякая выгода: уменьшается скорость, приобретенная нашим телом по инерции, и, кроме того, предупреждается опасность падения на спину, так как прыгающий обращен передней стороной тела по направлению возможного падения.

Поймать боевую пулю руками

Во время империалистической войны, как сообщали газеты, с французским летчиком произошел совершенно необыкновенный случай. Летая на высоте двух километров, летчик заметил, что близ его лица движется какой-то мелкий предмет. Думая, что это насекомое, летчик проворно схватил его рукой. Представьте изумление летчика, когда оказалось, что он поймал… германскую боевую пулю!

Не правда ли, это напоминает россказни легендарного барона Мюнхгаузена, будто бы ловившего пушечные ядра руками?

А между тем в сообщении о летчике, поймавшем пулю, нет ничего невозможного.

Пуля ведь не все время движется со своей начальной скоростью 800–900 м в секунду. Из-за сопротивления воздуха она постепенно замедляет свой полет и к концу пути – на излете – делает всего метров 40 в секунду. Атакую скорость развивает и самолет. Значит, легко может случиться, что пуля и самолет будут иметь одинаковую скорость; тогда по отношению к летчику пуля будет неподвижна или будет двигаться едва заметно. Ничего не будет стоить тогда схватить ее рукой, – особенно в перчатке, потому что пуля, движущаяся в воздухе, сильно разогревается.

Почему заостренные предметы колючи?

Задумывались ли вы над вопросом: отчего игла так легко пронизывает предмет насквозь? Отчего сукно или картон легко проткнуть тонкой иглой и трудно пробить тупым гвоздем? В обоих случаях действует, казалось бы, одинаковая сила.

Сила одинакова, но *давление* все же не одинаково. В первом случае вся сила сосредоточивается на острие иглы; во втором – та же сила распределяется на большую площадь конца гвоздя; следовательно, давление иглы гораздо больше, нежели давление тупого стержня, при одном и том же усилии наших рук.

Каждый скажет, что борона с 20 зубьями глубже разрыхлит землю, чем борона того же веса, но с 60 зубьями. Почему? Потому что *нагрузка на каждый зуб* в первом случае больше, чем во втором.

Когда речь идет о давлении, всегда необходимо, кроме силы, принимать во внимание также и площадь, на которую эта сила действует. Когда нам говорят, что кто-либо получает 1000 рублей зарплаты, то мы не знаем еще, много это или мало; нужно знать – в год или в месяц? Точно так же и действие силы зависит от того, распределяется ли она на квадратный сантиметр или сосредоточивается на сотой доле квадратного миллиметра.

Человек на лыжах ходит по рыхлому снегу, а без лыж проваливается. Почему? Потому что в первом случае давление его тела распределяется на гораздо большую поверхность, чем во втором. Если поверхность лыж, например, в 20 раз больше поверхности наших подошв, то на лыжах мы давим на снег в 20 раз слабее, чем стоя на снегу прямо ногами. Рыхлый снег выдерживает первое давление, но не выдерживает второго.

По той же причине лошадям, работающим на болоте, подвязывают особые «башмаки» к копытам, чтобы увеличить площадь опоры ног и тем уменьшить давление на болотистую почву: ноги лошадей при этом не увязают в болоте. Так же поступают и люди в некоторых болотистых местностях.

По тонкому льду люди передвигаются ползком, чтобы распределить вес своего тела на большую площадь.

Наконец, характерная особенность танков и гусеничных тракторов не увязать в рыхлом грунте, несмотря на свой значительный вес, объясняется опять-таки распределением веса на большую поверхность опоры. Гусеничная машина весом 8 и более тонн оказывает на 1 кв. см грунта давление не более 600 г.

С этой точки зрения интересен автомобиль на гусеничном ходу для перевозки грузов на болотах. Такой грузовик, везущий 2 тонны груза, оказывает на грунт давление всего 160 г на 1 кв. см; благодаря этому он хорошо ходит на торфяном болоте и по топким или песчаным местностям.

В этом случае большая площадь опоры так же выгодна технически, как малая площадь в случае иглы.

Из сказанного ясно, что острие прокалывает лишь благодаря незначительности площади, по которой распределяется действие силы. Совершенно по той же причине острый нож лучше режет, нежели тупой: сила сосредоточивается на меньшем пространстве.

Итак, заостренные предметы оттого хорошо колют и режут, что на их остриях и лезвиях сосредоточивается большое давление.

Наподобие Левиафана

Почему на простом табурете сидеть жестко, в то время как на стуле, тоже деревянном, нисколько не жестко? Почему мягко лежать в веревочном гамаке, который сплетен из довольно твердых шнурков? Почему не жестко лежать на проволочной сетке, устраиваемой в кроватях взамен пружинных матрасов?

Нетрудно догадаться. Сиденье простого табурета плоско; наше тело соприкасается с ним лишь по небольшой поверхности, на которой и сосредоточивается вся тяжесть туловища. У стула же сиденье вогнутое; оно соприкасается с телом по большей поверхности; по этой поверхности распределяется вес туловища: на единицу поверхности приходится меньший груз, меньшее давление.

Итак, все дело здесь в более равномерном распределении давления. Когда мы нежимся на мягкой постели, в ней образуются углубления, соответствующие неровностям нашего тела. Давление распределяется здесь по нижней поверхности тела довольно равномерно, так что на каждый квадратный сантиметр приходится всего несколько граммов. Неудивительно, что в этих условиях мы чувствуем себя хорошо.

Легко выразить это различие и в числах. Поверхность тела взрослого человека составляет около 2 кв. м, или 20 ООО кв. см. Допустим, что, когда мы лежим в постели, с ней соприкасается, опираясь на нее, приблизительно 1/4 всей поверхности нашего тела, т. е. 0,5 кв. м, или 5000 кв. см. Вес же нашего тела – около 60 кг (в среднем), или 60 000 г. Значит, на каждый квадратный сантиметр приходится всего 12 г. Когда же мы лежим на голых досках, то соприкасаемся с опорной плоскостью лишь в немногих маленьких участках, общей площадью в какую-нибудь сотню квадратных сантиметров.

На каждый квадратный сантиметр приходится, следовательно, давление в полкилограмма, а не в десяток граммов. Разница заметная, и мы сразу ощущаем ее на своем теле, говоря, что нам «очень жестко».

Но даже на самом твердом ложе нам может быть вовсе не жестко, если давление распределяется равномерно на большую поверхность. Вообразите, что вы легли на мягкую глину и в ней отпечатались формы вашего тела. Покинув глину, оставьте ее сохнуть (высыхая, глина «садится» на 5—10 %, но предположим, что этого не происходит). Когда она сделается твердой как камень, сохранив оставленные вашим телом вдавленности, лягте на нее опять, заполнив собой эту каменную форму. Вы

почувствуете себя, как на нежном пуховике, не ощущая жесткости, хотя лежите буквально на камне. Вы уподобитесь легендарному Левиафану, о котором читаем в стихотворении Ломоносова:

На острых камнях возлегает
И твердость оных презирает
Для крепости великих сил,
Считая их за мягкий ил.

Но причина нашей нечувствительности к жесткости ложа будет не «крепость великих сил», а распределение веса тела на весьма большую опорную поверхность.

Пуля и воздух

Что воздух мешает полету пули, знают все, но лишь немногие представляют себе ясно, насколько велико это тормозящее действие воздуха. Большинство людей склонно думать, что такая нежная среда, как воздух, которого мы обычно даже и не чувствуем, не может сколько-нибудь заметно мешать стремительному полету ружейной пули.

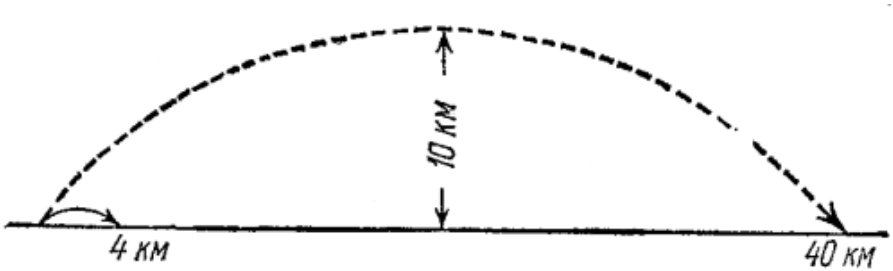


Рис. 14. Полет пули в пустоте и в воздухе.

Большая дуга изображает путь, какой описала бы пуля, если бы не существовало атмосферы.

Маленькая дуга слева – действительный путь пули в воздухе

Но взгляните на рис. 14, и вы поймете, что воздух является для пули препятствием чрезвычайно серьезным. Большая дуга на этом чертеже изображает путь, который пролетела бы пуля, если бы не существовало атмосферы. Покинув ствол ружья (под углом 45°, с начальной скоростью 620 м/сек), пуля описала бы огромную дугу в 10 км высотой; дальность полета пули составила бы почти 40 км. В действительности же пуля при указанных условиях описывает сравнительно небольшую дугу и дальность ее полета составляет 4 км. Изображенная на том же чертеже дуга эта почти незаметна рядом с первой; таков результат противодействия воздуха! Не будь воздуха, из винтовки можно было бы обстреливать неприятеля с расстояния 40 км, взметая свинцовый дождь на высоту 10 км.

Сверхдальняя стрельба

Обстреливать противника с расстояния в сотню и более километров впервые начала германская артиллерия к концу империалистической войны (1918 г.), когда успехи французской и английской авиации положили конец воздушным налетам немцев. Германский штаб избрал другой, артиллерийский, способ поражать столицу Франции, удаленную от фронта не менее чем на 110 км.

Способ этот был совершенно новый, никем еще не испытанный. Наткнулись на него немецкие артиллеристы случайно. При стрельбе из крупнокалиберной пушки под большим углом возвышения неожиданно обнаружилось, что вместо дальности в 20 км достигается дальность в 40 км. Оказалось, что снаряд, посланный круто вверх с большой начальной скоростью, достигает тех высоких разреженных слоев атмосферы, где сопротивление воздуха весьма незначительно; в такой слабо сопротивляющейся среде снаряд пролетает значительную часть своего пути и затем круто опускается на землю. Рис. 15 наглядно показывает, как велико различие в путях снарядов при изменении угла возвышения.

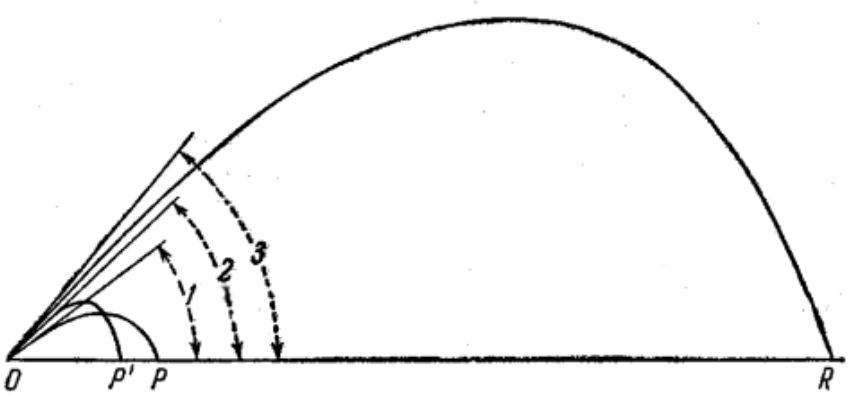


Рис. 15. Как изменяется дальность полета снаряда с изменением угла наклона сверхдальнобойного орудия, при угле *1* снаряд падает в *P,* при угле *2* – в *P;* при угле же *3* дальность стрельбы сразу возрастает во много раз, так как снаряд залетает в слои разреженной атмосферы

Это наблюдение и положено было немцами в основу проекта сверхдальнобойной пушки для обстрела Парижа с расстояния 115 км. Пушка была успешно изготовлена и в течение лета 1918 г. выпустила по Парижу свыше трехсот снарядов.

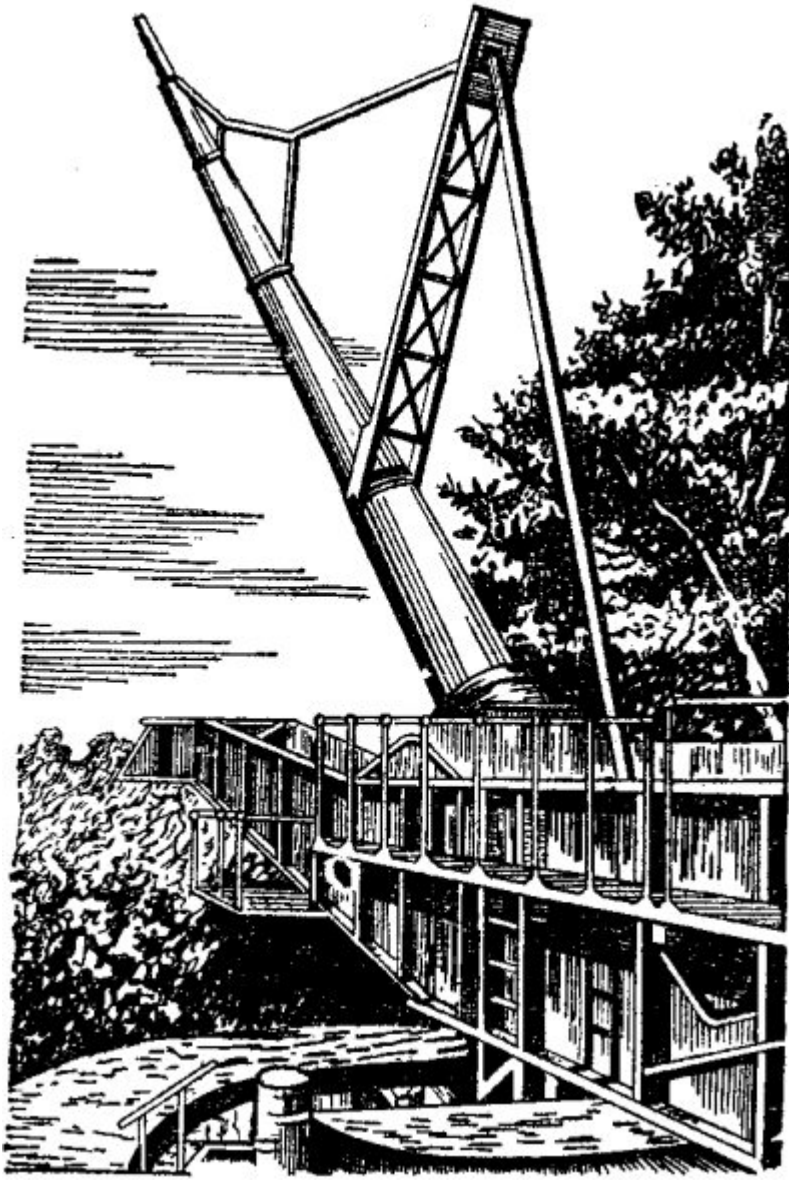


Рис. 16. Немецкая пушка «Колоссаль». Внешний вид

Вот что стало известно об этой пушке впоследствии. Это была огромная стальная труба в 34 м длиной и в целый метр толщиной; толщина стенок в казенной части – 40 см. Весило орудие 750 тонн. Его 120-килограммовые снаряды имели метр в длину и 21 см в толщину. Для заряда употреблялось 150 кг пороха; развивалось давление в 5000 атмосфер, которое и выбрасывало снаряд с начальной скоростью 2000 м/сек. Стрельба велась под углом возвышения 52°; снаряд описывал огромную дугу, высшая точка которой лежала на уровне 40 км над землей,

т. е. далеко в стратосфере. Свой путь от позиции до Парижа – 115 км – снаряд проделывал в 3,5 минуты, из которых 2 минуты он летел в стратосфере.

Такова была первая сверхдальнобойная пушка, прародительница современной сверхдальнобойной артиллерии.

Чем больше начальная скорость пули (или снаряда), тем сопротивление воздуха значительнее: оно возрастает не пропорционально скорости, а быстрее, пропорционально второй и более высокой степени скорости, в зависимости от величины этой скорости.

Бумеранг

Это оригинальное оружие – самое совершенное произведение техники первобытного человека – долгое время вызывало изумление ученых. Действительно, странные, запутанные фигуры, описываемые бумерангом в воздухе (рис. 17), способны озадачить каждого.

В настоящее время теория полета бумеранга разработана весьма подробно и чудеса перестали быть чудесами. Вдаваться в эти интересные подробности мы не станем. Скажем лишь, что необычайные пути полета бумеранга являются результатом взаимодействия трех обстоятельств: 1) первоначального броска, 2) вращения бумеранга и 3) сопротивления воздуха. Австралиец инстинктивно умеет сочетать эти три фактора; он искусно изменяет угол наклона бумеранга, силу и направление броска, чтобы получить желаемый результат.

Рис. 17. Как австралийцы пользуются бумерангом на охоте, чтобы поражать жертву из-за прикрытия.

Путь полета бумеранга (в случае промаха) показан пунктирной линией

Впрочем, некоторую сноровку в этом искусстве может приобрести каждый.

Для упражнения в комнатах приходится довольствоваться бумажным бумерангом, который можно вырезать хотя бы из

почтовой карточки в форме, указанной на рис. 18. Размеры каждой ветви – около 5 см в длину и немного меньше 1 см в ширину. Зажмите такой бумажный бумеранг под ногтем большого пальца и щелкните по его кончику так, чтобы удар направлен был вперед и немного вверх. Бумеранг полетит метров на пять, плавно опишет кривую, иногда довольно затейливую, и если не заденет какого-нибудь предмета в комнате, то упадет у ваших ног.

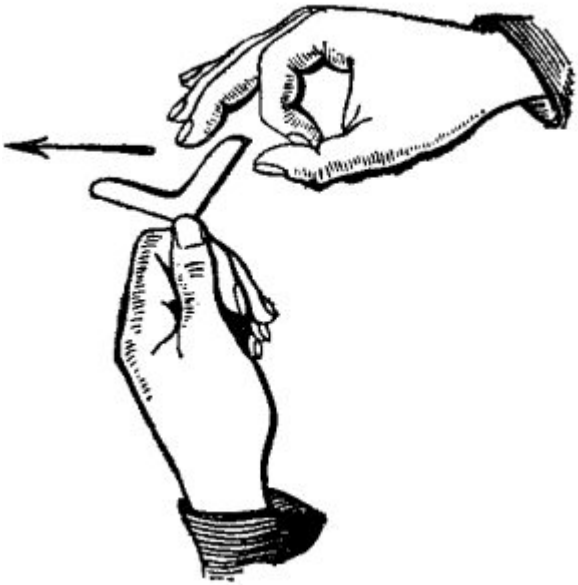


Рис. 18. Бумажный бумеранг и способ его метания

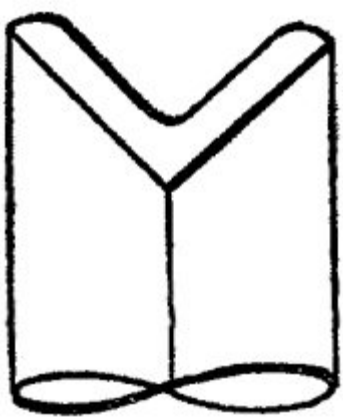


Рис. 19. Другая форма бумажного бумеранга (в натуральную величину)

Еще лучше удается опыт, если придать бумерангу размеры и форму, показанные на рис. 19 в натуральную величину. Полезно слегка изогнуть ветви бумеранга винтообразно (рис. 19, внизу). Такой бумеранг можно, при некотором навыке, заставить

описывать в воздухе сложные кривые и возвращаться в место его вылета.

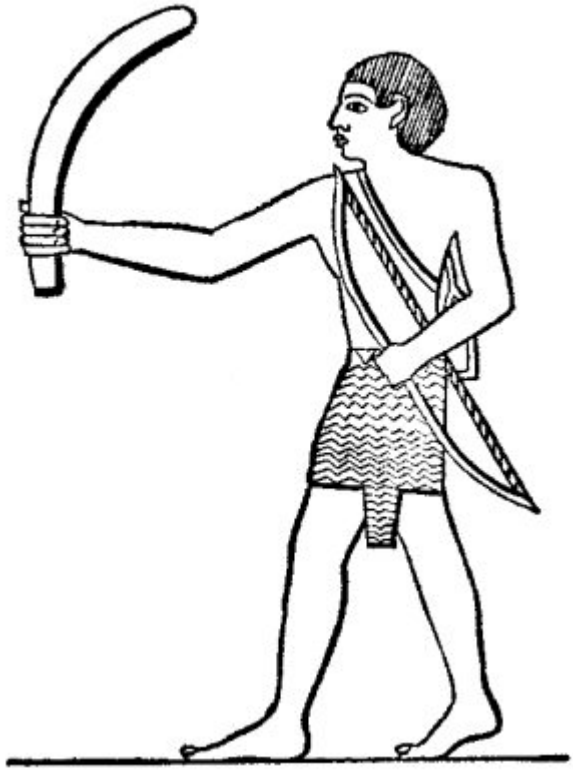


Рис. 20. Древнеегипетское изображение воина, мечущего бумеранг

В заключение заметим, что бумеранг вовсе не составляет, как обычно думают, исключительной особенности вооружения обитателей Австралии. Он употребляется в различных местах Индии и, судя по остаткам стенной живописи, был некогда обычным вооружением ассирийских воинов. В Древнем Египте и Нубии бумеранг также был известен. Единственное, что свойственно исключительно Австралии, – это слегка винтообразный изгиб, придаваемый бумерангу Вот почему австралийские бумеранги описывают замысловатые кривые и – в случае промаха – возвращаются обратно к ногам мечущего.

«Вечные двигатели»

О «вечном двигателе», «вечном движении» часто говорят и в прямом и в переносном смысле слова, но не все отдают себе отчет, что, собственно, надо подразумевать под этим выражением. Вечный двигатель – это такой воображаемый механизм, который безостановочно движет сам себя и, кроме того, совершает еще какую-нибудь полезную работу (например, поднимает груз). Такого механизма никто построить не смог, хотя попытки изобрести его делались уже давно. Бесплодность этих попыток привела к твердому убеждению в невозможности вечного двигателя и к установлению закона сохранения энергии – фундаментального утверждения современной науки. Что касается вечного движения, то под этим выражением подразумевается непрекращающееся движение без совершения работы.

На рис. 21 изображен мнимый самодвижущийся механизм – один из древнейших проектов вечного двигателя, иногда и теперь возрождаемый неудачливыми фанатиками этой идеи. К краям колеса прикреплены откидные палочки с грузами на концах. При всяком положении колеса грузы на правой его стороне будут откинуты дальше от центра, нежели на левой; эта половина, следовательно, должна всегда перетягивать левую и тем самым заставлять колесо вращаться. Значит, колесо должно вращаться вечно, по крайней мере до тех пор, пока не перетрется его ось. Так думал изобретатель. Между тем, если сделать такой двигатель, то он вращаться не будет. Почему же расчет изобретателя не оправдывается?

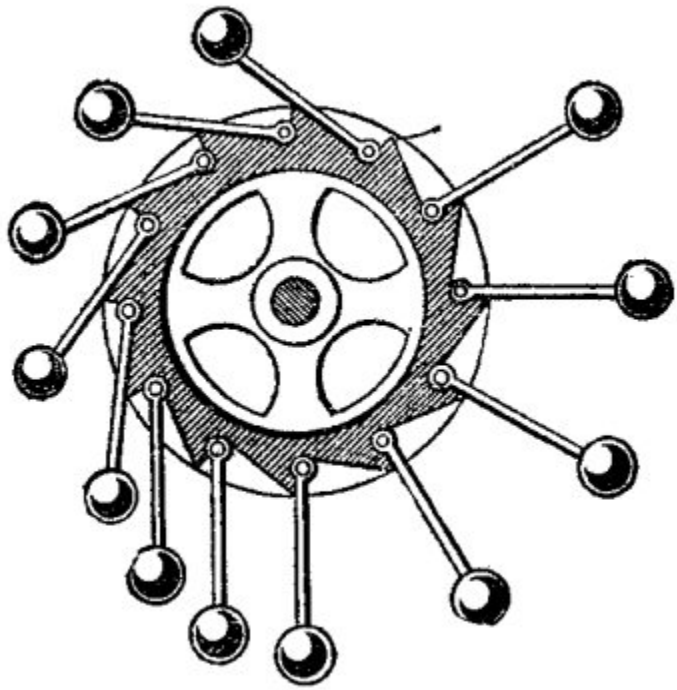


Рис. 21. Мнимое вечно движущееся колесо, придуманное в Средние века

Вот почему: хотя грузы на правой стороне всегда дальше от центра, но неизбежно такое положение, когда число этих грузов меньше, чем на левой. Взгляните на рис. 21: справа всего 4 груза, слева же – 8.

Оказывается, что вся система уравновешивается; естественно, что колесо вращаться не станет, а, сделав несколько качаний, остановится в таком положении.

Теперь доказано непреложно, что нельзя построить механизм, который вечно двигался бы сам собой, выполняя еще при этом какую-нибудь работу. Совершенно безнадежно трудиться над такой задачей. В прежнее время, особенно в Средние века, люди безуспешно ломали головы над ее разрешением и потратили на изобретение «вечного двигателя» (по латыни perpetuum mobile) много времени и труда. Обладание таким двигателем представлялось даже более заманчивым, чем искусство делать золото из дешевых металлов.

У Пушкина в «Сценах из рыцарских времен» выведен такой мечтатель в лице Бертольда.

«– Что такое perpetuum mobile? – спросил Мартын. – Perpetuum mobile, – отвечает ему Бертольд, – есть вечное движение. Если найду вечное движение, то я не вижу границ

творчеству человеческому… Видишь ли, добрый мой Мартын! Делать золото – задача заманчивая, открытие, может быть, любопытное и выгодное, но найти perpetuum mobile… О!..»

Были придуманы сотни «вечных двигателей», но ни один не двигался. В каждом случае, как и в нашем примере, изобретатель упускал из виду какое-нибудь обстоятельство, которое и разрушало все планы.

Вот еще образчик мнимого вечного двигателя: колесо с перекатывающимися в нем тяжелыми шариками (рис. 22). Изобретатель воображал, что шары на одной стороне колеса, находясь всегда ближе к краю, своим весом заставят колесо вертеться.

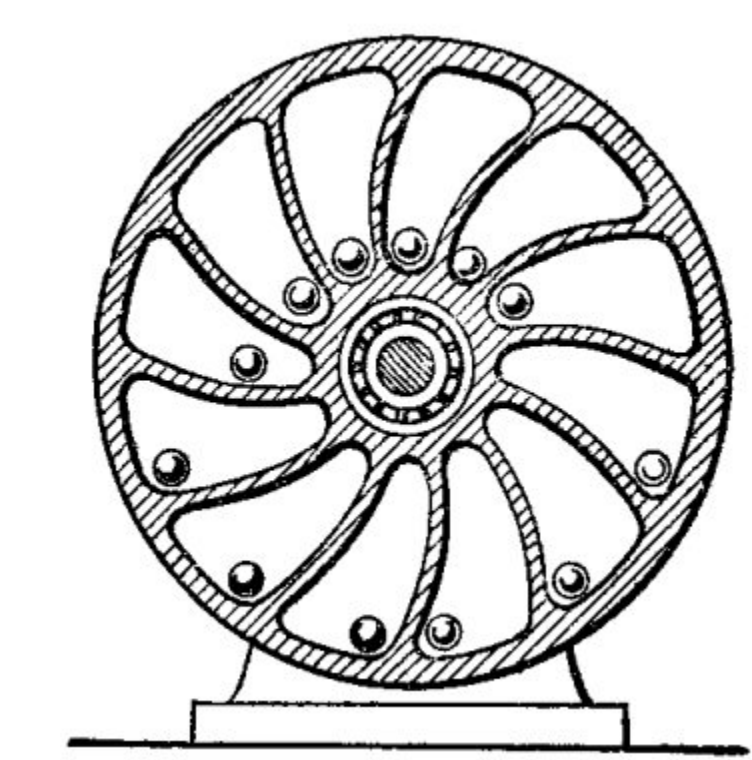


Рис. 22. Мнимый вечный двигатель с перекатывающимися шариками

Разумеется, этого не произойдет – по той же причине, как и с колесом, изображенным на рис. 21. Тем не менее в одном из городов Америки устроено было ради рекламных целей, для привлечения внимания публики к кафе, огромное колесо именно подобного рода (рис. 23). Конечно, этот «вечный двигатель» незаметно приводился в действие искусно скрытым посторонним механизмом, хотя зрителям казалось, что колесо двигают перекатывающиеся в прорезах тяжелые шары. В том же роде были

и другие мнимые образцы вечных двигателей, выставлявшиеся одно время в витринах часовых магазинов для привлечения публики: все они незаметно приводились в движение электрическим током.

Рис. 23. Мнимый вечный двигатель в городе Лос-Анджелесе (Калифорния), устроенный ради рекламы

Один рекламный «вечный двигатель» доставил мне однажды немало хлопот. Мои ученики-рабочие были им настолько поражены, что оставались холодны к моим доказательствам невозможности вечного двигателя. Вид шариков, которые, перекатываясь, вращали колесо и тем же колесом поднимались

вверх, убеждал их сильнее моих доводов; они не хотели верить, что мнимое механическое чудо приводится в действие электрическим током от городской сети. Выручило меня то, что в выходные дни ток тогда не подавался. Зная это, я посоветовал слушателям наведаться к витрине в эти дни. Они последовали моему совету.

– Ну, что, видели двигатель? – спросил я.

– Нет, – ответили мне сконфуженно. – Его не видно: прикрыт газетой…

Закон сохранения энергии вновь завоевал у них доверие и более уже не утрачивал его.

«Зацепочка»

Немало русских изобретателей-самоучек трудилось над разрешением заманчивой проблемы «вечного двигателя». Один из них, крестьянин-сибиряк Александр Щеглов, описан у М.Е. Щедрина в повести «Современная идиллия» под именем «мещанина Презентова». Вот как рассказывает Щедрин о посещении мастерской этого изобретателя:

«Мещанин Презентов был человек лет тридцати пяти, худой, бледный, с большими задумчивыми глазами и длинными волосами, которые прямыми прядями спускались к шее. Изба была у него достаточно просторная, но целая половина ее была занята большим маховым колесом, так что наше общество с трудом в ней разместилось. Колесо было сквозное, со спицами. Обод его, довольно объемистый, сколочен был из тесин, наподобие ящика, внутри которого была пустота. В этой-то пустоте и помещался механизм, составлявший секрет изобретателя. Секрет, конечно, не особенно мудрый, вроде мешков, наполненных песком, которым предоставлялось взаимно друг друга уравновешивать. Сквозь одну из спиц была продета палка, которая удерживала колесо в состоянии неподвижности.

– Слышали мы, что вы закон вечного движения к практике применили? – начал я.

– Не знаю, как доложить, – ответил он сконфуженно, – кажется, словно бы…

– Можно взглянуть?

– Помилуйте! За счастье…

Он подвел нас к колесу, потом обвел кругом. Оказалось, что и спереди и сзади – колесо.

– Вертится?

– Должно бы, кажется, вертеться. Капризится будто…

– Можно отнять запорку?

Презентов вынул палку – колесо не шелохнулось.

– Капризится! – повторил он, – надо импет дать.

Он обеими руками схватился за обод, несколько раз повернул его вверх и вниз и, наконец, с силой раскачал и пустил, – колесо завертелось. Несколько оборотов оно сделало довольно быстро и плавно, – слышно было, однако ж, как внутри обода мешки с песком то напирают на перегородки, то отваливаются от них; потом начало вертеться тише, тише; послышался треск, скрип, и, наконец, колесо совсем остановилось.

– Зацепочка, стало быть, – сконфуженно объяснил изобретатель и опять напрягся и размахал колесо. Но во второй

раз повторилось то же самое.

– Трения, может быть, в расчет не приняли?

– И трение в расчете было… Что трение? Не от трения это, а так… Иной раз словно порадует, а потом вдруг… закапризничает, заупрямится – и шабаш. Кабы колесо из настоящего материалу было сделано, а то так, обрезки кой-какие».

Конечно, дело тут не в «зацепочке» и не в «настоящем материале», а в ложности основной идеи механизма. Колесо немного вертелось от «импета» (толчка), который дан был ему изобретателем, но неизбежно должно было остановиться, когда сообщенная извне энергия истощилась на преодоление трения.

Аккумулятор Уфимцева

Насколько легко впасть в ошибку, если о «вечном» движении судить только по внешнему виду, показывал так называемый аккумулятор механической энергии Уфимцева. Курский изобретатель А. Г. Уфимцев создал новый тип ветросиловой станции с дешевым «инерционным» аккумулятором, устроенным по типу махового колеса. В 1920 г. Уфимцевым построена была модель его аккумулятора в виде диска, вращающегося на вертикальной оси с шариковым подшипником, в кожухе, из которого выкачан воздух. Будучи разогнан до 20 ООО оборотов в минуту, диск сохранял вращение в течение пятнадцати суток! Глядя на вал такого диска, целыми днями вращающийся без притока энергии извне, поверхностный наблюдатель мог заключить, что перед ним реальное осуществление вечного движения.

«Чудо и не чудо»

Безнадежная погоня за «вечным» двигателем многих людей сделала глубоко несчастными. Я знал рабочего, тратившего все свои заработки и сбережения на изготовление модели «вечного» двигателя и дошедшего вследствие этого до полной нищеты. Он сделался жертвой своей неосуществимой идеи. Полуодетый, всегда голодный, он просил у всех дать ему средства для постройки «окончательной модели», которая уже «непременно будет двигаться». Грустно было сознавать, что этот человек подвергался лишениям единственно лишь вследствие плохого знания элементарных основ физики.

Любопытно, что если поиски «вечного» двигателя всегда оказывались бесплодными, то, напротив, глубокое понимание его невозможности приводило нередко к плодотворным открытиям.

Прекрасным примером может служить тот способ, с помощью которого Стевин, замечательный голландский ученый конца XVI и начала XVII века, открыл закон равновесия сил на наклонной плоскости. Этот математик заслуживает гораздо большей известности, нежели та, какая выпала на его долю, потому что он сделал много важных открытий, которыми мы теперь постоянно пользуемся: изобрел десятичные дроби, ввел в алгебру употребление показателей, открыл гидростатический закон, впоследствии вновь открытый Паскалем.

Закон равновесия сил на наклонной плоскости он открыл, не опираясь на правило параллелограмма сил, единственно лишь с помощью чертежа, который здесь воспроизведен (рис. 24). Через трехгранную призму перекинута цепь из 14 одинаковых шаров. Что произойдет с этой цепью? Нижняя часть, свисающая гирляндой, уравновешивается сама собой. Но остальные две части цепи – уравновешивают ли друг друга? Иными словами: правые два шара уравновешиваются ли левыми четырьмя? Конечно, да, – иначе цепь сама собой вечно бежала бы справа налево, потому что на место соскользнувших шаров всякий раз помещались бы другие и равновесие никогда бы не восстанавливалось. Но так как мы знаем, что цепь, перекинутая указанным образом, вовсе не движется сама собой, то, очевидно, два правых шара действительно уравновешиваются четырьмя левыми. Получается словно чудо: два шара тянут с такой же силой, как и четыре.

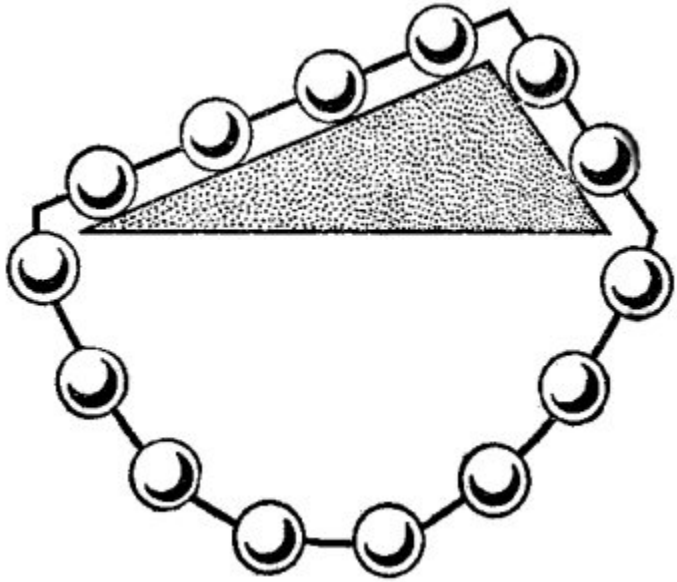


Рис. 24. «Чудо и не чудо»

Из этого мнимого чуда Стевин вывел важный закон механики. Он рассуждал так. Обе цепи – и длинная и короткая – весят различно: одна цепь тяжелее другой во столько же раз, во сколько раз длинная грань призмы длиннее короткой. Отсюда вытекает, что и вообще два груза, связанных шнуром, уравновешивают друг друга на наклонных плоскостях, если веса их пропорциональны длинам этих плоскостей.

В частном случае, когда короткая плоскость отвесна, мы получаем известный закон механики: чтобы удержать тело на наклонной плоскости, надо действовать в направлении этой плоскости силой, которая во столько раз меньше веса тела, во сколько раз длина плоскости больше ее высоты.

Так, исходя из мысли о невозможности вечного двигателя, сделано было важное открытие в механике.

Еще «вечные двигатели»

На рис. 25 вы видите тяжелую цепь, перекинутую через колеса так, что правая ее половина при всяком положении должна быть длиннее левой.

Следовательно, – рассуждал изобретатель, – она должна перевешивать и безостановочно падать вниз, приводя в движение весь механизм. Так ли это?

Конечно, нет. Мы сейчас видели, что тяжелая цепь может уравновешиваться легкой, если силы увлекают их под разными углами. В рассматриваемом механизме левая цепь натянута отвесно, правая же расположена наклонно, а потому она, хотя и тяжелее, все же не перетягивает левую. Ожидаемого «вечного» движения здесь получиться не может.

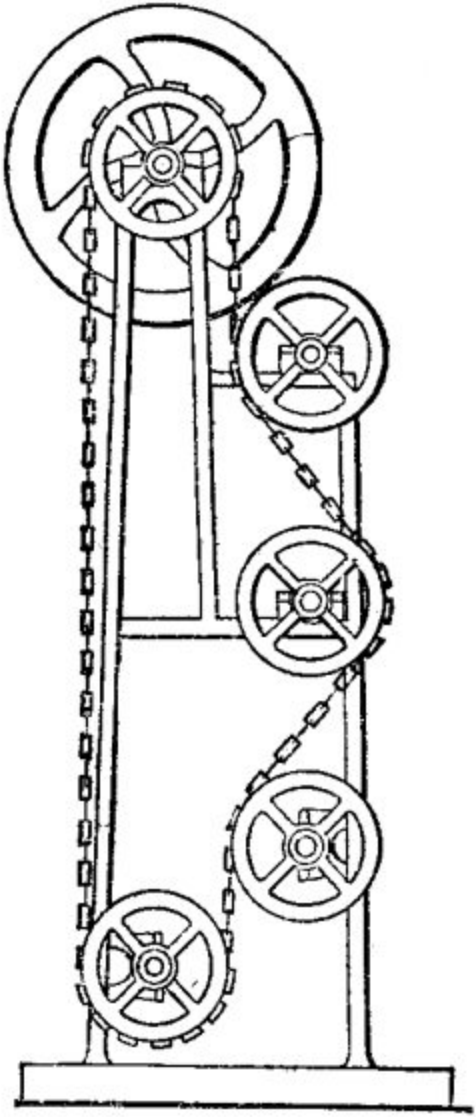


Рис. 25. Вечный ли это двигатель?

Пожалуй, остроумнее всех поступил некий изобретатель «вечного» двигателя, показывавший свое изобретение в шестидесятых годах XIX века на Парижской выставке. Двигатель состоял из большого колеса с перекатывавшимися в нем шарами, причем изобретатель утверждал, что никому не удастся задержать движение колеса. Посетители один за другим пытались остановить колесо, – но оно немедленно же возобновляло вращение, как только отнимали руки. Никто не догадывался, что колесо вращается именно благодаря стараниям посетителей остановить его; толкая его назад, они тем самым заводили пружину искусно скрытого механизма…

«Вечный двигатель» времен Петра I

Сохранилась оживленная переписка, которую вел в 1715–1722 гг. Петр I по поводу приобретения в Германии вечного двигателя, придуманного неким доктором Орфиреусом. Изобретатель, прославившийся на всю Германию своим «самодвижущимся колесом», соглашался продать царю эту машину лишь за огромную сумму. Ученый библиотекарь Шумахер, посланный Петром на Запад для собирания редкостей, так доносил царю о притязаниях Орфиреуса, с которым он вел переговоры о покупке:

«Последняя речь изобретателя была: на одной стороне положите 100 000 ефимков [6] , а на другой я положу машину».

О самой же машине изобретатель, по словам библиотекаря, говорил, что она «верна есть, и никто же оную похулить может, разве из злонравия, и весь свет наполнен злыми людьми, которым верить весьма невозможно».

В январе 1725 г. Петр собирался в Германию, чтобы лично осмотреть «вечный двигатель», о котором так много говорили, но смерть помешала царю выполнить его намерение.

Кто же был этот таинственный доктор Орфиреус и что представляла собой его «знатная машина»? Мне удалось разыскать сведения и о том и о другой.

Настоящая фамилия Орфиреуса была Беслер. Он родился в Германии в 1680 г., изучал богословие, медицину, живопись и, наконец, занялся изобретением «вечного» двигателя. Из многих тысяч таких изобретателей Орфиреус – самый знаменитый и, пожалуй, самый удачливый. До конца дней своих (умер в 1745 г.) он жил в довольстве на доходы, которые получал, показывая свою машину.

На прилагаемом рис. 26, заимствованном из старинной книги, изображена машина Орфиреуса, какой она была в 1714 г. Вы видите большое колесо, которое будто бы не только вращалось само собой, но и поднимало при этом тяжелый груз на значительную высоту

Слава о чудесном изобретении, которое ученый доктор показывал сначала на ярмарках, быстро разнеслась по Германии, и Орфиреус вскоре приобрел могущественных покровителей. Им заинтересовался польский король, затем ландграф Гессен-Кассельский. Последний предоставил изобретателю свой замок и всячески испытывал машину.

Так, в 1717 г., 12 ноября, двигатель, находившийся в уединенной комнате, был приведен в действие; затем комната

была заперта на замок, опечатана и оставлена под бдительным караулом двух гренадеров.

Четырнадцать дней никто не смел даже приближаться к комнате, где вращалось таинственное колесо. Лишь 26 ноября печати были сняты; ландграф со свитой вошел в помещение. И что же? Колесо все еще вращалось «с неослабевающей быстротой»… Машину остановили, тщательно осмотрели, затем опять пустили в ход. В течение сорока дней помещение снова оставалось запечатанным; сорок суток караулили у дверей гренадеры. И когда 4 января 1718 г. печати были сняты, экспертная комиссия нашла колесо в движении!

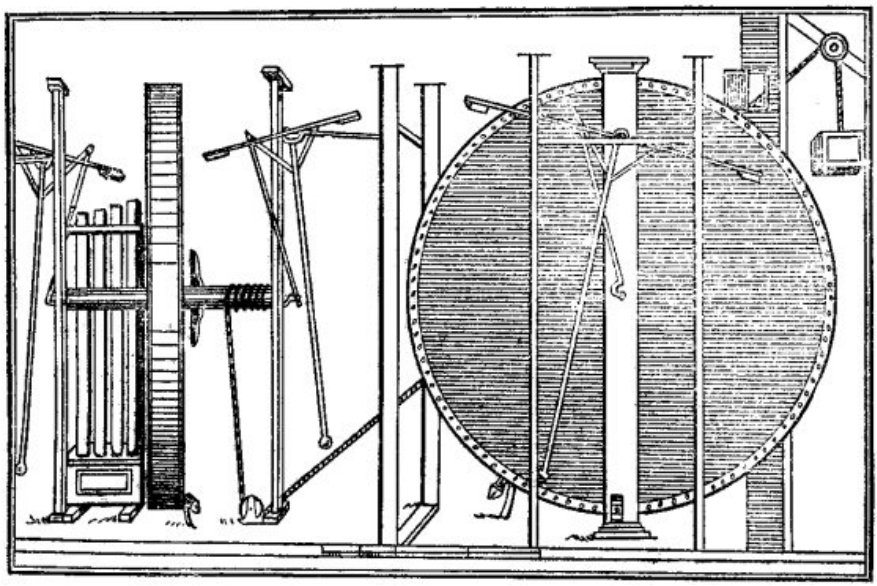


Рис. 26. Самодвижущееся колесо Орфиреуса, едва не приобретенное Петром I (со старинного рисунка)

Ландграф и этим не удовольствовался: сделан был третий опыт – двигатель запечатан был на целых два месяца. И все-таки по истечении срока его нашли движущимся!

Изобретатель получил от восхищенного ландграфа официальное удостоверение в том, что его «вечный двигатель» делает 50 оборотов в минуту, способен поднять 16 кг на высоту 1,5 м, а также может приводить в действие кузнечный мех и точильный станок. С этим удостоверением Орфиреус и странствовал по Европе. Вероятно, он получал порядочный доход, если соглашался уступить свою машину Петру I не менее чем за 100 000 рублей.

Весть о столь изумительном изобретении доктора Орфиреуса быстро разнеслась по Европе, проникнув далеко за пределы

Германии. Дошла она и до Петра, сильно заинтересовав падкого до всяких «хитрых махин» царя.

Петр обратил внимание на колесо Орфиреуса еще в 1715 г., во время своего пребывания за границей, и тогда же поручил А. И. Остерману, известному дипломату, познакомиться с этим изобретением поближе; последний вскоре прислал подробный доклад о двигателе, хотя самой машины ему не удалось видеть. Петр собирался даже пригласить Орфиреуса, как выдающегося изобретателя, к себе на службу и поручил запросить о нем мнение Христиана Вольфа, известного философа того времени (учителя Ломоносова).

Знаменитый изобретатель отовсюду получал лестные предложения. Великие мира сего осыпали его высокими милостями; поэты слагали оды и гимны в честь его чудесного колеса. Но были и недоброжелатели, подозревавшие здесь искусный обман. Находились смельчаки, которые открыто обвиняли Орфиреуса в плутовстве; предлагалась премия в 1000 марок тому, кто разоблачит обман. В одном из памфлетов, написанных с обличительной целью, мы находим рисунок, воспроизведенный здесь (рис. 27). Тайна «вечного двигателя», по мнению разоблачителя, кроется просто в том, что искусно спрятанный человек тянет за веревку, намотанную, незаметно для наблюдателей, на часть оси колеса, скрытую в стойке.

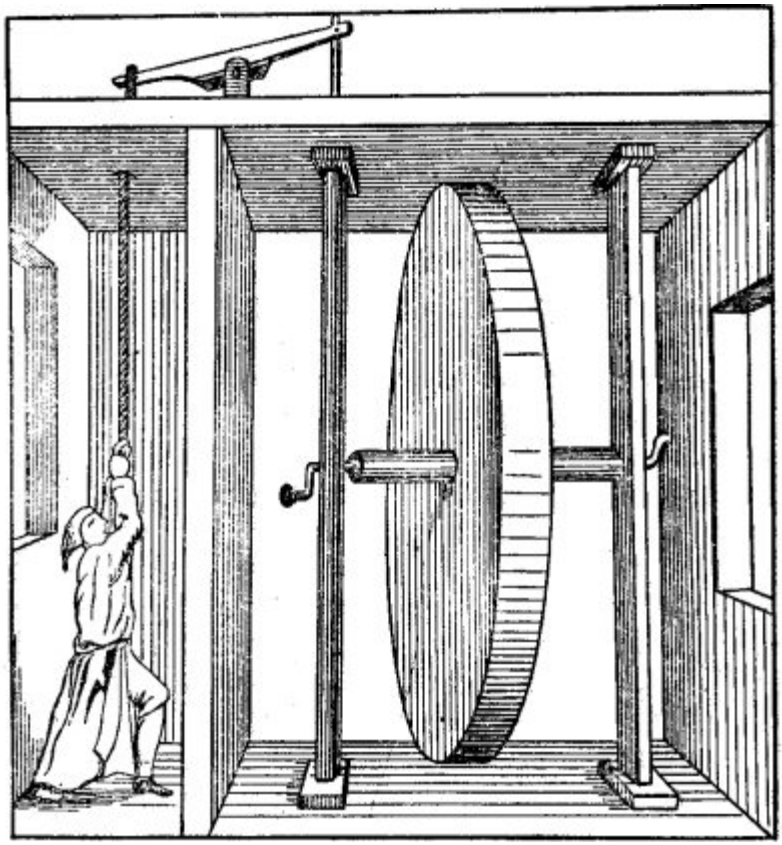


Рис. 27. Разоблачение секрета колеса Орфиреуса (со старинного рисунка)

Тонкое плутовство было раскрыто случайно только потому, что ученый доктор поссорился со своей женой и служанкой, посвященными в его тайну. Не случись этого, мы, вероятно, до сих пор оставались бы в недоумении относительно «вечного двигателя», наделавшего столько шума. Оказывается, «вечный двигатель» действительно приводился в движение спрятанными людьми, незаметно дергавшими за тонкий шнурок. Этими людьми были брат изобретателя и его служанка.

Разоблаченный изобретатель не сдавался; он упорно утверждал до самой смерти, что жена и прислуга донесли на него по злобе. Но доверие к нему было подорвано. Недаром он твердил посланцу Петра, Шумахеру, о людском злонравии и о том, что «весь свет наполнен злыми людьми, которым верить весьма невозможно».

Во времена Петра I славился в Германии еще и другой «вечный двигатель» – некоего Гертнера. Шумахер писал об этой машине следующее: «Господина Гертнера Perpetuum mobile, которое я в Дрездене видел, состоит из холста, песком засыпанного, и в

образе точильного камня сделанной машины, которая назад и вперед сама от себя движется, но, по словам господина инвентора (изобретателя), не может весьма велика сделаться». Без сомнения, и этот двигатель не достигал своей цели и в лучшем случае представлял собой замысловатый механизм с искусно скрытым, отнюдь не «вечным» живым двигателем. Вполне прав был Шумахер, когда писал Петру, что французские и английские ученые «ни во что почитают все оные перепетуи мобилес и сказывают, что оное против принципиев математических».

Чего не знали древние

Жители современного Рима до сих пор пользуются остатками водопровода, построенного еще древними: солидно возводили римские рабы водопроводные сооружения.

Не то приходится сказать о познаниях римских инженеров, руководивших этими работами; они явно недостаточно были знакомы с основами физики. Взгляните на прилагаемый рис. 28, воспроизведенный с картины Германского музея в Мюнхене. Вы видите, что римский водопровод прокладывался не в земле, а над ней, на высоких каменных столбах. Для чего это делалось? Разве не проще было прокладывать в земле трубы, как делается теперь? Конечно, проще, но римские инженеры того времени имели весьма смутное представление о законах сообщающихся сосудов. Они опасались, что в водоемах, соединенных очень длинной трубой, вода не установится на одинаковом уровне. Если трубы проложены в земле, следуя уклонам почвы, то в некоторых участках вода ведь должна течь вверх, – и вот римляне боялись, что вода вверх не потечет. Поэтому они обычно придавали водопроводным трубам равномерный уклон вниз на всем их пути (а для этого требовалось нередко либо вести воду в обход, либо возводить высокие арочные подпоры). Одна из римских труб, Аква Марциа, имеет в длину 100 км, между тем как прямое расстояние между ее концами вдвое меньше. Полсотни километров каменной кладки пришлось проложить из-за незнания элементарного закона физики!

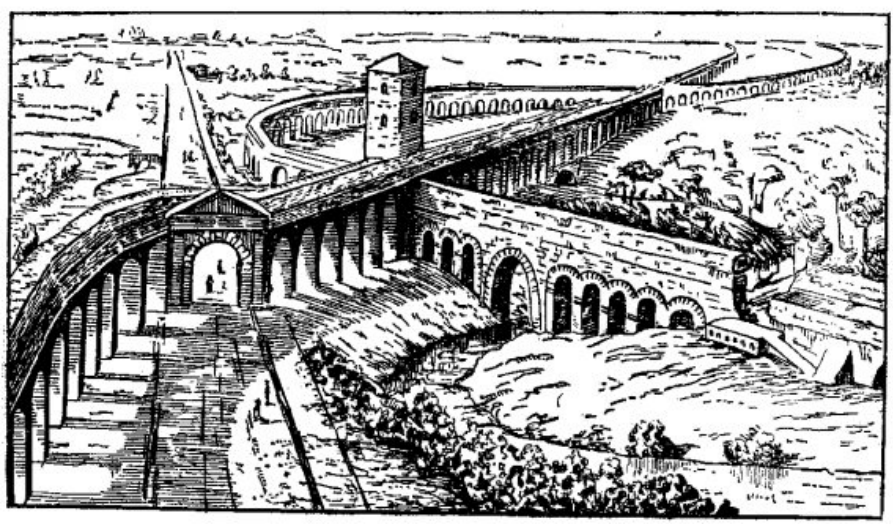


Рис. 28. Водопроводные сооружения древнего Рима в их первоначальном виде

Жидкости давят… вверх!

О том, что жидкости давят вниз, на дно сосуда, и вбок, на стенки, знают даже и те, кто никогда не изучал физики. Но что они давят и *вверх,* многие даже не подозревают. Обыкновенное ламповое стекло поможет убедиться, что такое давление действительно существует. Вырежьте из плотного картона кружок таких размеров, чтобы он закрывал отверстие лампового стекла. Приложите его к краям стекла и погрузите в воду, как показано на рис. 29. Чтобы кружок не отпадал при погружении, его можно придерживать ниткой, протянутой через его центр, или просто прижать пальцем. Погрузив стекло до определенной глубины, вы заметите, что кружок хорошо держится и сам, не прижимаемый ни давлением пальца, ни натяжением нитки: его подпирает вода, надавливающая на него снизу вверх.

Рис. 29. Простой способ убедиться, что жидкость давит снизу вверх

Вы можете даже измерить величину этого давления вверх. Наливайте осторожно в стекло воду; как только уровень ее внутри стекла приблизится к уровню в сосуде, кружок отпадает. Значит, давление воды на кружок снизу уравновешивается давлением на

него сверху столба воды, высота которого равна глубине кружка под водой. Таков закон давления жидкости на всякое погруженное тело. Отсюда, между прочим, происходит и та «потеря» веса в жидкостях, о которой говорит знаменитый закон Архимеда.

Имея несколько ламповых стекол разной формы, но с одинаковыми отверстиями, вы сможете проверить и другой закон, относящийся к жидкостям, именно: давление жидкости на дно сосуда зависит только от площади дна и высоты уровня, от формы же сосуда оно совершенно не зависит. Проверка будет состоять в том, что вы проделаете описанный сейчас опыт с разными стеклами, погружая их на одну и ту же глубину (для чего надо предварительно приклеить к стеклам бумажные полоски на равной высоте).

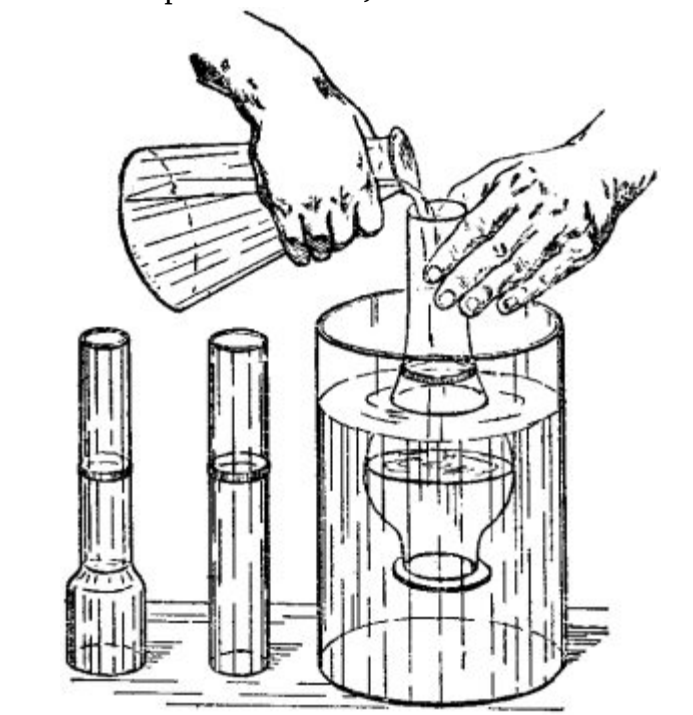


Рис. 30. Давление жидкости на дно сосуда зависит только от площади дна и от высоты уровня жидкости. На рисунке показано, как проверить это правило

Вы заметите, что кружок всякий раз будет отпадать при одном и том же уровне воды в стеклах (рис. 30). Значит, давление водяных столбов различной формы одинаково, если только одинаковы их основание и высота. Обратите внимание на то, что здесь важна именно *высота,* а не *длина,* потому что длинный наклонный столб давит на дно совершенно так же, как и короткий отвесный столб одинаковой с ним *высоты* (при равных

площадях оснований).

Что тяжелее?

На одну чашку весов поставлено ведро, до краев наполненное водой. На другую – точно такое же ведро, *тоже полное до краев,* но в нем плавает кусок дерева (рис. 31). Какое ведро перетянет?

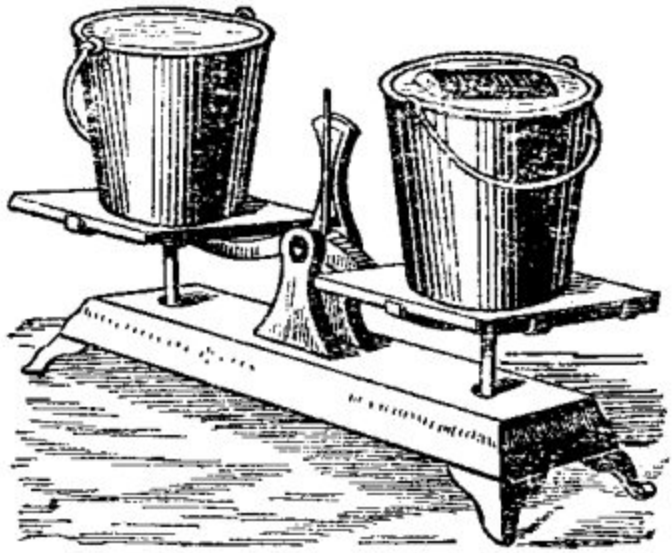


Рис. 31. Оба ведра одинаковы и наполнены водой до краев; в одном плавает кусок дерева. Которое перетянет?

Я пробовал задавать эту задачу разным лицам и получал разноречивые ответы. Одни отвечали, что должно перетянуть то ведро, в котором плавает дерево, потому что «кроме воды, в ведре есть еще и дерево». Другие – что, наоборот, перетянет первое ведро, «так как вода тяжелее дерева».

Но ни то, ни другое не верно: оба ведра имеют *одинаковый вес.* Во втором ведре, правда, воды меньше, нежели в первом, потому что плавающий кусок дерева вытесняет некоторый ее объем. Но, по закону плавания, всякое *плавающее* тело вытесняет своей погруженной частью ровно *столько жидкости* (по весу), *сколько весит все это тело.* Вот почему весы и должны оставаться в равновесии.

Решите теперь другую задачу. Я ставлю на весы стакан с водой и рядом кладу гирьку. Когда весы *уравновешены* гирями на чашке, я роняю гирьку в стакан с водой. Что сделается с весами?

По закону Архимеда, гирька в воде становится легче, чем была вне воды. Можно, казалось бы, ожидать, что чашка весов со стаканом поднимется. Между тем в действительности весы останутся в равновесии. Как это объяснить?

Гирька в стакане вытеснила часть воды, которая оказалась выше первоначального уровня; вследствие этого увеличивается давление на дно сосуда, так что дно испытывает добавочную силу, равную потере веса гирькой.

Естественная форма жидкости

Мы привыкли думать, что жидкости не имеют никакой *собственной* формы. Это неверно. Естественная форма всякой жидкости – шар. Обычно сила тяжести мешает жидкости принимать эту форму, и жидкость либо растекается тонким слоем, если разлита без сосуда, либо же принимает форму сосуда, если налита в него.

Находясь внутри другой жидкости такого же удельного веса, жидкость по закону Архимеда «теряет» свой вес: она словно ничего не весит, тяжесть на нее не действует – и тогда жидкость принимает свою естественную, шарообразную форму.

Прованское масло плавает в воде, но тонет в спирте. Можно поэтому приготовить такую смесь из воды и спирта, в которой масло не тонет и не всплывает. Введя в эту смесь немного масла посредством шприца, мы увидим странную вещь: масло собирается в большую круглую каплю, которая не всплывает и не тонет, а висит неподвижно [7] (рис. 32).

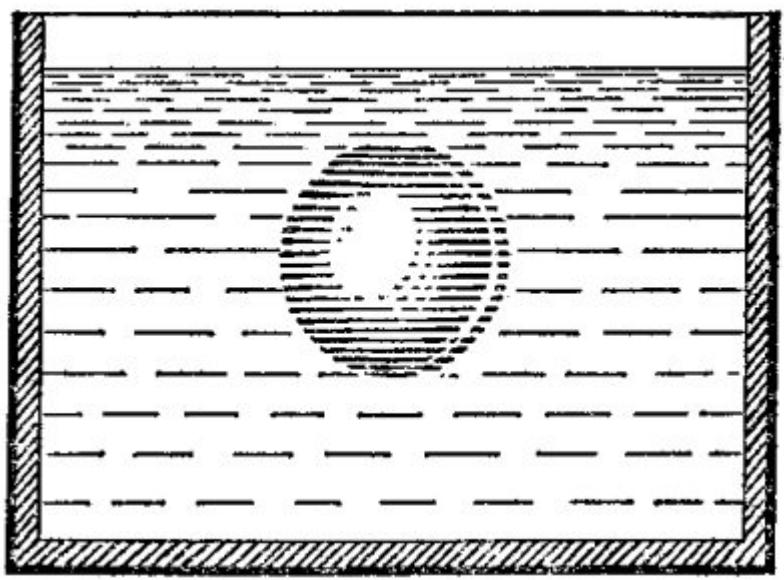


Рис. 32. Масло внутри сосуда с разбавленным спиртом собирается в шар, который не тонет и не всплывает (опыт Плато)

Опыт надо проделывать терпеливо и осторожно, иначе получится не одна большая капля, а несколько шариков поменьше. Но и в таком виде опыт достаточно интересен.

Это, однако, еще не все. Пропустив через центр жидкого масляного шара длинный деревянный стерженек или проволоку,

вращают их. Масляный шар принимает участие в этом вращении. (Опыт удается лучше, если насадить на ось небольшой смоченный маслом картонный кружочек, который весь оставался бы внутри шара.) Под влиянием вращения шар начинает сначала сплющиваться, а затем через несколько секунд отделяет от себя кольцо (рис. 33). Разрываясь на части, кольцо это образует не бесформенные куски, а новые шарообразные капли, которые продолжают кружиться около центрального шара.

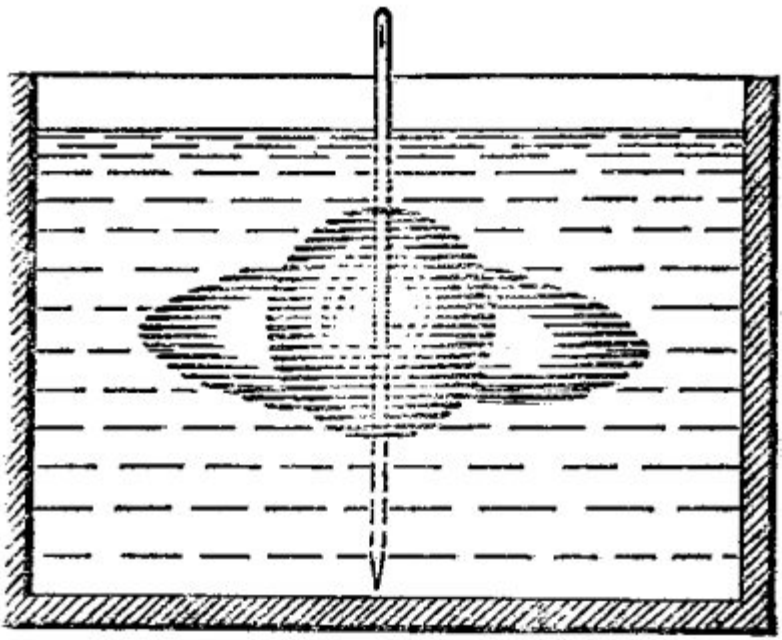


Рис. 33. Если масляный шар в спирте быстро вращать при помощи воткнутого в него стерженька, от шара отделяется кольцо

Впервые этот поучительный опыт произвел бельгийский физик Плато. Здесь описан опыт Плато в его классическом виде. Гораздо легче и не менее поучительно произвести его в ином виде. Маленький стакан споласкивают водой, наполняют прованским маслом и ставят на дно большого стакана; в последний наливают осторожно столько спирта, чтобы маленький стакан был весь в него погружен. Затем по стенке большого стакана из ложечки осторожно доливают понемногу воду Поверхность масла в маленьком стакане становится выпуклой; выпуклость постепенно возрастает и при достаточном количестве подлитой воды поднимается из стакана, образуя шар довольно значительных размеров, висящий внутри смеси спирта и воды (рис. 34).

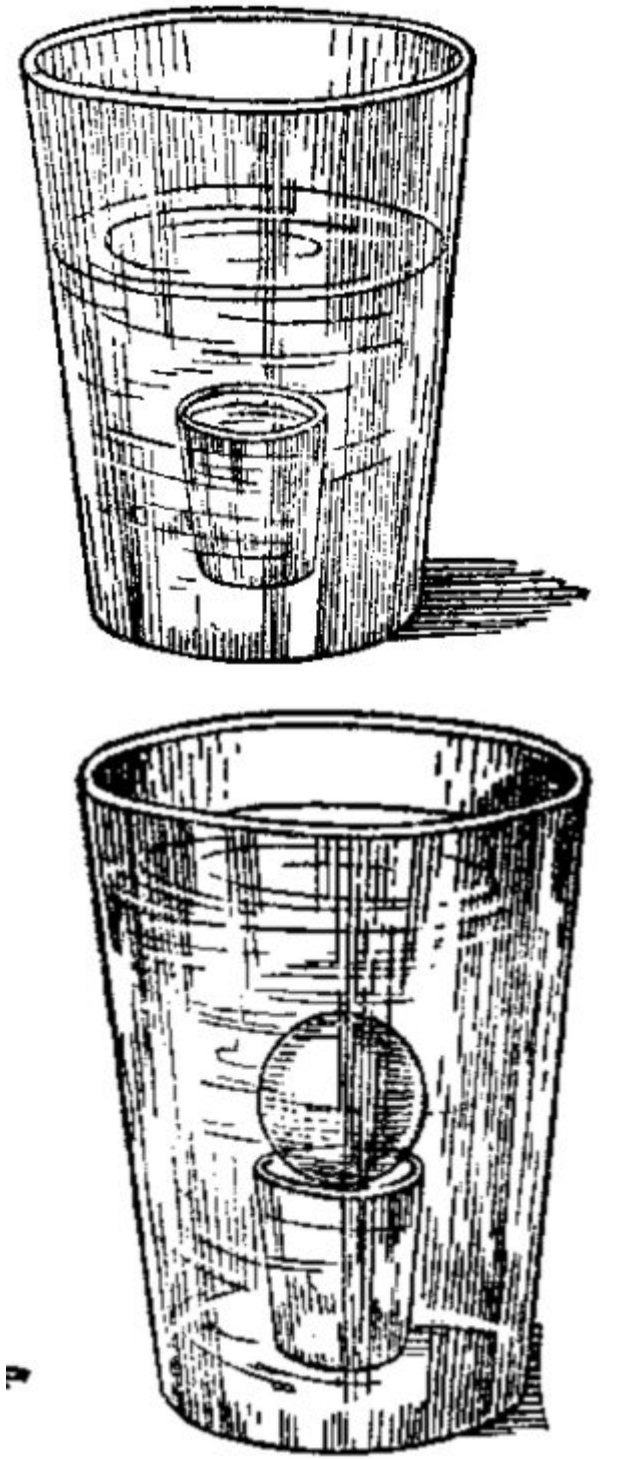


Рис. 34. Упрощение опыта Плато

За неимением спирта можно проделать этот опыт с анилином

– жидкостью, которая при обыкновенной температуре тяжелее воды, а при 75–85 °С легче ее. Нагревая воду, мы можем, следовательно, заставить анилин плавать внутри нее, причем он принимает форму большой шарообразной капли. При комнатной температуре капля анилина уравновешивается в растворе соли [8] .

Почему дробь круглая?

Сейчас мы говорили о том, что всякая жидкость, освобожденная от действия тяжести, принимает свою естественную форму – шарообразную. Если вспомните о невесомости падающего тела и примете в расчет, что в самом начале падения можно пренебречь ничтожным сопротивлением воздуха [9] , то сообразите, что падающие порции жидкости также должны принимать форму шаров. И действительно, падающие капли дождя имеют форму шариков. Дробинки – не что иное, как застывшие капли расплавленного свинца, который при заводском способе изготовления заставляют падать каплями с большой высоты в холодную воду: там они затвердевают в форме совершенно правильных шариков.

Так отлитая дробь называется «башенной», потому что при отливке ее заставляют падать с верхушки высокой «дроболитейной» башни (рис. 35). Башни дроболитейного завода – металлической конструкции и достигают в высоту 45 м; в самой верхней части располагается литейное помещение с плавильными котлами, внизу – бак с водой. Отлитая дробь подлежит еще сортировке и отделке. Капля расплавленного свинца застывает в дробинку еще во время падения; бак с водой нужен лишь для того, чтобы смягчить удар дробинки при падении и предотвратить искажение ее шарообразной формы. (Дробь диаметром больше 6 мм, так называемая картечь, изготовляется иначе: вырубкой из проволоки кусочков, потом обкатываемых.)

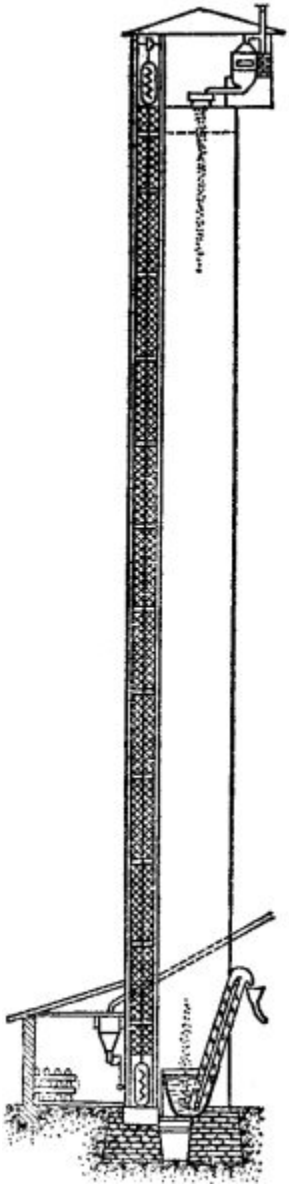


Рис. 35. Башня дроболитейного завода

«Бездонный» бокал

Вы налили воды в бокал до краев. Он полон. Возле бокала лежат булавки. Может быть, для одной-двух булавок еще найдется место в бокале? Попробуйте.

Начните бросать булавки и считайте их. Бросать надо осмотрительно: бережно погружайте острие в воду и затем осторожно выпускайте булавку из руки, без толчка или давления, чтобы сотрясением не расплескать воды. Одна, две, три булавки упали на дно – уровень воды остался неизменным. Десять, двадцать, тридцать булавок… Жидкость не выливается. Пятьдесят, шестьдесят, семьдесят… Целая сотня булавок лежит на дне, а вода из бокала все еще не выливается (рис. 36).

Рис. 36. Поразительный опыт с булавками в бокале воды

Не только не выливается, но даже и не поднялась сколько-нибудь заметным образом над краями. Продолжайте добавлять булавки. Вторая, третья, четвертая сотня булавок очутилась в сосуде – и ни одна капля не перелилась через край; но теперь уже видно, как поверхность воды вздулась, возвышаясь немного над краями бокала. В этом вздутии вся разгадка непонятного явления. Вода мало смачивает стекло, если оно хотя немного загрязнено жиром; края же бокала – как и вся употребляемая нами посуда – неизбежно покрывается следами жира от прикосновения пальцев. Не смачивая краев, вода, вытесняемая булавками из бокала, образует выпуклость. Вздутие незначительно на глаз, но если дадите себе труд вычислить объем одной булавки и сравните его с объемом той выпуклости, которая слегка вздулась над краями бокала, вы убедитесь, что первый объем в сотни раз меньше второго, и оттого в «полном» бокале может найтись место еще для нескольких сотен булавок. Чем шире посуда, тем больше булавок она способна вместить, потому что тем больше объем вздутия.

Сделаем для ясности примерный подсчет. Длина булавки – около 25 мм, толщина ее – полмиллиметра. Объем такого цилиндра нетрудно вычислить по известной формуле геометрии

$$\left(\frac{\pi d^2 h}{4}\right)$$

; он равен 5 куб. мм.

Вместе с головкой объем булавки не превышает 5,5 куб. мм. Теперь подсчитаем объем водяного слоя, возвышающегося над краями бокала. Диаметр бокала 9 см = 90 мм. Площадь такого круга равна около 6400 кв. мм. Считая, что толщина поднявшегося слоя только 1 мм, имеем для его объема 6400 куб. мм; это больше объема булавки в 1200 раз. Другими словами, «полный» бокал воды может принять еще свыше тысячи булавок! И действительно, осторожно опуская булавки, можно погрузить их целую тысячу, так что для глаз они словно займут весь сосуд и будут даже выступать над его краями, а вода все-таки еще не будет выливаться.

Любопытная особенность керосина

Кому приходилось иметь дело с керосиновой лампой, тот, вероятно, знаком с досадными неожиданностями, обусловленными одной особенностью керосина. Вы наполняете резервуар, вытираете его снаружи досуха, а через час находите его снова мокрым.

Дело в том, что вы недостаточно плотно завинтили горелку и керосин, стремясь растечься по стеклу, выполз на наружную поверхность резервуара. Если желаете оградить себя от подобных «сюрпризов», вы должны возможно плотнее завинчивать горелку [10] .

Эта ползучесть керосина весьма неприятным образом ощущается на судах, машины которых потребляют керосин (или нефть). На подобных судах, если не приняты меры, положительно невозможно перевозить никакие товары, кроме тех же керосина или нефти, потому что жидкости эти, выползая из баков через незаметные скважины, растекаются не только по металлической поверхности самих баков, но проникают решительно всюду, даже в одежду пассажиров, сообщая всем предметам свой неистребимый запах. Попытки бороться с этим злом остаются часто безрезультатными.

Английский юморист Джером не очень преувеличивал, когда в повести «Трое в одной лодке» рассказывал о керосине следующее:

«Я не знаю вещества, более способного просачиваться всюду, чем керосин. Мы держали его на носу лодки, а он оттуда просочился на другой конец, пропитав своим запахом все, что попадалось ему по пути. Просачиваясь сквозь обшивку, он капал в воду, портил воздух и небо, отравлял жизнь. Иногда керосиновый ветер дул с запада, иногда с востока, а иной раз это был северный керосиновый ветер или, может быть, южный, но, прилетал ли он из снежной Арктики или зарождался в песках пустыни, он всегда достигал нас, насыщенный ароматом керосина. По вечерам это благоухание уничтожало прелесть заката, а лучи месяца положительно источали керосин… Привязав лодку у моста, мы пошли прогуляться по городу, но ужасный запах преследовал нас. Казалось, весь город был им пропитан». (На самом деле, конечно, пропитано было им лишь платье путешественников.)

Способность керосина смачивать наружную поверхность резервуаров подала повод к неправильному мнению, будто керосин может проникать сквозь металлы и стекло.

Копейка, которая в воде не тонет,

существует не только в сказке, но и в действительности. Вы убедитесь в этом, если проделаете несколько легко выполнимых опытов. Начнем с более мелких предметов – с иголок. Кажется невозможным заставить стальную иглу плавать на поверхности воды, а между тем это не так трудно сделать. Положите на поверхность воды лоскуток папиросной бумаги, а на него – совершенно сухую иголку. Теперь остается только осторожно удалить папиросную бумагу из-под иглы. Делается это так: вооружившись другой иглой или булавкой, слегка погружают края лоскутка в воду, постепенно подходя к середине; когда лоскуток весь намокнет, он упадет на дно, игла же будет продолжать плавать (рис. 37). При помощи магнита, подносимого к стенкам стакана на уровне воды, вы можете даже управлять движением этой плавающей на воде иглы.

При известной сноровке можно обойтись и без папиросной бумаги: захватив иглу пальцами посредине, уроните ее в горизонтальном положении с небольшой высоты на поверхность воды.

Рис. 37. Игла, плавающая на воде. Вверху – разрез иглы (2 мм толщины) и точная форма углубления на воде (увеличено в 2 раза). Внизу – способ заставить иглу плавать на воде с помощью лоскутка бумаги

Вместо иглы можно заставить плавать булавку (то и другое – не толще 2 мм), легкую пуговицу, мелкие плоские металлические предметы. Наловчившись в этом, попробуйте заставить плавать и копейку.

Причина плавания этих металлических предметов та, что вода плохо смачивает металл, побывавший в наших руках и потому покрытый тончайшим слоем жира. Оттого вокруг плавающей иглы на поверхности воды образуется вдавленность, ее можно даже видеть. Поверхностная пленка жидкости, стремясь распрямиться, оказывает давление вверх на иглу и тем поддерживает ее. Поддерживает иглу также и выталкивающая сила жидкости, согласно закону плавания; игла выталкивается снизу с силой, равной весу вытесненной ею воды.

Всего проще добиться плавания иглы, если смазать ее маслом; такую иглу можно прямо класть на поверхность воды, и она не потонет.

Вода в решете

Оказывается, что и носить воду в решете возможно не только в сказке. Знание физики поможет исполнить такое классически невозможное дело. Для этого надо взять проволочное решето сантиметров 15 в поперечнике и с не слишком мелкими ячейками (около 1 мм) и окунуть его сетку в растопленный парафин. Затем вынуть решето из парафина: проволока окажется покрытой тонким слоем парафина, едва заметным для глаз. Решето осталось решетом – в нем есть сквозные отверстия, через которые свободно проходит булавка, – но теперь вы можете, в буквальном смысле слова, носить в нем воду. В таком решете удерживается довольно высокий слой воды, не проливаясь сквозь ячейки; надо только осторожно налить воду и оберегать решето от толчков.

Почему же вода не проливается? Потому что, не смачивая парафин, она образует в ячейках решета тонкие пленки, обращенные выпуклостью вниз, которые и удерживают воду (рис. 38).

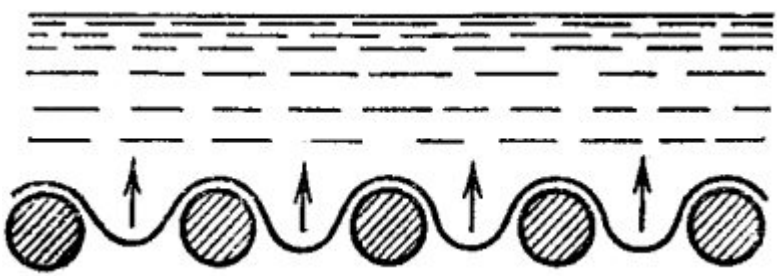


Рис. 38. Почему вода не выливается из парафинированного решета?

Такое парафинированное решето можно положить на воду, и оно будет держаться на ней. Значит, возможно не только носить воду в решете, но и плавать на нем. Этот парадоксальный опыт объясняет ряд обыкновенных явлений, к которым мы чересчур привыкли, чтобы задумываться об их причине. Смоление бочек и лодок, смазывание салом пробок и втулок, окрашивание масляной краской и вообще покрытие маслянистыми веществами всех тех предметов, которые мы хотим сделать непроницаемыми для воды, а также и прорезинивание тканей – все это не что иное, как изготовление решета вроде сейчас описанного. Суть дела и там и тут одна и та же, только в случае с решетом она выступает в необычном виде.

Сухим из воды

Положите монету на большую плоскую тарелку, налейте столько воды, чтобы она покрыла монету, и предложите гостям взять ее прямо руками, не замочив пальцев.

Эта, казалось бы, невозможная задача довольно просто решается с помощью стакана и горящей бумажки. Зажгите бумажку, положите ее горящей внутрь стакана и быстро поставьте стакан на тарелку близ монеты дном вверх. Бумажка погаснет, стакан наполнится белым дымом, а затем под ним сама собой соберется вся вода с тарелки. Монета же, конечно, останется на месте, и через минуту, когда она обсохнет, вы сможете взять ее, не замочив пальцев.

Какая сила вогнала воду в стакан и поддерживает ее на определенной высоте? Атмосферное давление. Горящая бумажка нагрела в стакане воздух, давление его от этого возросло, и часть газа вышла наружу. Когда бумажка погасла, воздух снова остыл, но при охлаждении его давление ослабело и под стакан вошла вода, вгоняемая туда давлением наружного воздуха.

Вместо бумажки можно пользоваться спичками, воткнутыми в пробочный кружок, как показано на рис. 39.

Весьма нередко приходится слышать и даже читать неверное объяснение этого старинного опыта [11] . А именно, говорят, что при этом «сгорает кислород» и потому количество газа под стаканом уменьшается.

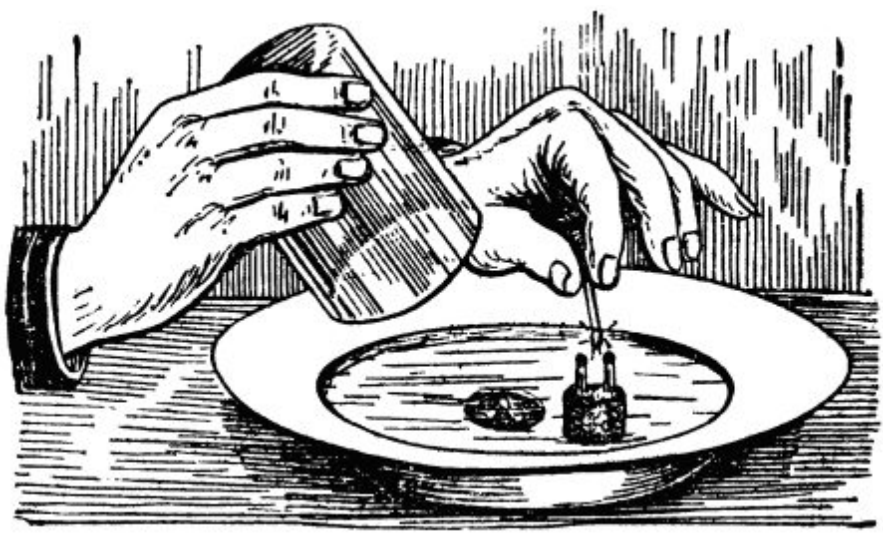


Рис. 39. Как собрать всю воду на тарелке под стакан,

опрокинутый вверх дном

Такое объяснение грубо ошибочно. Главная причина только в *нагревании* воздуха, а вовсе не в поглощении части кислорода горящей бумажкой. Это следует, во-первых, из того, что можно обойтись и без горящей бумажки, а просто нагреть стакан, сполоснув его кипятком. Во-вторых, если вместо бумажки взять смоченную спиртом вату, которая горит дольше и сильнее нагревает воздух, то вода поднимается чуть не до половины стакана; между тем известно, что кислород составляет только 1/5 всего объема воздуха. Наконец, нужно иметь в виду, что вместо «сгоревшего» кислорода образуется углекислый газ и водяной пар; первый, правда, растворяется в воде, но пар остается, занимая отчасти место кислорода.

Как мы пьем?

Неужели и над этим можно задуматься? Конечно. Мы приставляем стакан или ложку с жидкостью ко рту и «втягиваем» в себя их содержимое. Вот это-то простое «втягивание» жидкости, к которому мы так привыкли, и надо объяснить. Почему, в самом деле, жидкость устремляется к нам в рот? Что ее увлекает? Причина такова: при питье мы расширяем грудную клетку и тем разрежаем воздух во рту; *под давлением наружного воздуха* жидкость устремляется в то пространство, где давление меньше, и таким образом проникает в наш рот. Здесь происходит то же самое, что произошло бы с жидкостью в сообщающихся сосудах, если бы над одним из этих сосудов мы стали разрежать воздух: под давлением атмосферы жидкость в этом сосуде поднялась бы. Наоборот, захватив губами горлышко бутылки, вы никакими усилиями не «втянете» из нее воду в рот, так как давление воздуха во рту и над водой одинаково.

Итак, строго говоря, мы пьем не только ртом, но и *легкими;* ведь расширение легких – причина того, что жидкость устремляется в наш рот.

Улучшенная воронка

Кому случалось наливать через воронку жидкость в бутылку, тот знает, что нужно время от времени воронку приподнимать, иначе жидкость из нее не выливается. Воздух в бутылке, не находя выхода, удерживает своим давлением жидкость в воронке. Правда, немного жидкости стечет вниз, так что воздух в бутылке чуть сожмется давлением жидкости. Но стесненный в уменьшенном объеме воздух будет иметь увеличенную упругость, достаточную, чтобы уравновесить своим давлением вес жидкости в воронке. Понятно, что, приподнимая воронку, мы открываем сжатому воздуху выход наружу, и тогда жидкость вновь начинает литься.

Поэтому весьма практично устраивать воронки так, чтобы суженная часть их имела продольные гребни на наружной поверхности, гребни, мешающие воронке вплотную приставать к горлышку.

Тонна дерева и тонна железа

Общеизвестен шуточный вопрос: что тяжелее – тонна дерева или тонна железа? Не подумавши, обыкновенно отвечают, что тонна железа тяжелее, вызывая дружный смех окружающих.

Шутники, вероятно, еще громче рассмеются, если им ответят, что тонна дерева тяжелее, чем тонна железа. Такое утверждение кажется уж ни с чем не сообразным, – и однако, строго говоря, это ответ верный!

Дело в том, что закон Архимеда применим не только к жидкостям, но и к газам. Каждое тело в воздухе «теряет» из своего веса столько, сколько весит вытесненный телом объем воздуха.

Дерево и железо тоже, конечно, теряют в воздухе часть своего веса. Чтобы получить истинные их веса, нужно потерю прибавить. Следовательно, истинный вес дерева в нашем случае равен 1 тонне + вес воздуха в объеме дерева; истинный вес железа равен 1 тонне + + вес воздуха в объеме железа.

Но тонна дерева занимает гораздо больший объем, нежели тонна железа (раз в 15), поэтому истинный вес тонны дерева *больше* истинного веса тонны железа! Выражаясь точнее, мы должны были бы сказать: истинный вес того дерева, которое в воздухе весит тонну, больше истинного веса того железа, которое весит в воздухе также одну тонну.

Так как тонна железа занимает объем в 1/8 куб. м, а тонна дерева – около 2 куб. м, то разность в весе вытесняемого ими воздуха должна составлять около 2,5 кг. Вот насколько тонна дерева в действительности тяжелее тонны железа!

Когда Октябрьская железная дорога длиннее – летом или зимой?

На вопрос: «Какой длины Октябрьская железная дорога?» – кто-то ответил:

– Шестьсот сорок километров в среднем; летом метров на триста длиннее, чем зимой.

Неожиданный ответ этот не так нелеп, как может показаться. Если длиной железной дороги называть длину *сплошного* рельсового пути, то он и в самом деле должен быть летом длиннее, чем зимой. Не забудем, что от нагревания рельсы удлиняются – на каждый градус Цельсия более чем на одну 100 000-ю своей длины. В знойные летние дни температура рельса может доходить до 30–40° и выше; иногда рельс нагревается солнцем так сильно, что обжигает руку. В зимние морозы рельсы охлаждаются до —25° и ниже. Если остановиться на разнице в 55° между летней и зимней температурой, то, умножив общую длину пути 640 км на 0,00001 и на 55, получим около 1/3 км! Выходит, что и в самом деле рельсовый путь между Москвой и Ленинградом летом на треть километра, т. е. примерно метров на триста, длиннее, нежели зимой.

Изменяется здесь, конечно, не длина дороги, а только сумма длин всех рельсов. Это не одно и то же, потому что рельсы железнодорожного пути не примыкают друг к другу вплотную: между их стыками оставляются небольшие промежутки – запас для свободного удлинения рельсов при нагревании. Зазор этот, при длине рельсов 8 м, должен иметь при 0° размер 6 мм. Для полного закрытия такого зазора нужно повышение температуры рельса до 65 °С. При укладке *трамвайных* рельсов нельзя, по техническим условиям, оставлять зазоров. Это обычно не вызывает искривления рельсов, так как вследствие погружения их в почву температурные колебания не так велики, да и самый способ скрепления рельсов препятствует боковому их искривлению. Однако в очень сильный зной трамвайные рельсы все же искривляются. То же случается иногда и с рельсами железнодорожного пути. Дело в том, что на уклонах подвижной состав поезда при движении увлекает рельсы за собой (иной раз даже вместе со шпалами), в итоге на таких участках пути зазоры нередко исчезают, и рельсы прилегают друг к другу концами вплотную.

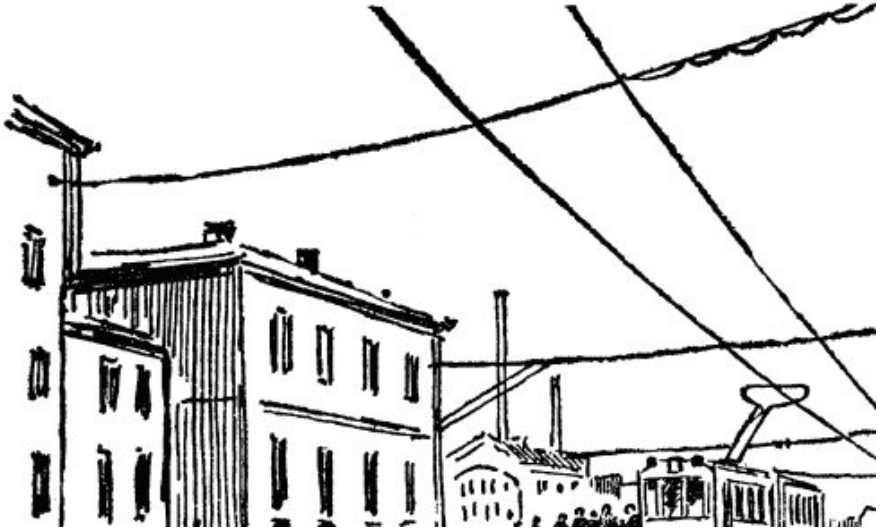


Рис. 40. Изгибание трамвайных рельсов вследствие сильного нагревания

Наше вычисление показывает, что сумма длин всех рельсов увеличивается за счет общей длины этих пустых промежутков; общее удлинение в летние знойные дни достигает 300 м по сравнению с величиной ее в сильный мороз. Итак, *железная* часть Октябрьской дороги действительно летом на 300 м длиннее, нежели зимой.

Безнаказанное хищение

На линии Ленинград – Москва каждую зиму пропадает совершенно бесследно несколько сотен метров дорогой телефонной и телеграфной проволоки, и никто этим не обеспокоен, хотя виновник исчезновения хорошо известен. Конечно, и вы знаете его: похититель этот – мороз. То, что мы говорили о рельсах, вполне применимо и к проводам, с той лишь разницей, что медная телефонная проволока удлиняется от теплоты в 1,5 раза больше, чем сталь. Но здесь уже нет никаких пустых промежутков, и потому мы без всяких оговорок можем утверждать, что *телефонная линия Ленинград – Москва зимой метров на 500 короче, нежели летом.* Мороз безнаказанно каждую зиму похищает чуть не полкилометра проволоки, не внося, впрочем, никакого расстройства в работу телефона или телеграфа и аккуратно возвращая похищенное при наступлении теплого времени.

Но, когда такое сжатие от холода происходит не с проводами, а с мостами, последствия бывают подчас весьма ощутимы. Вот что сообщали в декабре 1927 г. газеты о подобном случае:

«Необычайные для Франции морозы, стоящие в течение нескольких дней, послужили причиной серьезного повреждения моста через Сену, в самом центре Парижа. Железный остов моста от мороза сжался, отчего вздулись и затем рассыпались кубики на покрывающей его мостовой. Проезд по мосту временно закрыт».

Легенда о сапоге в бане

«Отчего зимою день короткий и ночь длинная, а летом – наоборот? День зимою оттого короткий, что, подобно всем прочим предметам, видимым и невидимым, от холода сжимается, а ночь от возжения светильников и фонарей расширяется, ибо согревается».

Курьезное рассуждение «войска Донского отставного урядника» из рассказа Чехова вызывает у вас улыбку своей явной несообразностью. Однако люди, которые смеются над подобными «учеными» рассуждениями, нередко сами создают теории, пожалуй, столь же несообразные. Кому не приходилось слышать или даже читать о сапоге в бане, не влезающем на разгоряченную ногу будто бы потому, что «нога при нагревании увеличилась в объеме»? Этот знаменитый пример сделался чуть не классическим, а между тем ему дают совершенно превратное объяснение.

Прежде всего, температура человеческого тела в бане почти не повышается; повышение температуры тела в бане не превосходит 1°, много 2° (на полке). Человеческий организм успешно борется с тепловыми влияниями окружающей среды и поддерживает собственную температуру на определенной точке.

Но при нагревании на 1–2° увеличение объема нашего тела так ничтожно, что его нельзя заметить при надевании сапог. Коэффициент расширения твердых и мягких частей человеческого тела не превосходит нескольких десятитысячных. Следовательно, ширина ступни и толщина голени могли бы увеличиться всего на какую-нибудь сотую долю сантиметра. Неужели же сапоги шьются с точностью до 0,01 см – толщины волоса?

Но факт, конечно, несомненен: сапоги трудно надевать после бани. Причина, однако, не в тепловом расширении, а в приливе крови, в разбухании наружного покрова, во влажной поверхности кожи и тому подобных явлениях, не имеющих ничего общего с тепловым расширением.

Как устраивались чудеса

Древнегреческий механик Герон Александрийский, изобретатель фонтана, носящего его имя, оставил нам описание двух остроумных способов, с помощью которых египетские жрецы обманывали народ, внушая ему веру в чудеса.

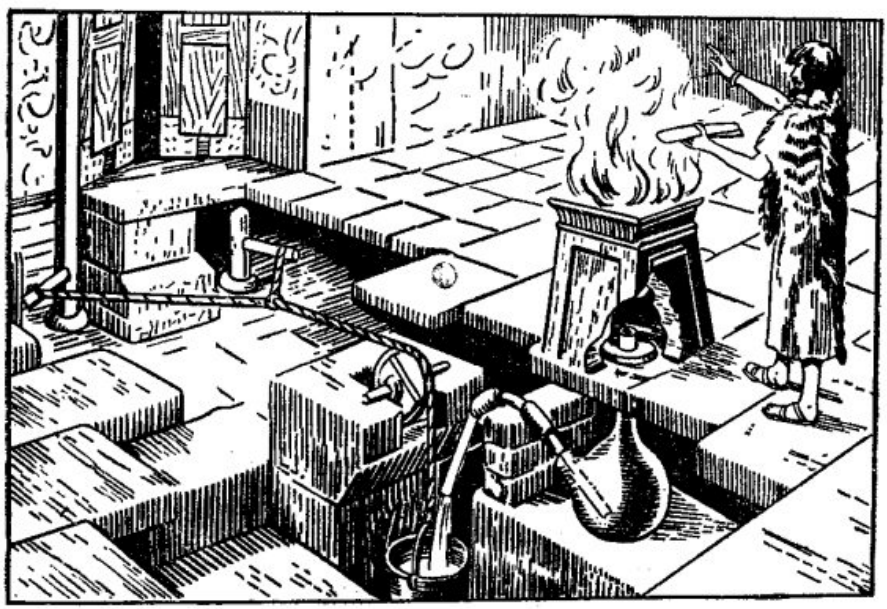


Рис. 41. Разоблачение «чуда» египетских жрецов: двери храма открываются действием жертвенного огня

На рис. 41 вы видите пустотелый металлический жертвенник, а под ним скрытый в подземелье механизм, приводящий в движение двери храма. Жертвенник стоял снаружи его. Когда разводят огонь, воздух внутри жертвенника вследствие нагревания сильнее давит на воду в сосуде, скрытом под полом; из сосуда вода вытесняется по трубке и выливается в ведро, которое, опускаясь, приводит в действие механизм, вращающий двери (рис. 42). Изумленные зрители, ничего не подозревающие о скрытой под полом установке, видят перед собой «чудо»: как только на жертвеннике запылает огонь, двери храма, «внемля молитвам жреца», растворяются словно сами собой…

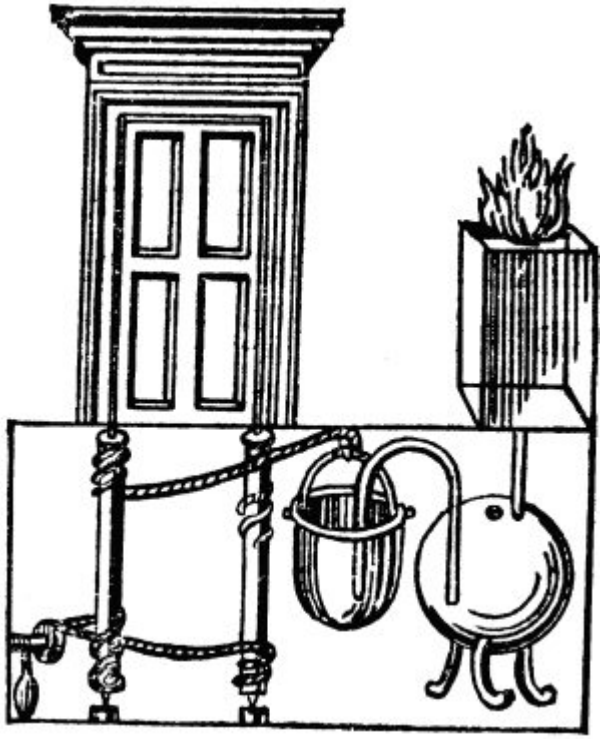


Рис. 42. Схема устройства дверей храма, которые сами открываются, когда на жертвеннике пылает огонь (ср. рис. 41)

Рис. 43. Другое мнимое чудо древности: масло само подливается

в жертвенное пламя

Другое мнимое чудо, устраивавшееся жрецами, изображено на рис. 43. Когда на жертвеннике запылает пламя, воздух, расширяясь, выводит масло из нижнего резервуара в трубки, скрытые внутри фигур жрецов, и тогда масло чудесным образом само подливается в огонь… Но стоило жрецу, заведующему этим жертвенником, незаметно вынуть пробку из крышки резервуара – и излияние масла прекращалось (потому что избыток воздуха свободно выходил через отверстие); к этой уловке жрецы прибегали тогда, когда приношение молящихся было слишком скудно.

Поучительная папироса

На коробке лежит папироса (рис. 44). Она дымится с обоих концов. Но дым, выходящий через мундштук, опускается *вниз,* между тем как с другого конца он вьется *вверх.* Почему? Ведь, казалось бы, с той и с другой стороны выделяется один и тот же дым.

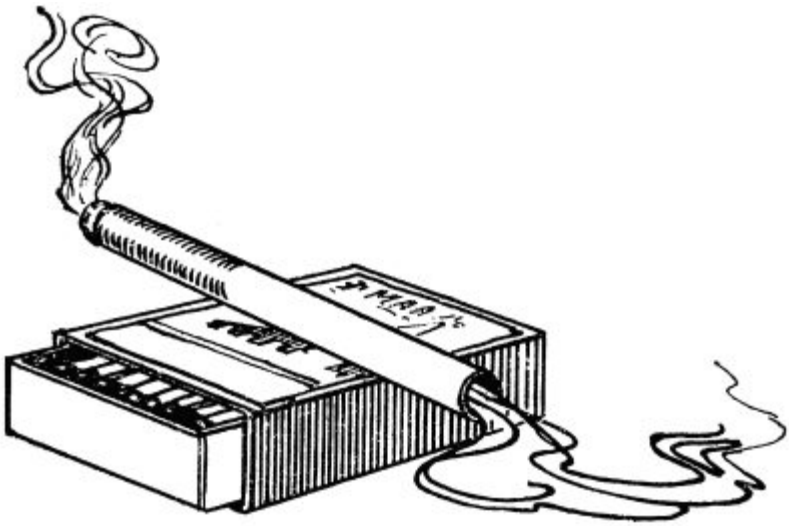


Рис. 44. Почему дым папиросы у одного конца поднимается вверх, у другого опускается вниз?

Да, дым один и тот же, но над тлеющим концом папиросы имеется восходящее течение нагретого воздуха, которое и увлекает с собой частицы дыма. Воздух же, проходящий вместе с дымом через мундштук, успевает охладиться и не увлекается уже вверх; а так как частицы дыма сами по себе тяжелее воздуха, то они и опускаются вниз.

Лед, не тающий в кипятке

Возьмите пробирку, наполните водой, погрузите в нее кусочек льда, а чтобы он не всплыл вверх (лед легче воды), придавите его свинцовой пулей, медным грузиком и т. п.; при этом, однако, вода должна иметь свободный доступ ко льду. Теперь приблизьте пробирку к спиртовой лампочке так, чтобы пламя лизало лишь верхнюю часть пробирки (рис. 45). Вскоре вода начинает кипеть, выделяя клубы пара. Но странная вещь: лед на дне пробирки не тает! Мы имеем перед собой словно маленькое чудо: лед, не тающий в кипящей воде…

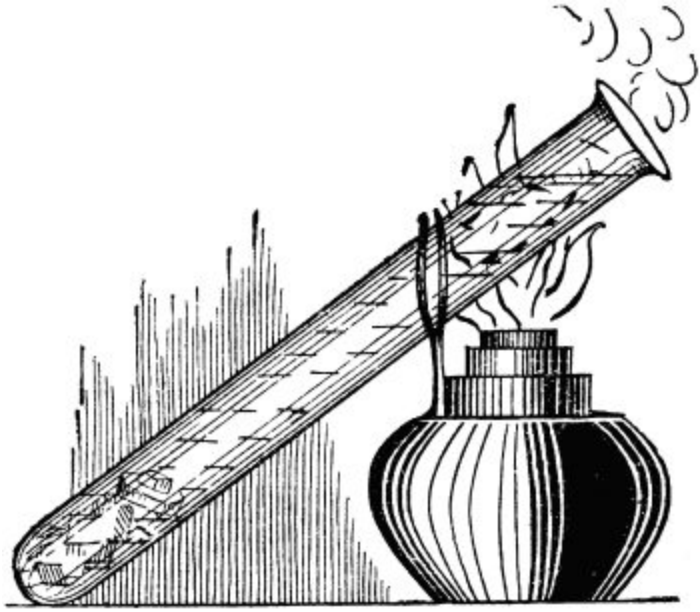


Рис. 45. Вода в верхней части кипит, между тем как лед внизу не тает

Разгадка кроется в том, что на дне пробирки вода вовсе не кипит, а остается *холодной* ; она кипит только вверху. У нас не «лед в кипятке», а «лед под кипятком». Расширяясь от тепла, вода становится легче и не опускается на дно, а остается в верхней части пробирки. Течения теплой воды и перемешивание слоев будут происходить лишь в верхней части пробирки и не захватят нижних более плотных слоев. Нагревание может передаваться вниз лишь путем теплопроводности, но теплопроводность воды чрезвычайно мала.

На лед или под лед?

Желая нагреть воду, мы помещаем сосуд с водой над пламенем, а не сбоку от него. И поступаем вполне правильно, так как воздух, нагреваемый пламенем, становится более легким, вытесняется со всех сторон *кверху* и обтекает наш сосуд.

Следовательно, помещая нагреваемое тело над пламенем, мы используем теплоту источника самым выгодным образом.

Но как поступить, если мы хотим, напротив, *охладить* какое-либо тело с помощью льда? Многие, по привычке, помещают тело *над* льдом, – ставят, например, кувшин молока поверх льда. Это нецелесообразно: ведь воздух *над льдом,* охладившись, *опускается вниз* и заменяется окружающим теплым воздухом. Отсюда практический вывод: если хотите остудить напиток или кушанье, помещайте его *не на лед, а под лед.*

Поясним подробнее. Если поставить сосуд с водой на лед, то охладится лишь самый нижний слой жидкости, остальная же часть будет окружена неохлажденным воздухом. Напротив, если положить кусок льда *поверх* крышки сосуда, то охлаждение его содержимого пойдет быстрее. Охлажденные верхние слои жидкости будут опускаться, заменяясь теплой жидкостью, поднимающейся снизу, пока не охладится вся жидкость в сосуде [12] . С другой стороны, охлажденный воздух вокруг льда также будет опускаться вниз и окружит собой сосуд.

Почему дует от закрытого окна?

Часто дует от окна, которое закрыто совершенно плотно и не имеет ни малейшей щели. Это кажется странным. Между тем здесь нет ничего удивительного.

Воздух комнаты почти никогда не находится в покое; в нем существуют невидимые для глаза течения, порождаемые нагреванием и охлаждением воздуха. От нагревания воздух разрежается и, следовательно, становится легче; от охлаждения, напротив, уплотняется, становится тяжелее. Легкий нагретый воздух от батареи центрального отопления или теплой печи вытесняется холодным воздухом вверх, к потолку, а воздух охлажденный, тяжелый, возле окон или холодных стен, стекает вниз, к полу.

Эти течения в комнате легко обнаружить с помощью детского воздушного шара, если подвязать к нему небольшой груз, чтобы шар не упирался в потолок, а свободно парил в воздухе. Выпущенный близ натопленной печки, такой шар путешествует по комнате, увлекаемый невидимыми воздушными течениями: от печки под потолком к окну, там опускается к полу и возвращается к печке, чтобы вновь путешествовать по комнате.

Вот почему зимой мы чувствуем, как дует от окна, особенно у ног, хотя рама так плотно закрыта, что наружный воздух не может проходить сквозь щели.

Таинственная вертушка

Из тонкой папиросной бумаги вырежьте прямоугольничек. Перегните его по средним линиям и снова расправьте: вы будете знать, где центр тяжести вашей фигуры. Положите теперь бумажку на острие торчащей иглы так, чтобы игла подпирала ее как раз в этой точке.

Бумажка останется в равновесии: она подперта в центре тяжести. Но от малейшего дуновения она начнет вращаться на острие.

Пока приборчик не обнаруживает ничего таинственного. Но приблизьте к нему руку, как показано на рис. 46; приближайте осторожно, чтобы бумажка не была сметена током воздуха. Вы увидите странную вещь: бумажка начнет вращаться, сначала медленно, потом все быстрее. Отодвиньте руку – вращение прекратится. Приблизьте – опять начнется.

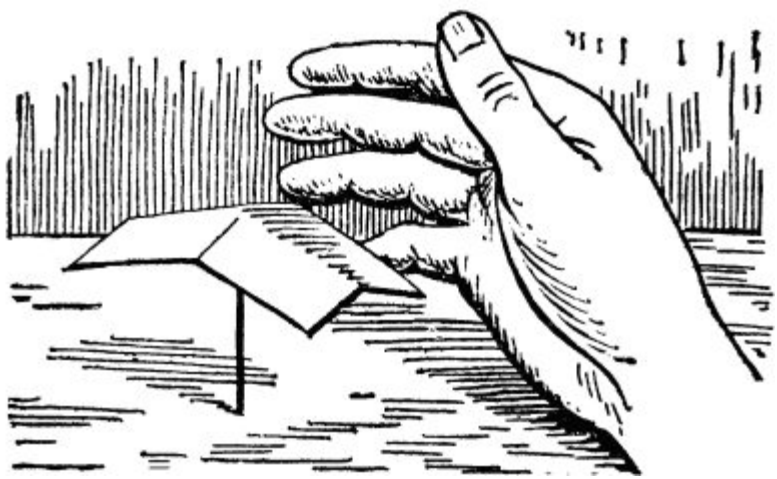


Рис. 46. Почему бумажка вертится?

Это загадочное вращение одно время – в семидесятых годах XIX века – давало многим повод думать, что тело наше обладает какими-то сверхъестественными свойствами. Любители мистического находили в этом опыте подтверждение своим туманным учениям об исходящей из человеческого тела таинственной силе. Между тем причина вполне естественна и очень проста: воздух, нагретый снизу вашей рукой, поднимается вверх и, напирая на бумажку, заставляет ее вращаться, подобно всем известной спиральной «змейке» над лампой, потому что, перегибая бумажку, вы придали ее частям легкий уклон. Внимательный наблюдатель может заметить, что описанная вертушка вращается в определенном направлении – от запястья,

вдоль ладони, к пальцам. Это можно объяснить разницей температур названных частей руки: концы пальцев всегда холоднее, нежели ладонь; поэтому близ ладони образуется более сильный восходящий ток воздуха, который и ударяет в бумажку сильнее, чем ток, порождаемый теплотой пальцев [13] .

Греет ли шуба?

Что сказали бы вы, если бы вас стали уверять, будто шуба нисколько не греет? Вы подумали бы, конечно, что с вами шутят. А если бы вам стали доказывать это утверждение на ряде опытов? Проделайте, например, такой опыт. Заметьте, сколько показывает термометр, и закутайте его в шубу. Через несколько часов выньте.

Вы убедитесь, что он не нагрелся даже и на четверть градуса: сколько показывал раньше, столько показывает и теперь. Вот и доказательство, что шуба не греет. Вы могли бы заподозрить, что шубы даже *холодят.* Возьмите два пузыря со льдом; один закутайте в шубу, другой оставьте в комнате незакрытым. Когда лед во втором пузыре растает, разверните шубу: вы увидите, что здесь он почти и не начинал таять. Значит, шуба не только не согрела льда, но как будто даже холодила его, замедляя таяние!

Что можно возразить? Как опровергнуть эти доводы? Никак. Шубы действительно не греют, если под словом «греть» разуметь *сообщение теплоты.* Лампа греет, печка греет, человеческое тело греет, потому что все эти предметы являются источниками теплоты. Но шуба в этом смысле слова нисколько не греет. Она *своего тепла не дает, а только мешает теплоте нашего тела уходить от него.* Вот почему теплокровное животное, тело которого само является источником тепла, будет чувствовать себя в шубе теплее, чем без нее. Но термометр не порождает собственного тепла, и его температура не изменится от того, что мы закутаем его в шубу. Лед, обернутый в шубу, дольше сохраняет свою низкую температуру, потому что шуба – весьма плохой проводник теплоты – замедляет доступ к нему тепла извне, от комнатного воздуха.

В таком же смысле, как шуба, снег греет землю; будучи, подобно всем порошкообразным телам, плохим проводником тепла, он мешает теплу уходить из покрытой им почвы. В почве, защищенной слоем снега, термометр показывает нередко градусов на десять больше, чем в почве, не покрытой снегом.

Итак, на вопрос, греет ли нас шуба, надо ответить, что шуба только помогает нам греть самих себя. Вернее было бы говорить, что мы греем шубу, а не она нас.

Бумажная кастрюля

Взгляните на рис. 47: яйцо варится в воде, налитой в бумажный колпак! «Но ведь бумага сейчас загорится и вода зальет лампу», – скажете вы. Попробуйте же сделать опыт, взяв для него плотную пергаментную бумагу и надежно прикрепив ее к проволоке. Вы убедитесь, что бумага нисколько не пострадает от огня. Причина в том, что вода может быть нагрета в открытом сосуде только до температуры кипения, т. е. до 100°; поэтому нагреваемая вода, обладающая к тому же большой теплоемкостью, поглощая избыток теплоты бумаги, не дает ей нагреться заметно выше 100°, т. е. настолько, чтобы она могла воспламениться. (Практичнее будет пользоваться небольшой бумажной коробкой в форме, изображенной на рис. 48.) Бумага не загорается, если даже пламя лижет ее.

Рис. 47. Яйцо варится в бумажной кастрюле

К тому же роду явлений относится и печальный опыт, который невольно проделывают рассеянные люди, ставящие самовар без воды: самовар распаивается. Причина понятна: припой сравнительно легкоплавок, и только тесное соседство воды спасает его от опасного повышения температуры. Нельзя также нагревать запаянные кастрюли без воды. В старых

пулеметах Максима нагревание воды предохраняло оружие от расплавления.

Вы можете, далее, расплавить, например, свинцовую пломбу в коробочке, сделанной из игральной карты. Надо только подвергать действию пламени именно то место бумаги, которое непосредственно соприкасается со свинцом: металл, как сравнительно хороший проводник тепла, быстро отнимает от бумаги тепло, не давая ей нагреться заметно выше температуры плавления, т. е. 335° (для свинца); такая температура недостаточна для воспламенения бумаги.

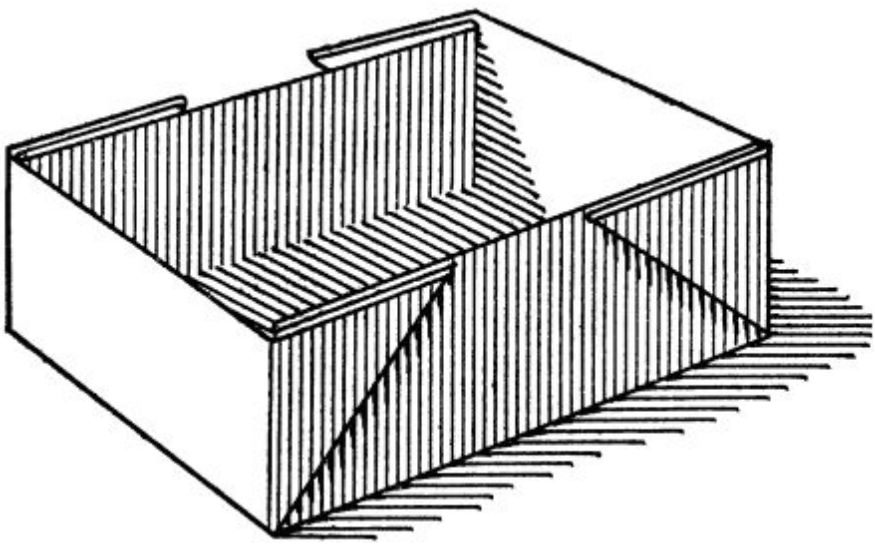


Рис. 48. Бумажная коробка для кипячения воды

Хорошо удается также следующий опыт (рис. 49); толстый гвоздь или железный (еще лучше медный) прут обмотайте *плотно* узкой бумажной полоской, наподобие винта. Затем внесите прут с бумажной полоской в пламя. Огонь будет лизать бумагу, закоптит ее, но не сожжет, пока прут не раскалится. Разгадка опыта в хорошей теплопроводности металла; со стеклянной палочкой подобный опыт не удался бы. Рис. 50 изображает сходный опыт с «несгораемой» ниткой, *туго* намотанной на ключ.

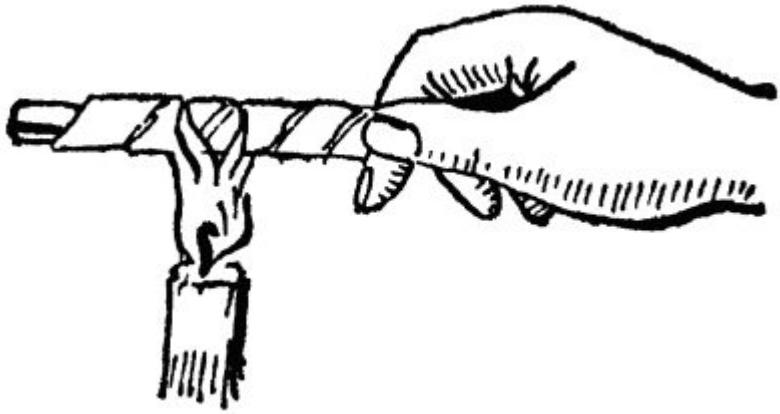


Рис. 49. Несгораемая бумажка

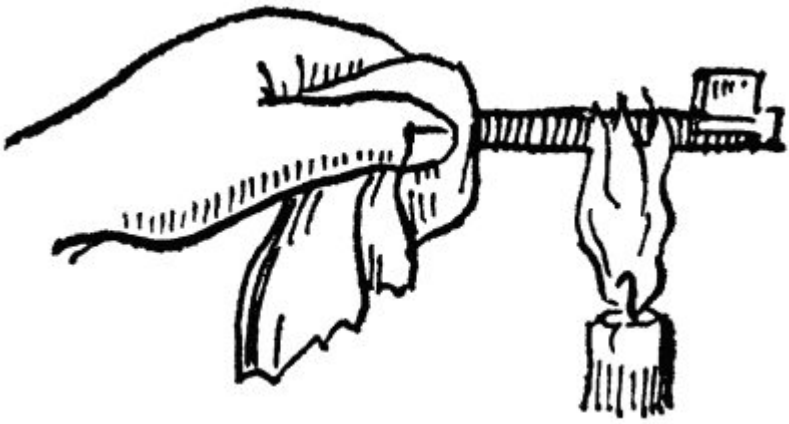


Рис. 50. Несгораемая нитка

Почему лед скользкий?

На гладко натертом полу легче поскользнуться, нежели на обыкновенном. Казалось бы, то же самое должно происходить на льду, т. е. *гладкий* лед должен быть более скользок, нежели лед бугорчатый, шероховатый.

Но если вам случалось везти нагруженные ручные санки через неровную, бугристую ледяную поверхность, вы могли убедиться, что, вопреки ожиданиям, сани проскальзывали по такой поверхности заметно легче, чем по гладкой. Шероховатый лед более скользок, чем зеркально гладкий! Это объясняется тем, что скользкость льда зависит главным образом не от гладкости, а от совершенно особой причины: от того, что температура плавления льда понижается при увеличении давления.

Разберем, что происходит, когда мы катаемся в санях или на коньках. Стоя на коньках, мы опираемся на очень маленькую площадь, всего в несколько квадратных миллиметров. И на эту небольшую площадь целиком давит вес нашего тела. Если вы вспомните сказанное ранее о давлении, то поймете, что конькобежец давит на лед со значительной силой. Под большим давлением лед тает при пониженной температуре; если, например, лед имеет температуру —5°, а давление коньков понизило точку плавления льда, попираемого коньками, более чем на 5°, то эти части льда будут таять [14] . Что же получается? Теперь между полозьями коньков и льдом находится тонкий слой воды, – неудивительно, что конькобежец скользит. И как только он переместит ноги в другое место, там произойдет то же самое. Всюду под ногами конькобежца лед превращается в тонкий слой воды. Такими свойствами из всех существующих тел обладает только лед; один советский физик назвал его «единственным скользким телом в природе». Прочие тела гладки, но не скользки.

Теперь мы можем вернуться к вопросу о том, гладкий или шероховатый лед более скользок. Мы знаем, что один и тот же груз давит тем сильнее, чем на меньшую площадь он опирается. В каком же случае человек оказывает на опору большее давление: когда он стоит на зеркально гладком или на шероховатом льду? Ясно, что во втором случае: ведь здесь он опирается лишь на немногие выступы и бугорки шероховатой поверхности. А чем больше давление на лед, тем обильнее плавление и, следовательно, лед тем более скользок (если только полоз достаточно широк; для узкого полоза коньков, врезающегося в бугорки, это неприложимо – энергия движения расходуется здесь на срезывание бугорков).

Понижением точки таяния льда под значительным давлением объясняется и множество других явлений обыденной жизни. Благодаря этой особенности льда отдельные куски его смерзаются вместе, если их сильно сдавливать. Мальчик, сжимая в руках комья снега при игре в снежки, бессознательно пользуется именно этим свойством ледяных крупинок (снежинок) смерзаться под усиленным давлением, понижающим температуру их таяния. Катая снежный ком для «снежной бабы», мы опять-таки пользуемся указанной особенностью льда: снежинки в местах соприкосновения, в нижней части кома, смерзаются под тяжестью надавливающей на них массы. Вы понимаете теперь, конечно, почему в сильные морозы снег образует рассыпающиеся снежки, а «баба» плохо лепится. Под давлением ног прохожих снег на тротуарах постепенно уплотняется в лед: снежинки смерзаются в сплошной пласт.

Задача о ледяных сосульках

Случалось ли вам задумываться над тем, как образуются ледяные сосульки, которые мы часто видим свешивающимися с крыш?

В какую погоду образовались сосульки: в оттепель или в мороз? Если в оттепель, то как могла замерзнуть вода при температуре выше нуля? Если в мороз, то откуда могла взяться вода на крыше?

Вы видите, что задача не так проста, как кажется сначала. Чтобы могли образоваться ледяные сосульки, нужно в одно и то же время иметь *две температуры:* для таяния – выше нуля и для замерзания – ниже нуля.

На самом деле так и есть: снег на склоне крыши тает, потому что солнечные лучи нагревают его до температуры *выше* нуля, а стекающие капли воды у края крыши замерзают, потому что здесь температура *ниже* нуля. (Конечно, мы говорим не о том случае образования сосулек, который обусловлен теплотой отапливаемого под крышей помещения.)

Представьте такую картину. Ясный день; мороз всего в 1–2 градуса. Солнце заливает все своими лучами; однако же эти косые лучи не нагревают землю настолько, чтобы снег мог таять. Но на склон крыши, обращенный к Солнцу, лучи падают *не полого, как на землю, а круче, под углом, более близким к прямому.* Известно, что освещение и нагревание лучами тем больше, чем больший угол составляют лучи с плоскостью, на которую они падают. (Действие лучей пропорционально *синусу* этого угла; для случая, изображенного на рис. 51, снег на крыше получает тепла в 2,5 раза больше, нежели равная площадь снега на горизонтальной поверхности, потому что синус 60° больше синуса 20° в 2,5 раза.) Вот почему скат крыши нагревается сильнее и снег на нем может таять. Оттаявшая вода стекает и каплями свисает с края крыши. Но под крышей температура *ниже* нуля, и капля, охлаждаемая к тому же испарением, замерзает. На замерзшую каплю натекает следующая, также замерзающая; затем третья капля, и т. д.; постепенно образуется маленький ледяной бугорок. В другой раз при такой же погоде эти ледяные наплывы еще удлиняются, и в результате образуются сосульки, вырастающие наподобие известковых сталактитов в подземных пещерах. Так возникают сосульки на крышах сараев и вообще неотапливаемых помещений.

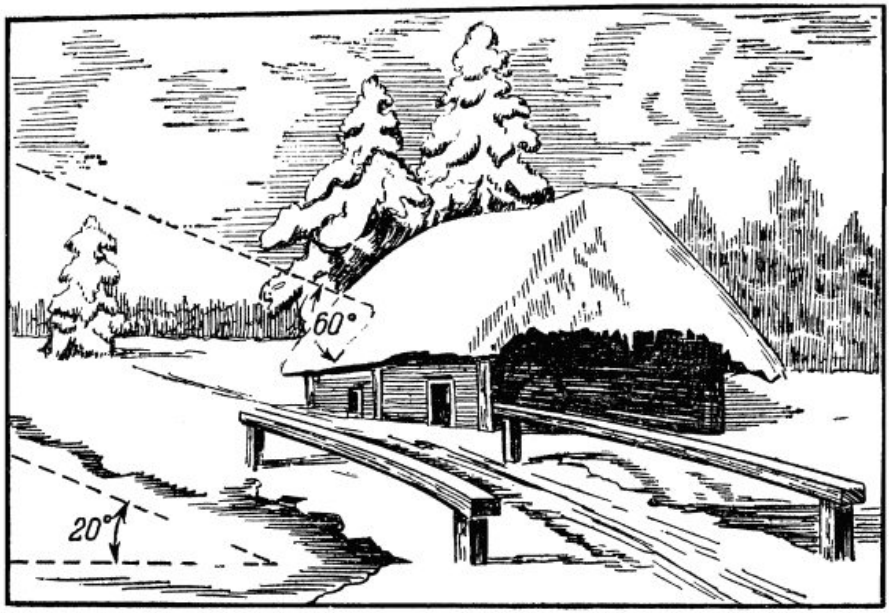


Рис. 51. Лучи Солнца греют наклонную крышу сильнее, чем горизонтальную земную поверхность (числа указывают величину углов)

Та же причина вызывает на наших глазах и более грандиозные явления: ведь различие в климатических поясах и временах года обусловлено в значительной степени [15] изменением угла падения солнечных лучей. Солнце от нас зимой почти на таком же расстоянии, как и летом; оно одинаково удалено от полюсов и экватора (различия в расстоянии настолько ничтожны, что не имеют значения). Но наклон солнечных лучей к поверхнос ти Земли близ экватора больше, чем у полюсов; летом этот угол больше, чем зимой. Это вызывает заметные различия в температуре дня и, следовательно, в жизни всей природы.

Видеть сквозь стены

В девяностых годах XIX века продавался любопытный прибор под громким названием: «рентгеновский аппарат». Помню, как я был озадачен, когда еще школьником впервые взял в руки эту остроумную выдумку: трубка давала возможность видеть буквально сквозь непрозрачные предметы! Я различал окружающее не только через толстую бумагу, но и через лезвие ножа, непроницаемое даже для подлинных рентгеновских лучей. Нехитрый секрет устройства этой игрушки сразу станет вам ясен, если вы взглянете на рис. 52, изображающий прообраз описываемой трубки. Четыре зеркальца, наклоненных под углом в 45°, отражают лучи несколько раз, ведя их, так сказать, в обход непрозрачного предмета.

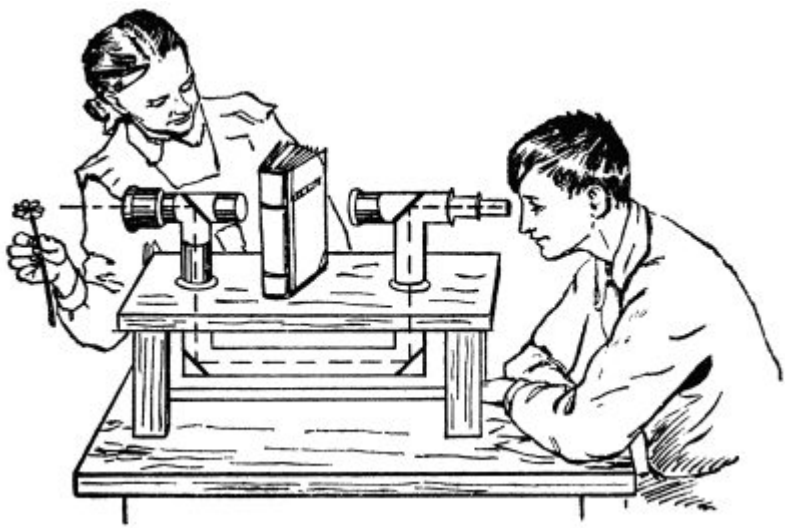


Рис. 52. Мнимый рентгеновский аппарат

В военном деле широко пользуются подобными же приборами. Сидя в траншее, можно следить за неприятелем, не поднимая головы над землей и, следовательно, не подставляя себя под огонь неприятеля, если смотреть в прибор, который называется «перископом» (рис. 53).

Чем длиннее путь лучей света от места вступления в перископ до глаза наблюдателя, тем меньше поле зрения, видимое в прибор. Чтобы увеличить поле зрения, применяется система оптических стекол. Однако стекла поглощают часть света, проникающего в перископ; ясность видимости предметов от этого страдает. Сказанное ставит известные границы высоте перископа; два десятка метров уже являются высотой, приближающейся к пределу; более высокие перископы дают

чересчур малое поле зрения и неотчетливые изображения, особенно в пасмурную погоду.

Рис. 53. Перископ

Капитан подводной лодки наблюдает за атакуемым судном также посредством перископа – длинной трубки, конец которой выступает над водой. Эти перископы гораздо сложнее, чем сухопутные, но сущность та же: лучи отражаются от зеркала (или призмы), укрепленного в выступающей части перископа, идут вдоль трубы, отражаются в нижней ее части и попадают в глаз наблюдателя (рис. 54).

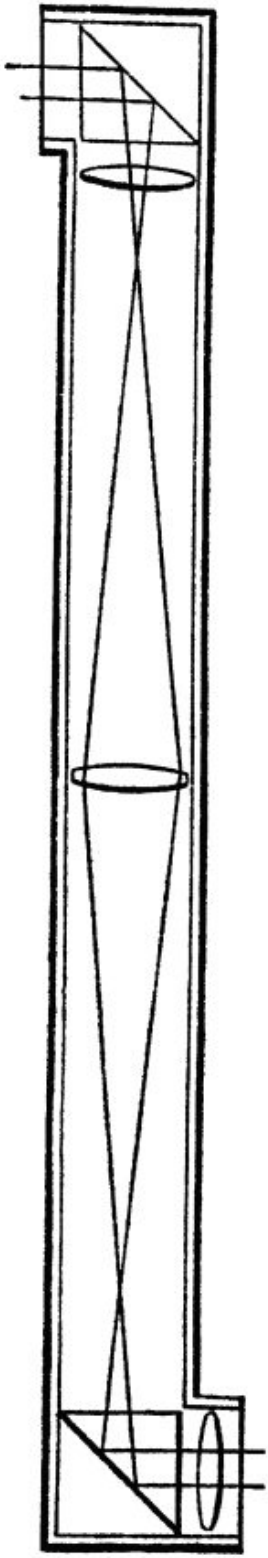


Рис. 54. Схема перископа подводной лодки

Говорящая «отрубленная» голова

«Чудо» это нередко показывалось в странствующих по провинции «музеях» и «паноптикумах». Непосвященного оно положительно ошеломляет: вы видите перед собой небольшой столик с тарелкой, а на тарелке лежит… живая человеческая голова, которая двигает глазами, говорит, ест! Под столиком спрятать туловище как будто негде. Хотя подойти вплотную к столу нельзя, – вас отделяет от него барьер, – все же вы ясно видите, что под столом ничего нет.

Когда вам придется быть свидетелем такого «чуда», попробуйте закинуть в пустое место под столиком скомканную бумажку. Загадка сразу разъяснится: бумажка отскочит от… зеркала! Если она и не долетит до стола, то все же обнаружит существование зеркала, так как в нем появится ее отражение (рис. 55).

Рис. 55. Секрет «отрубленной» головы

Достаточно поставить по зеркалу между ножками стола, чтобы пространство под ним казалось издали пустым, –

разумеется, в том лишь случае, если в зеркале не отражается обстановка комнаты или публика. Вот почему комната должна быть пуста, стены совершенно одинаковы, пол выкрашен в однообразный цвет, без узоров, а публика держится от зеркала на достаточном расстоянии.

Секрет прост до смешного, но пока не узнаешь, в чем он заключается, прямо теряешься в догадках.

Иногда фокус обставляется еще эффектнее. Фокусник показывает сначала пустой столик: ни под ним, ни над ним ничего нет. Затем приносится из-за сцены закрытый ящик, в котором будто бы и хранится «живая голова без туловища» (в действительности же ящик пустой). Фокусник ставит этот ящик на стол, откидывает переднюю стенку, – и изумленной публике представляется говорящая человеческая голова. Читатель, вероятно, уже догадался, что в верхней доске стола имеется откидная часть, закрывающая отверстие, через которое сидящий под столом, за зеркалами, просовывает голову, когда на стол ставят пустой ящик без дна. Фокус видоизменяют и на иной лад, но перечислять все варианты мы здесь не станем; увидев, читатель разгадает их сам.

Впереди или сзади?

Есть немало вещей домашнего обихода, с которыми многие люди обращаются нецелесообразно. Мы уже указывали раньше, что иные не умеют пользоваться льдом для охлаждения: ставят охлаждаемые напитки на лед, вместо того чтобы помещать их *под* лед. Оказывается, что и обыкновенным зеркалом не все умеют пользоваться. Сплошь и рядом, желая хорошо разглядеть себя в зеркале, ставят лампу *позади* себя, чтобы «осветить свое отражение», вместо того чтобы осветить самих себя! Многие женщины поступают именно таким образом. Наша читательница, без сомнения, догадается поместить лампу *впереди* себя.

Можно ли видеть зеркало?

Вот еще доказательство недостаточного знакомства нашего с обыкновенным зеркалом: на поставленный в заголовке вопрос большинство отвечает неправильно, хотя все глядятся в зеркало ежедневно.

Те, кто убежден, что зеркало можно видеть, ошибаются. Хорошее чистое зеркало невидимо. Можно видеть раму зеркала, его края, предметы, в нем отражающиеся, но самого зеркала, если только оно не загрязнено, видеть нельзя. Всякая *отражающая* поверхность, в отличие от поверхности *рассеивающей,* сама по себе невидима. (Рассеивающей называется такая поверхность, которая разбрасывает лучи света по всевозможным направлениям. В общежитии мы называем отражающие поверхности полированными, а рассеивающие – матовыми.)

Все трюки, фокусы и иллюзии, основанные на использовании зеркал, – хотя бы, например, сейчас описанный опыт с головой, – основаны именно на том, что само зеркало невидимо, а видны лишь отражающиеся в нем предметы.

Кого мы видим, глядя в зеркало?

«Разумеется, самих себя, – ответят многие, – наше изображение в зеркале есть точнейшая копия нас самих, сходная с нами во всех подробностях».

Не угодно ли, однако, убедиться в этом сходстве? У вас на правой щеке родинка – у вашего двойника правая щека чиста, но на левой щеке есть пятнышко, которого у вас на этой щеке не имеется. Вы зачесываете волосы *направо* – ваш двойник зачесывает их *налево*. У вас правая бровь выше и гуще левой; у него, напротив, эта бровь ниже и реже, нежели левая. Вы носите часы в правом кармане жилета, а записную книжку в левом кармане пиджака; ваш зеркальный двойник имеет иные привычки: его записная книжка хранится в правом кармане пиджака, часы – в левом жилетном. Обратите внимание на циферблат его часов. У вас таких часов никогда не бывало: расположение и начертание цифр на них необычайное; например, цифра восемь изображена так, как ее нигде не изображают – ИХ, и помещена на месте двенадцати; двенадцати же нет совсем; после шести следует пять, и т. д.; кроме того, движение стрелок на часах вашего двойника обратно обычному.

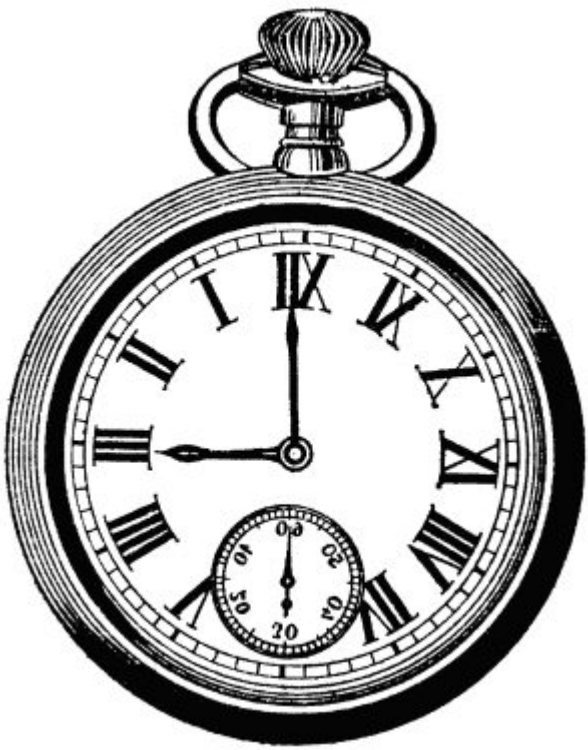


Рис. 56. Такие часы имеет при себе двойник, которого вы видите в зеркале

Наконец, у вашего зеркального двойника есть физический недостаток, от которого вы, надо думать, свободны: он левша. Он пишет, шьет, ест левой рукой, и если вы выразите готовность с ним поздороваться, он протянет вам левую руку.

Нелегко решить, грамотен ли ваш двойник. Во всяком случае, грамотен как-то по особенному. Едва ли удастся вам прочесть хоть одну строку из той книги, которую он держит, или какое-нибудь слово в тех каракулях, которые он выводит своей левой рукой.

Таков тот человек, который притязает на полное сходство с вами! А вы хотите судить по нему о внешнем виде вас самих…

Шутки в сторону: если вы думаете, что, глядя в зеркало, видите самих себя, – вы заблуждаетесь. Лицо, туловище и одежда у большинства людей не строго симметричны (хотя мы этого обычно не замечаем): правая половина не вполне сходна с левой. В зеркале все особенности правой половины переходят к левой, и наоборот, так что перед нами является фигура, производящая зачастую совсем иное впечатление, чем наша собственная.

Чего многие не умеют?

Фотография проникла к нам в сороковых годах XIX века сначала в виде так называемой «дагеротипии» (по имени изобретателя этого способа – Дагера) – снимков на металлических пластинках. Неудобство этого способа светописи состояло в том, что приходилось позировать перед аппаратом довольно долго – десятки минут…

«Мой дед, – рассказывал ленинградский физик, проф. Б.П. Вейнберг, – просидел перед фотографической камерой, чтобы получился с него один и притом неразмножаемый дагеротип, – сорок минут!»

Но все же возможность получать портреты без участия художника представлялась настолько новой, почти чудесной, что публика нескоро привыкла к этой мысли. В старинном русском журнале (1845 г.) рассказан по этому поводу забавный случай:

«Многие еще до сих пор не хотят верить, что дагеротип мог действовать сам. Один весьма почтенный человек пришел заказать свой портрет. Хозяин (т. е. фотограф. – *Я. П.)* усадил его, приладил стекла, вставил дощечку, посмотрел на часы и вышел. Пока хозяин был в комнате, почтенный человек сидел как вкопанный; но лишь только хозяин вышел за дверь, господин, желавший иметь свой портрет, не счел нужным сидеть смирно, встал, понюхал табаку, осмотрел со всех сторон дагеротип (аппарат), приставил глаз к стеклу, покачал головой, проговорил «хитрая штука» и начал прохаживаться по комнате.

Хозяин возвратился и, с изумлением остановившись у двери, воскликнул:

– Что вы делаете? Ведь я вам сказал, чтобы вы сидели смирно!

– Ну, я сидел. Я только встал, когда вы ушли.

– Тогда и надо было сидеть.

– Зачем же я буду сидеть напрасно?»

Вам кажется, читатель, что теперь мы далеки от всяких наивных представлений о фотографии. Однако и в наше время большинство людей не освоилось еще вполне с фотографией, и, между прочим, мало кто умеет *смотреть* на готовые снимки. Вы думаете, нечего тут и уметь: взять снимок в руки и смотреть на него. Но это вовсе не так просто: фотографические снимки принадлежат к тем предметам обихода, с которыми, при всей их распространенности, мы не умеем правильно обращаться. Большинство фотографов, любителей и профессионалов, – не говоря уже об остальной публике, – рассматривают снимки *не*

совсем так, как надо. Почти столетие известно искусство фотографии, и тем не менее многие не знают, как, собственно, следует рассматривать фотографические снимки.

Искусство рассматривать фотографии

По устройству своему фотографическая камера – большой глаз: то, что рисуется на ее матовом стекле, зависит от расстояния между объективом и снимаемыми предметами. Фотографический аппарат закрепляет на пластинке перспективный вид, который представился бы нашему глазу (заметьте – *одному* глазу!), помещенному на месте объектива. Отсюда следует, что раз мы желаем получить от снимка такое же зрительное впечатление, как и от самой натуры, мы должны:

1) рассматривать снимок *только одним глазом* и

2) держать снимок *в надлежащем расстоянии от глаза.*

Нетрудно понять, что, рассматривая снимок *двумя глазами,* мы неизбежно должны увидеть перед собой плоскую картину, а не изображение, имеющее глубину. Это с необходимостью вытекает из особенностей нашего зрения. Когда мы рассматриваем телесный предмет, на сетчатках наших глаз получаются изображения неодинаковые: правый глаз видит не совсем то же, что рисуется левому (рис. 57). Эта неодинаковость изображений и есть, в сущности, главная причина того, что предметы представляются нам телесными: сознание наше сливает оба неодинаковых впечатления в один *рельефный* образ (на этом, как известно, основано устройство стереоскопа). Иное дело, если перед нами предмет плоский, например поверхность стены; оба глаза получают тогда вполне тождественные впечатления; одинаковость эта является для сознания признаком плоскостного протяжения предмета.

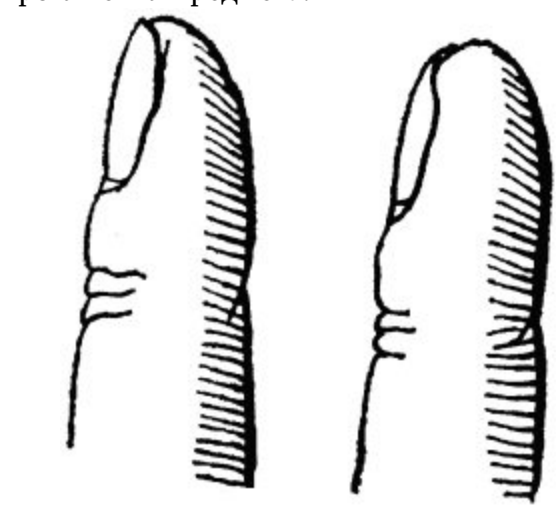


Рис. 57. Каким кажется палец левому и правому глазу, если держать руку недалеко от лица

Теперь ясно, в какую ошибку впадаем мы, когда рассматриваем фотографию двумя глазами; этим мы навязываем своему сознанию убеждение, что перед нами именно плоская картина! Когда мы предлагаем *обоим* глазам снимок, предназначенный только для *одного,* мы мешаем себе видеть то, что должна дать нам фотография; вся иллюзия, в таком совершенстве создаваемая фотографической камерой, разрушается этим промахом.

На каком расстоянии надо держать фотографию?

Столь же важно и второе правило – держать снимок *в надлежащем расстоянии* от глаза; в противном случае нарушается правильная перспектива.

Каково же должно быть это расстояние? Для получения полного впечатления надо рассматривать снимок под тем же углом зрения, под каким объектив аппарата «видел» изображение на матовом стекле камеры, или, что то же самое, под каким он «видел» снимаемые предметы (рис. 58). Отсюда следует, что снимок надо приблизить к глазу на расстояние, которое во столько же раз меньше расстояния предмета от объектива, во сколько раз изображение предмета меньше натуральной величины. Другими словами, надо держать снимок от глаза на расстоянии, которое приблизительно равно фокусной длине объектива.

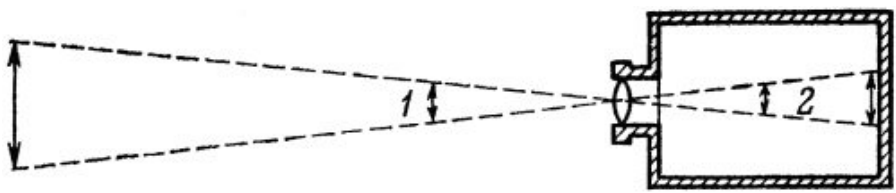


Рис. 58. В фотографическом аппарате угол *1* равен углу *2*

Если мы примем во внимание, что в большинстве любительских аппаратов фокусное расстояние равно 12–15 см [16] , то поймем, что мы никогда не рассматриваем таких снимков на правильном расстоянии от глаза: расстояние лучшего зрения для нормального глаза (25 см) почти вдвое более указанного. Плоскими кажутся и фотографии, висящие на стене, – их рассматривают с еще большего расстояния.

Только близорукие люди, с коротким расстоянием лучшего зрения (а также дети, способные видеть на близком расстоянии), могут доставить себе удовольствие любоваться тем эффектом, который дает обыкновенный снимок при правильном рассматривании (одним глазом). Держа фотографию на расстоянии 12–15 см от глаза, они видят перед собой не плоскую картину, а рельефный образ, в котором передний план отделяется от заднего почти как в стереоскопе.

Читатель, надеюсь, согласится теперь, что в большинстве случаев мы только по собственному неведению не получаем от фотографических снимков в полной мере того удовольствия,

какое они могут доставить, и часто напрасно жалуемся на их безжизненность. Все дело в том, что мы не помещаем своего глаза в надлежащей точке относительно снимка и смотрим *двумя* глазами на изображение, предназначенное только для одного.

Что такое стереоскоп?

Переходя от картин к телесным предметам, зададим себе вопрос: почему, собственно, предметы кажутся нам телесными, а не плоскими? На сетчатке нашего глаза изображение получается ведь плоское. Каким же образом происходит то, что предметы представляются нам не в виде плоской картины, а телами трех измерений?

Здесь действуют несколько причин. Во-первых, различная степень освещения частей предметов позволяет нам судить об их форме. Во-вторых, играет роль напряжение, которое мы ощущаем, когда приспособляем глаза к ясному восприятию различно удаленных частей телесного предмета: все части плоской картины удалены от глаза одинаково, между тем как части пространственного объекта находятся на различном расстоянии, и чтобы ясно видеть их, глаз должен не одинаково «настраиваться». Но самую большую услугу оказывает нам то, что здесь изображения, получаемые в каждом глазу от одного и того же предмета, не одинаковы. В этом легко убедиться, если смотреть на какой-нибудь близкий предмет, попеременно закрывая то правый, то левый глаз. Правый и левый глаз видят предметы не одинаково; в каждом рисуется иная картина, и это-то различие, истолковываемое нашим сознанием, дает нам впечатление рельефа (рис. 57 и 59).

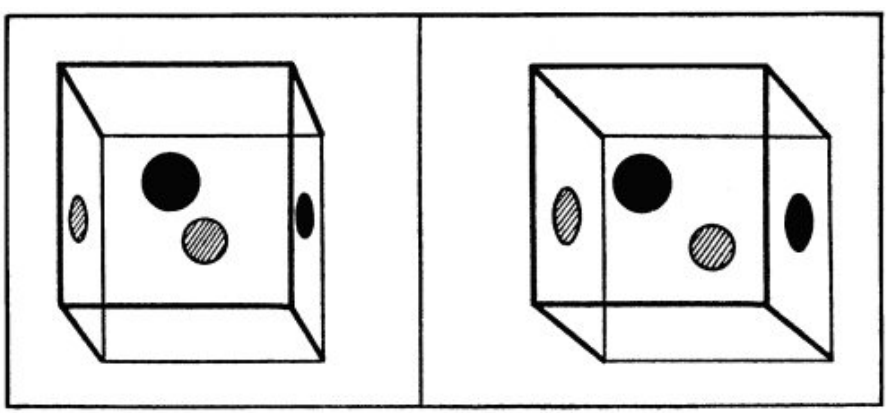


Рис. 59. Стеклянный куб с пятнами, рассматриваемый левым и правым глазом

Теперь представьте себе два рисунка одного и того же предмета: первый изображает предмет, каким он кажется левому глазу, второй – правому. Если смотреть на эти изображения так, чтобы каждый глаз видел только «свой» рисунок, то вместо двух

плоских картин мы увидим один выпуклый, рельефный предмет, даже более рельефный, чем телесные предметы, видимые *одним* глазом. Рассматривают такие парные рисунки при помощи особого прибора – стереоскопа. Слияние обоих изображений достигалось в прежних стереоскопах при помощи зеркал, а в новейших – с помощью стеклянных выпуклых призм: они преломляют лучи так, что при мысленном их продолжении оба изображения (слегка увеличенные благодаря выпуклости призм) покрывают одно другое. Идея стереоскопа, как видим, необычайно проста, но тем поразительнее действие, достигаемое столь простыми средствами. Большинству читателей, без сомнения, случалось видеть стереоскопические фотографии различных сцен и ландшафтов. Иные, быть может, рассматривали в стереоскоп и чертежи фигур, изготовленные с целью облегчить изучение стереометрии. В дальнейшем мы не будем говорить об этих более или менее общеизвестных применениях стереоскопа, а остановимся лишь на тех, с которыми многие читатели, вероятно, незнакомы.

Наш естественный стереоскоп

При рассматривании стереоскопических изображений можно обойтись и без какого-либо прибора: надо лишь приучить себя соответствующим образом направлять глаза. Результат получается такой же, как и при помощи стереоскопа, с той лишь разницей, что изображение при этом не увеличивается. Изобретатель стереоскопа Уитстон первоначально пользовался именно этим естественным приемом.

Я прилагаю здесь целую серию стереоскопических рисунков постепенно возрастающей сложности, которые советую попытаться рассматривать непосредственно, без стереоскопа. Успех достигается лишь после ряда упражнений [17] .

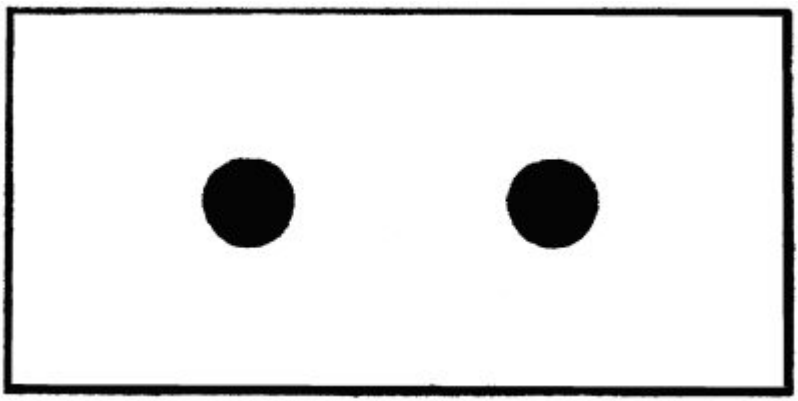


Рис. 60. Несколько секунд не сводите глаз с промежутка между пятнышками – оба черных пятна сольются в одно

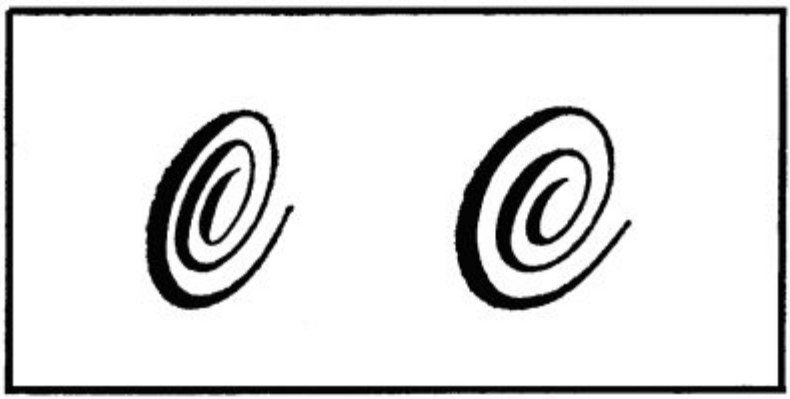


Рис. 61. Повторите то же с этой парой рисунков.

Добившись слияния, перейдите к следующему упражнению

Начните с рис. 60 – пары черных точек. Держите их перед глазами и в течение нескольких секунд не сводите взгляда с

промежутка между пятнышками; при этом сделайте такое усилие, словно бы желали рассмотреть предмет, расположенный далее, позади рисунка. Вы увидите скоро уже не два, а четыре пятна, – кружки раздвоятся. Но затем крайние точки отплывут далеко, а внутренние сблизятся и сольются. Если вы повторите то же с рис. 61 и 62, то в последнем случае в момент слияния увидите перед собой словно внутренность длинной трубы, уходящей вдаль.

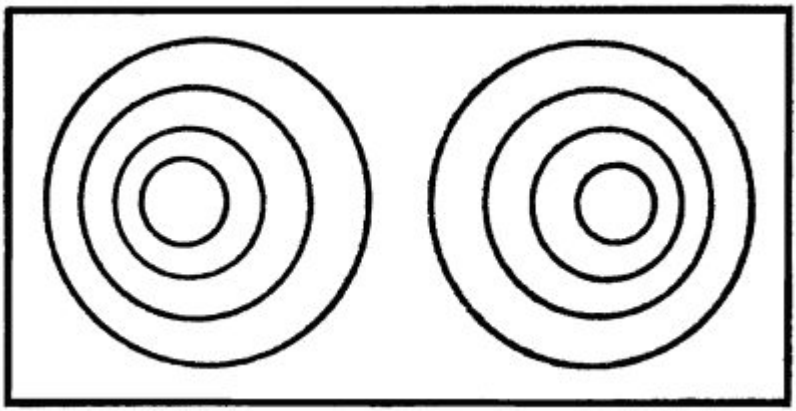


Рис. 62. Когда эти изображения сольются, вы увидите перед собой словно внутренность трубы, уходящей вдаль

Добившись этого, можете перейти к рис. 63; здесь вы должны увидеть висящие в воздухе геометрические тела. Рис. 64 представит вам длинный коридор каменного здания или туннель, а на рис. 65 вы можете восхищаться иллюзией прозрачного стекла в аквариуме.

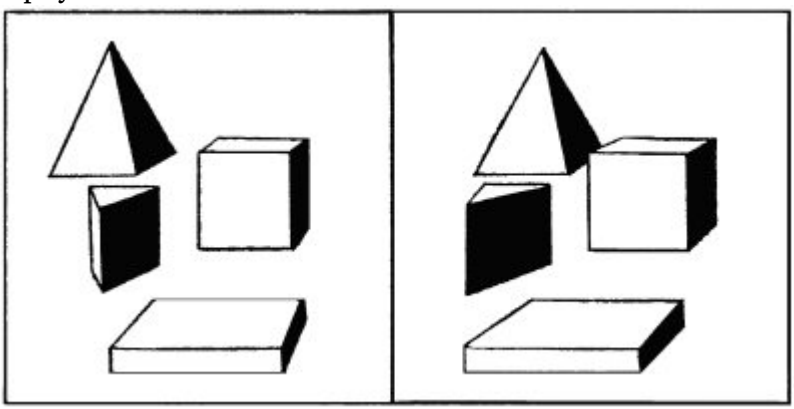


Рис. 63. Эти четыре геометрических тела при слиянии изображений кажутся словно парящими в пространстве

Наконец, на рис. 66 перед нами уже целая картина – морской пейзаж.

Научиться такому непосредственному рассматриванию парных изображений сравнительно нетрудно.

Многие из моих знакомых овладевали этим искусством в короткий срок, после небольшого числа проб. Близорукие и дальнозоркие, носящие очки, могут не снимать их, а смотреть на изображение так, как рассматривают всякую картину. Пробуйте придвигать или отодвигать от глаз рисунки, пока не уловите надлежащего расстояния. Во всяком случае нужно проделывать опыты при хорошем освещении – это сильно способствует успеху.

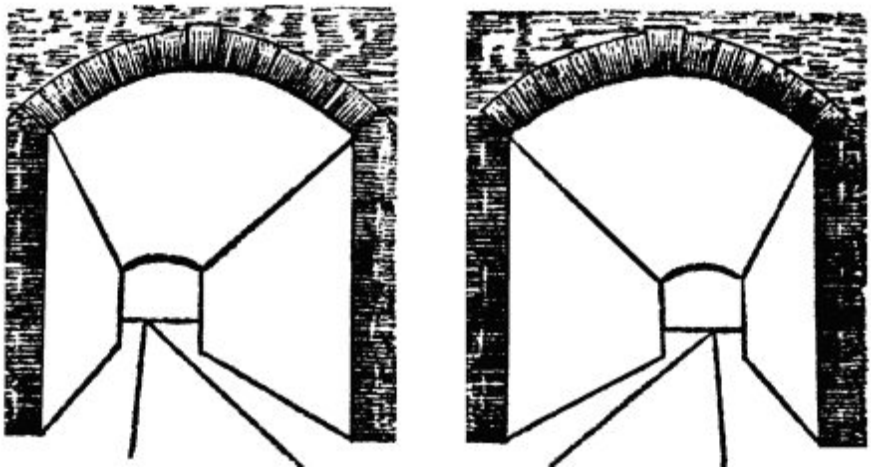


Рис. 64. Длинный, уходящий вдаль коридор

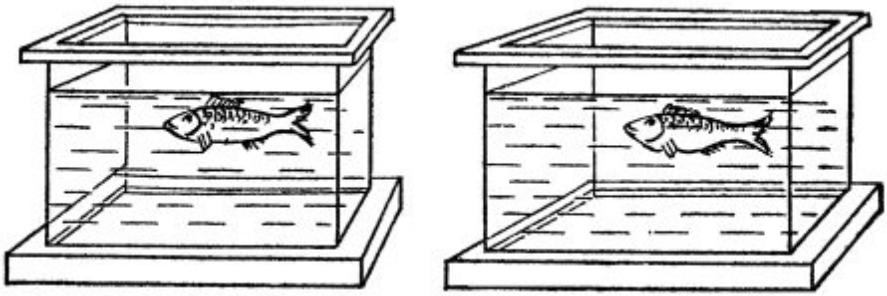


Рис. 65. Рыбка в аквариуме

Научившись рассматривать без стереоскопа воспроизведенные здесь рисунки, можете воспользоваться приобретенным навыком для рассматривания вообще стереоскопических фотографий, обходясь без специального прибора… Не надо только чрезмерно увлекаться этим упражнением, чтобы не утомить глаза.

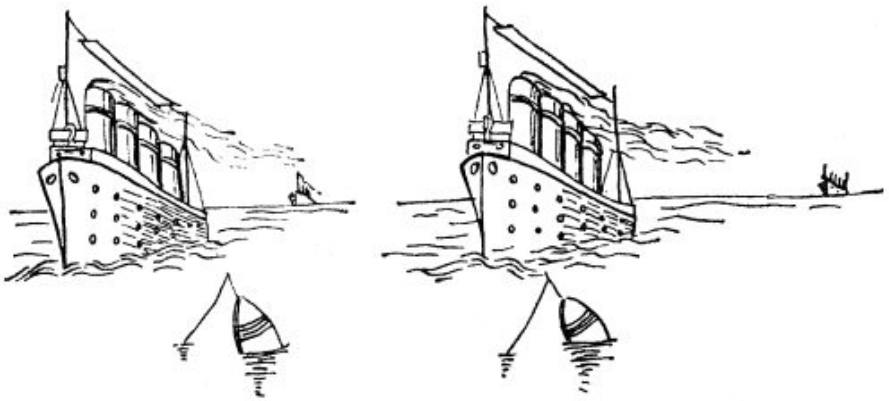


Рис. 66. Стереоскопический ландшафт моря

Если вам не удастся приобрести способность управлять своими глазами, вы можете, за неимением стереоскопа, пользоваться стеклами очков для дальнозорких; надо подклеить их под отверстия в картоне так, чтобы смотреть только через внутренние края стекол; между рисунками следует поместить какую-нибудь перегородку. Этот упрощенный стереоскоп вполне достигает цели.

Белое и черное

Взгляните *издали* на рис. 67 и скажите: сколько черных кружков могло бы поместиться в свободном промежутке между нижним кружком и одним из верхних кружков – четыре или пять? Скорее всего, вы ответите, что четыре кружка уместятся свободно, но для пятого, пожалуй, места уже недостанет.

Когда же вам скажут, что в промежутке помещается ровно три кружка, не более, – вы не поверите. Возьмите же бумажку или циркуль и убедитесь, что вы неправы.

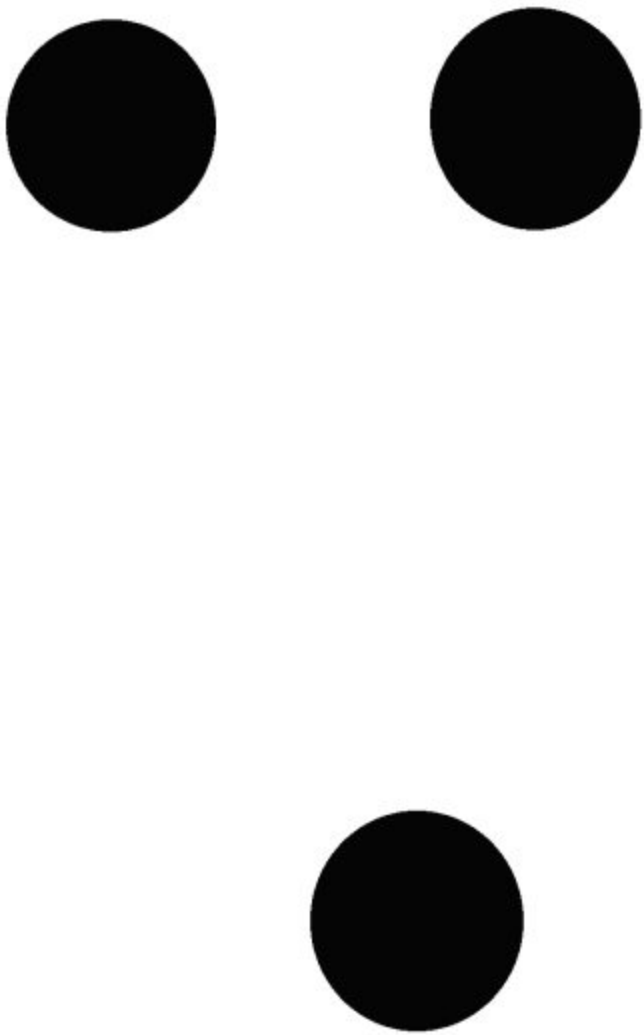


Рис. 67. Пустой промежуток между нижним кружком и

каждым из верхних кажется больше, нежели расстояние между наружными краями верхних кружков. В действительности же расстояния равны

Эта странная иллюзия, в силу которой черные участки кажутся нашему глазу меньше, нежели белые такой же величины, носит название «иррадиации». Она зависит от несовершенства нашего глаза, который как оптический аппарат не вполне отвечает строгим требованиям оптики. Его преломляющие среды не дают на сетчатке тех резких контуров, которые получаются на матовом стекле хорошо наставленного фотографического аппарата: вследствие так называемой *сферической аберрации* каждый светлый контур окружается светлой каймой, которая увеличивает его размеры на сетчатой оболочке глаза. В итоге светлые участки всегда кажутся нам больше, чем равные им черные. В своем «Учении о цветах» великий поэт Гёте, который был зорким наблюдателем природы (хотя и не всегда достаточно осмотрительным физиком-теоретиком), пишет об этом явлении так:

«Темный предмет кажется меньше светлого той же величины. Если рассматривать одновременно белый круг на черном фоне и черный круг того же диаметра на белом фоне, то последний нам покажется примерно на 1/5 меньше первого. Если черный круг сделать соответственно больше, они покажутся равными. Молодой серп Луны кажется принадлежащим кругу большего диаметра, чем остальная темная часть Луны, которая иногда бывает при этом различима («пепельный свет» Луны. – *Я. П.)*. В темном платье люди кажутся тоньше, чем в светлом. Источники света, видные из-за края, производят в нем кажущийся вырез. Линейка, из-за которой появляется пламя свечи, представляется с зарубкой в этом месте. Восходящее и заходящее солнце делает словно выемку в горизонте».

В этих наблюдениях все верно, кроме утверждения, будто белый кружок кажется больше равного черного всегда на одну и ту же долю. Прибавка зависит от расстояния, с какого кружки рассматриваются. Сейчас станет понятно, почему это так.

Отодвиньте рис. 67 от глаз подальше, – иллюзия станет еще сильнее, еще поразительнее. Объясняется это тем, что ширина добавочной каймы всегда остается одинаковой; если поэтому в близком расстоянии она увеличивала ширину светлого участка всего на 10 %, то на далеком расстоянии, когда само изображение уменьшится, та же добавка будет составлять уже не 10 %, а, скажем, 30 % или даже 50 % его ширины. Указанной особенностью нашего глаза обычно объясняют также странное свойство рис. 68. Рассматривая его вблизи, вы видите множество

белых кружков на черном поле. Но отодвиньте книгу подальше и взгляните на рисунок с расстояния 2–3 шагов, а если у вас очень хорошее зрение, то с расстояния шагов 6–8; фигура заметно изменит свой вид: вы увидите в ней вместо кружков белые шестиугольники, наподобие пчелиных ячеек.

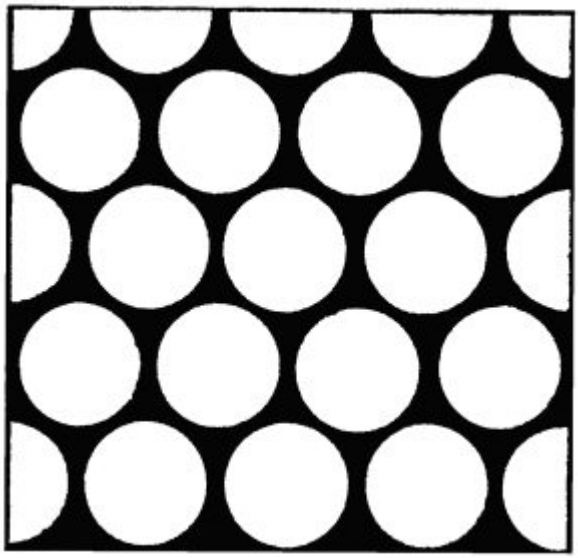


Рис. 68. На некотором расстоянии кружки кажутся шестиугольниками

Меня не вполне удовлетворяет объяснение этой иллюзии иррадиацией, с тех пор как я заметил, что *черные* кружки на белом фоне также кажутся издали шестиугольными (рис. 69), хотя иррадиация здесь не увеличивает, а *сокращает* кружки. Надо сказать, что вообще существующие объяснения зрительных иллюзий нельзя считать окончательными; большинство же иллюзий и вовсе не имеет еще объяснения (подробнее об этом см. мою книжечку «Обманы зрения» – альбом оптических иллюзий).

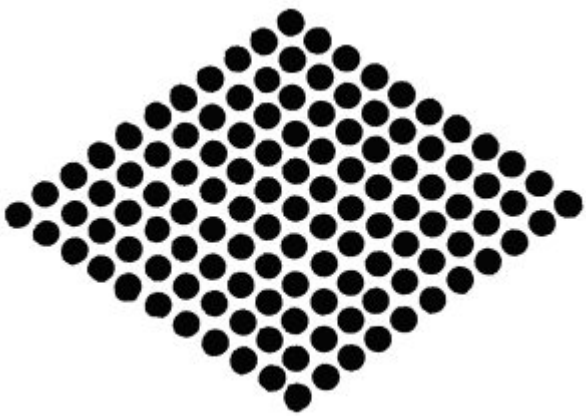


Рис. 69. Черные кружки кажутся издали шестиугольниками

Какая буква чернее?

Рисунок 70 дает возможность познакомиться с другим несовершенством нашего глаза – *астигматизмом.* Если взглянете на него одним глазом, то из четырех букв этой надписи не все, вероятно, покажутся вам одинаково черными. Заметьте, какая буква всего чернее, и поверните рисунок боком. Произойдет неожиданная перемена: самая черная буква станет серой и чернее прочих покажется теперь уже другая буква.

Рис. 70. Смотрите на эту надпись одним глазом.

Одна из букв представится вам более черной, нежели остальные

На самом же деле все четыре буквы одинаково черны, они только заштрихованы в различных направлениях. Если бы глаз был также безупречно устроен, как дорогие стеклянные объективы, то направление штрихов не отражалось бы на черноте букв. Но глаз наш по различным направлениям не вполне одинаково преломляет лучи, а потому мы не можем сразу видеть одинаково отчетливо и вертикальные, и горизонтальные, и косые линии.

Редко у кого глаза совершенно свободны от этого недостатка, а у некоторых людей астигматизм достигает такой сильной степени, что заметно мешает зрению, понижая его остроту. Таким лицам приходится, чтобы ясно видеть, употреблять специальные очки.

У глаза есть и другие органические недостатки, которых при изготовлении оптических приборов мастера умеют избегать. Знаменитый Гельмгольц выразился по поводу этих недостатков так: «Если бы какой-нибудь оптик вздумал продать мне инструмент, обладающий такими недостатками, я счел бы себя вправе самым резким образом выразиться о небрежности его работы и возвратить ему его прибор с протестом».

Но и кроме этих иллюзий, которые обусловлены известными недостатками строения, глаз наш поддается также целому ряду обманов, имеющих совершенно иные причины.

Живые портреты

Всем, вероятно, приходилось видеть портреты, которые не только смотрят прямо на нас, но даже следят за нами глазами, обращая их в ту сторону, куда мы переходим. Эта любопытная особенность таких портретов издавна подмечена и всегда казалась многим загадочной; нервных людей она положительно пугает. У Гоголя в «Портрете» прекрасно описан подобный случай:

«Глаза вперились в него и, казалось, не хотели ни на что другое глядеть, как только на него… Портрет глядит мимо всего, что ни есть вокруг, прямо в него, – глядит просто к нему вовнутрь…»

Немало суеверных легенд связано с этой таинственной особенностью глаз на портретах (вспомните тот же «Портрет»), а между тем разгадка ее сводится к простому обману зрения.

Все объясняется тем, что зрачок на этих портретах помещен в *середине глаза.* Именно такими мы видим глаза человека, который смотрит прямо на нас; когда же он смотрит в сторону, мимо нас, то зрачок и вся радужная оболочка кажутся нам находящимися не посредине глаза, но несколько перемещенными к краю. Когда мы отходим в сторону от портрета, зрачки, разумеется, своего положения не меняют – остаются посредине глаза. А так как, кроме того, и все лицо мы продолжаем видеть в прежнем положении по отношению к нам, то нам, естественно, кажется, будто портрет повернул голову в нашу сторону и следит за нами.

Рис. 71. Загадочный портрет

Таким же образом объясняются и другие озадачивающие особенности некоторых картин: лошадь едет прямо на нас, куда бы мы ни отходили от картины; человек указывает на нас: его протянутая вперед рука направлена прямо к нам, и т. п. Образчик подобной картины вы видите на рис. 71. Такого рода плакатами нередко пользуются для агитационных или рекламных целей. Если вдуматься хорошенько в причину подобных иллюзий, то становится ясным, что в них не только нет ничего удивительного, но даже наоборот: удивительно было бы, если бы такой особенностью картины не обладали.

Воткнутые линии и другие обманы зрения

Начерченная на рис. 72 группа булавок не представляет на первый взгляд ничего особенного. Но поднимите книгу на уровень глаз и, закрыв один глаз, смотрите на эти линии так, чтобы луч зрения скользил вдоль них. (Глаз нужно поместить в той точке, где пересекаются продолжения этих прямых.) При таком рассматривании вам покажется, что булавки не начерчены на бумаге, а воткнуты в нее стоймя. Отводя голову немного в сторону, вы увидите, что булавки словно наклоняются в ту же самую сторону.

Эта иллюзия объясняется законами перспективы: линии начерчены так, как должны были бы проектироваться на бумагу отвесно торчащие воткнутые булавки, когда на них смотрят описанным выше образом.

Способность нашу поддаваться зрительным обманам вовсе не следует рассматривать только как недостаток зрения. Она имеет и свою весьма выгодную сторону, о которой часто забывают. Дело в том, что, если бы глаз наш неспособен был поддаваться никаким обманам, не существовало бы живописи и мы лишены были бы всех наслаждений изобразительных искусств. Художники широко пользуются этими недостатками зрения.

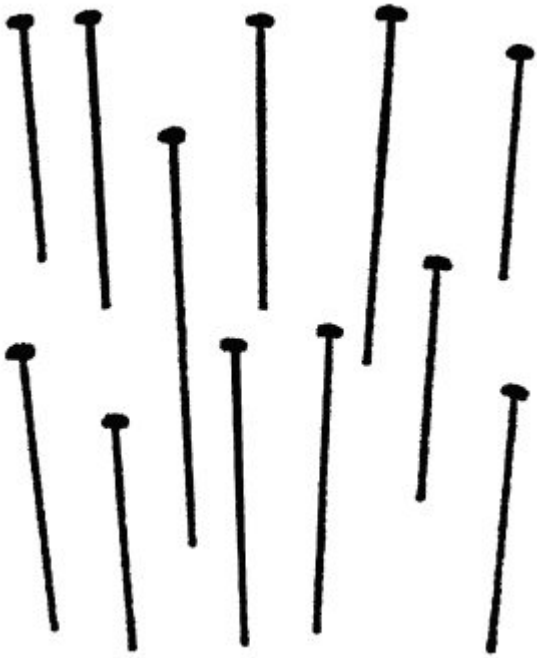


Рис. 72. Поместите один глаз (закрыв другой) приблизительно в той точке, где пересекаются продолжения этих линий. Вы увидите ряд булавок, словно воткнутых в бумагу. При легком перемещении рисунка из стороны в сторону булавки кажутся качающимися

«На сей обманчивости все живописное художество основано, – писал гениальный ученый XVIII века Эйлер в своих знаменитых «Письмах о разных физических материях». – Ежели бы мы привыкли судить о вещах по самой истине, то бы сие искусство (т. е. художество) не могло иметь места, равно как когда бы мы были слепы. Всуе художник истощил бы все свое искусство на смешение цветов; мы бы сказали: вот на сей доске красное пятно, вот голубое, здесь черное и там несколько беловатых линий; все находится на одной поверхности, не видно на ней никакого в расстоянии различия и не можно бы было изобразить ни единого предмета. Что бы на картине ни написано было, так бы нам казалось, как письмо на бумаге… При сем совершенстве не были ли бы мы сожаления достойны, лишены будучи удовольствия, которое приносит нам ежедневно столь приятное и полезное художество?»

Оптических обманов очень много, можно наполнить целый альбом различными примерами таких иллюзий (в упомянутой выше моей книжке «Обманы зрения» собрано более 60 образчиков оптических иллюзий). Многие из них общеизвестны, другие менее знакомы. Привожу здесь еще несколько любопытных примеров

оптических обманов из числа менее известных. Особенно эффектны иллюзии рис. 73 и 74 с линиями на сетчатом фоне: глаз положительно отказывается верить, что буквы на рис. 73 поставлены прямо. Еще труднее поверить тому, что на рис. 74 перед нами не спираль. Приходится убеждать себя в этом непосредственным испытанием: поставив острие карандаша на одну из ветвей мнимой спирали, кружить по дугам, не приближаясь и не удаляясь от центра. Точно так же, только с помощью циркуля, можем мы убедиться, что на рис. 75 прямая *AC* не короче *AB*. Сущность остальных иллюзий, порождаемых рисунками 76, 77, 78, 79, объяснена в подписях под ними. До какой степени сильна иллюзия рис. 78, показывает следующий курьезный случай; издатель одного из предыдущих изданий моей книги, получив от цинкографии оттиск этого клише, счел клише недоделанным и готовился было уже возвратить его в мастерскую, чтобы счистить серые пятна на пересечении белых полос, когда я, случайно войдя в комнату, объяснил ему, в чем дело.

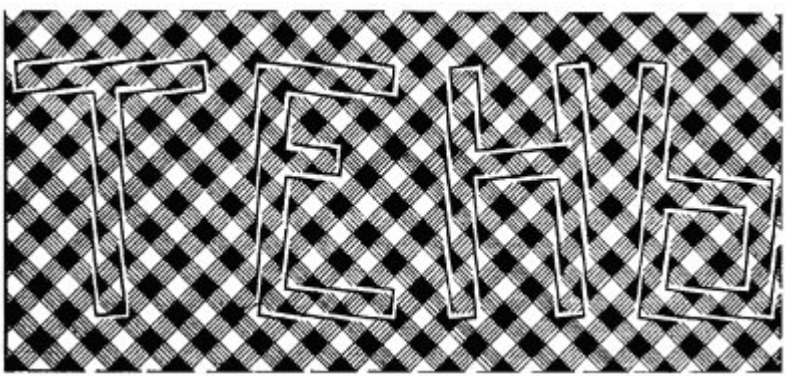


Рис. 73. Буквы поставлены прямо

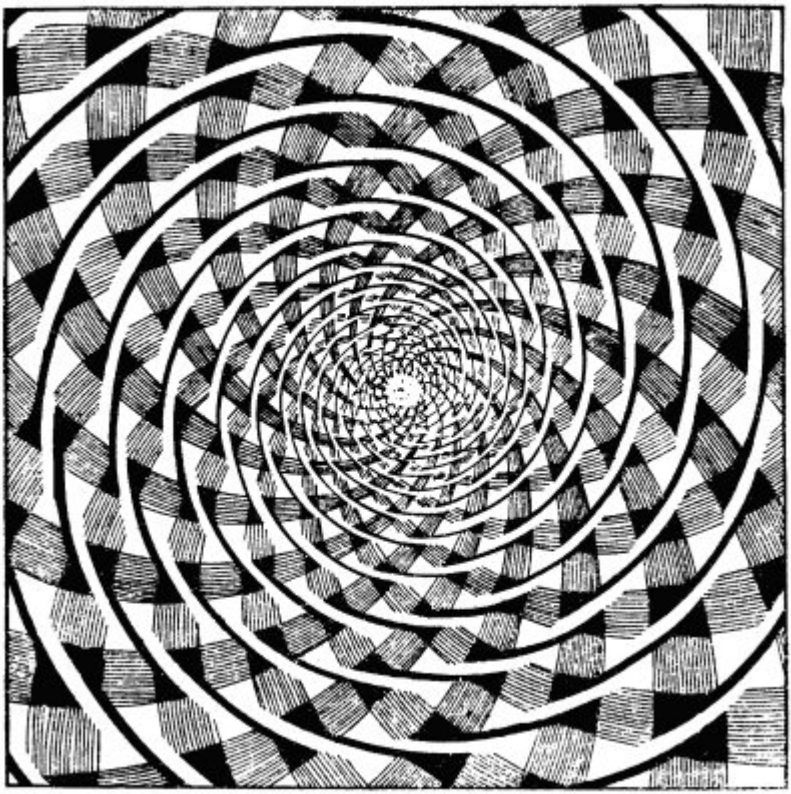


Рис. 74. Кривые линии этой фигуры кажутся спиралью, между тем это окружности, в чем легко убедиться, водя по ним заостренной спичкой

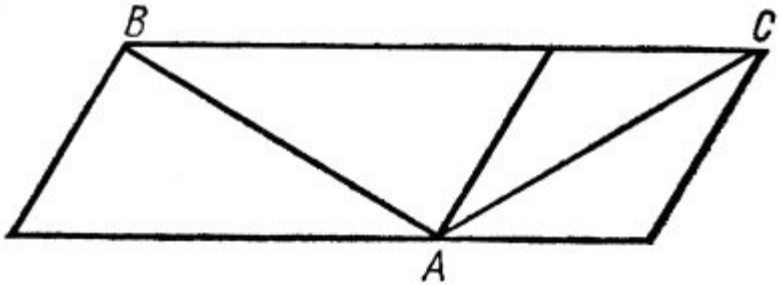


Рис. 75. Расстояния *AB* и *AC* равны, хотя первое кажется большим

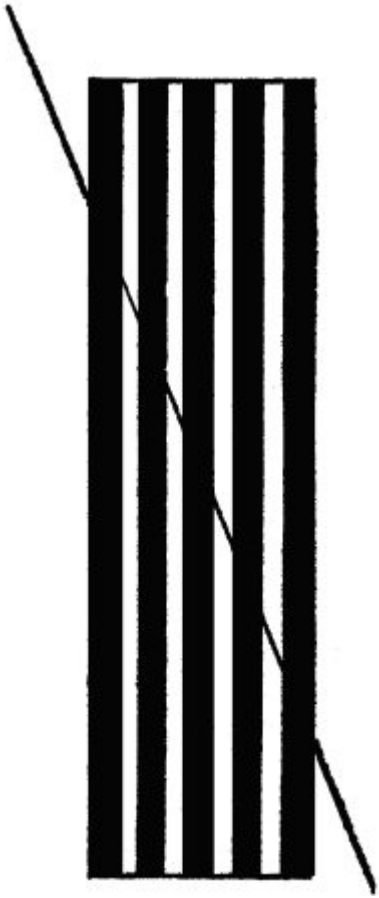


Рис. 76. Косая линия, пересекающая полоски, кажется изломанной

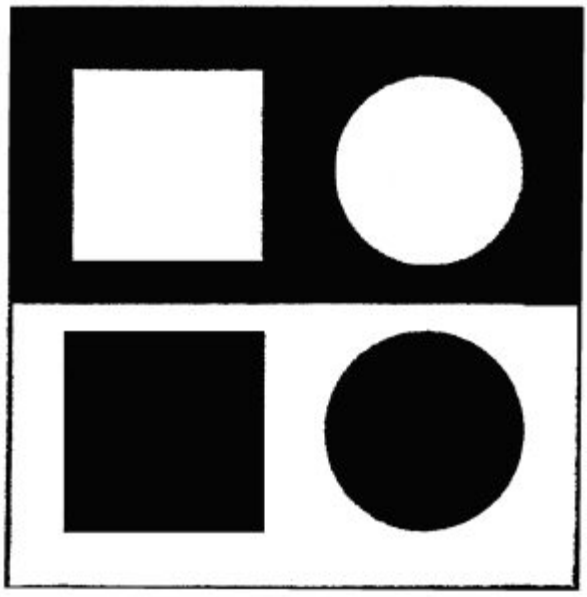


Рис. 77. Белые и черные квадраты равны, так же как и круги

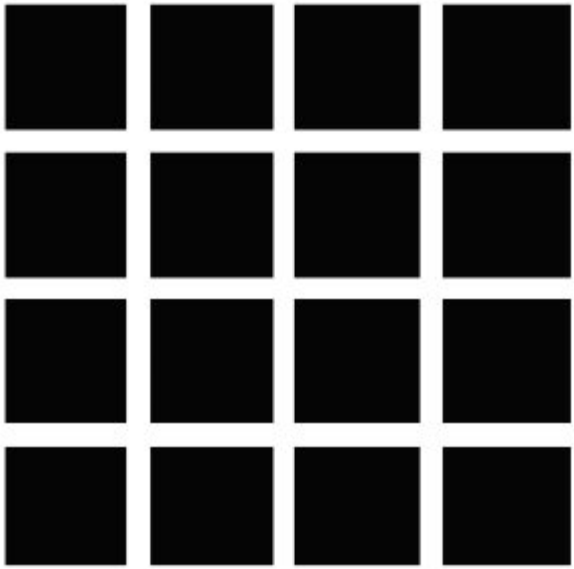


Рис 78. На пересечении белых полос этой фигуры появляются и исчезают, словно вспыхивая, сероватые квадратные пятнышки. В действительности же полоски совершенно белы по всей длине, в чем легко убедиться, закрыв бумагой прилегающие ряды черных квадратов.

Это – следствие контрастов

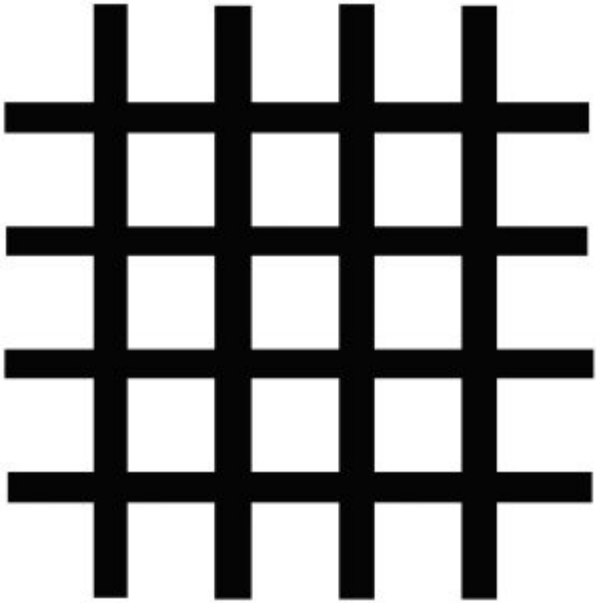


Рис. 79. На пересечении черных полос появляются сероватые пятна

Как видят близорукие

Близорукий без очков видит плохо: но что, собственно, он видит и какими именно представляются ему предметы – об этом люди с нормальным зрением имеют весьма смутное представление. Между тем близоруких людей довольно много, и полезно познакомиться с тем, как рисуется им окружающий мир.

Прежде всего, близорукий (разумеется, без очков) никогда не видит резких контуров: все предметы для него имеют расплывчатые очертания. Человек с нормальным зрением, глядя на дерево, различает отдельные листья и веточки, отчетливо вырисовывающиеся на фоне неба. Близорукий же видит лишь бесформенную зеленую массу неясных, фантастических очертаний; мелкие детали для него пропадают.

Для близоруких людей человеческие лица кажутся в общем моложе и привлекательнее, чем для человека с нормальным зрением; морщины и другие мелкие изъяны лица ими не замечаются; грубо-красный цвет кожи (натуральный или искусственный) кажется им нежно-румяным. Мы удивляемся наивности иных своих знакомых, ошибающихся чуть не на 20 лет в определении возраста людей, поражаемся их странным вкусом в оценке красоты, виним их в неучтивости, когда они смотрят нам прямо в лицо и словно не желают узнать… Все это часто происходит просто от близорукости.

«В лицее, – вспоминает поэт Дельвиг, современник и друг Пушкина, – мне запрещали носить очки, зато все женщины казались мне прекрасны; как я разочаровался после выпуска!» Когда близорукий (без очков) беседует с вами, он вовсе не видит вашего лица, – во всяком случае, видит не то, что вы предполагаете: перед ним расплывчатый образ, и нет ничего удивительного, что, встретив вас вторично через час, он уже не узнает вас. Большей частью близорукий узнает людей не столько по внешнему облику, сколько по звуку голоса: недостаток зрения восполняется изощренностью слуха.

Интересно также проследить за тем, каким рисуется близоруким людям мир ночью. При ночном освещении все яркие предметы – фонари, лампы, освещенные окна и т. п. – разрастаются для близорукого до огромных размеров, превращая картину в хаос бесформенных ярких пятен, темных и туманных силуэтов. Вместо линий фонарей на улице близорукие видят два-три огромных ярких пятна, которые заслоняют для них всю остальную часть улицы. Приближающегося автомобиля они не различают, вместо него они видят только два ярких ореола

(фары), а сзади них темную массу.

Даже ночное небо имеет для близоруких далеко не тот вид, что для нормального глаза. Близорукий видит лишь звезды первых трех-четырех величин; следовательно, вместо нескольких тысяч звезд ему доступны всего несколько сотен. Зато эти немногие звезды кажутся ему крупными комьями света. Луна представляется близорукому огромной и очень близкой; полумесяц же принимает для него замысловатую, фантастическую форму.

Причина всех этих искажений и кажущегося увеличения размеров предметов кроется, конечно, в устройстве глаза близорукого. Близорукий глаз слишком глубок – настолько, что преломление его частей собирает лучи наружных предметов не на самой сетчатке, а несколько впереди нее. До сетчатки же, устилающей глазное дно, доходят пучки расходящихся лучей, которые дают здесь расплывчатые, размытые изображения.

Звуковые зеркала

Стена леса, высокий забор, строение, гора – всякая вообще преграда, отражающая эхо, есть не что иное, как *зеркало* для звука; она отражает звук так же, как плоское зеркало отражает свет.

Звуковые зеркала бывают не только плоские, но и кривые. Вогнутое звуковое зеркало действует как рефлектор; сосредоточивает «звуковые лучи» в своем фокусе.

Рис. 80. Звуковые вогнутые зеркала

Две глубокие тарелки дают возможность проделать любопытный опыт этого рода. Поставьте одну тарелку на стол и в нескольких сантиметрах от ее дна держите карманные часы. Другую тарелку держите у головы, близ уха, как изображено на рис. 80. Если положение часов, уха и тарелок найдено правильно (это удается после ряда проб), вы услышите тиканье часов, словно исходящее от той тарелки, которую вы держите у головы. Иллюзия усиливается, если закрыть глаза: тогда положительно

нельзя определить по слуху, в какой руке часы – в правой или в левой.

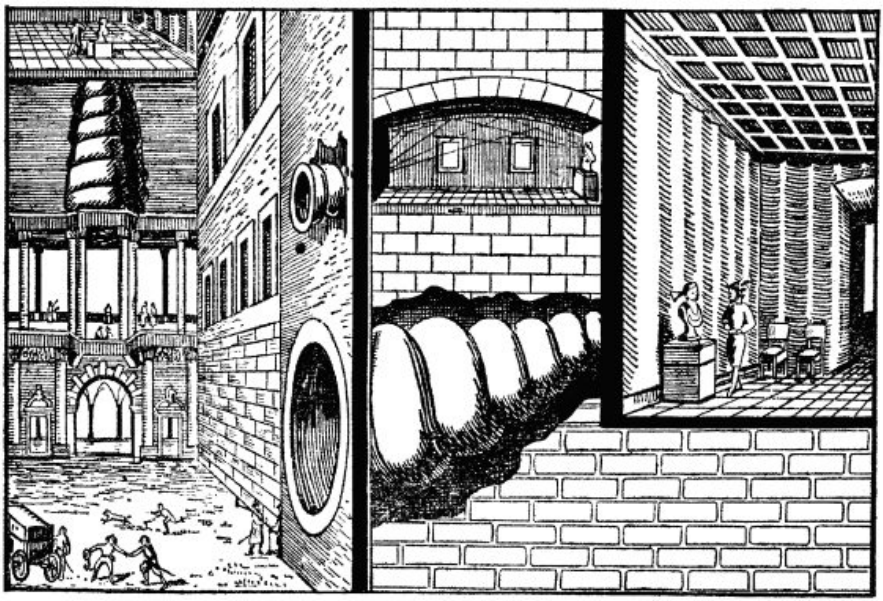


Рис. 81. Звуковые диковинки в древнем замке – говорящие бюсты (из книги Афанасия Кирхера, 1560 г.)

Строители средневековых замков нередко создавали такие звуковые курьезы, помещая бюсты либо в фокусе вогнутого звукового зеркала, либо у конца говорной трубы, искусно скрытой в стене. На рис. 81, заимствованном из старинной книги XVI века, можно видеть эти хитроумные приспособления: потолок в форме свода направляет к губам бюста звуки, приносимые извне говорной трубой; огромные говорные трубы, замурованные в здании, приносят разнообразные звуки со двора к каменным бюстам, размещенным у стен одной из зал, и т. п. Посетителю такой галереи казалось, что мраморные бюсты шепчут, напевают и т. п.

Курьезы слуха

Когда мы грызем твердый сухарь, мы слышим оглушительный шум, между тем как наши соседи едят те же сухари без заметного шума. Как ухитряются они избегать этого грохота?

Дело в том, что шум и грохот существуют лишь в ваших ушах и мало беспокоят уши наших соседей. Кости черепа, как и вообще твердые, упругие тела, очень хорошо проводят звуки, а звук в плотной среде усиливается иногда до чрезвычайных размеров. Доходя до уха *через воздух,* треск сухаря воспринимается как легкий шум; но тот же треск превращается в грохот, если доходит до слухового нерва через твердые кости черепа. Вот еще опыт из той же области: зажмите между зубами колечко карманных часов и плотно закройте уши пальцами: вы услышите тяжелые удары – так усилится тиканье часов.

Бетховен, оглохнув, слушал, говорят, игру на рояле, приставив к нему одним концом свою трость, другой конец которой он держал у зубов. Точно так же те глухие, у которых уцелело внутреннее ухо, могут танцевать под музыку: звуки достигают до их слуховых нервов через пол и кости.

Из книги «Занимательная физика. Книга II»

Самый дешевый способ путешествовать

Остроумный французский писатель XVII века Сирано де Бержерак в своей сатирической «Истории государств на Луне» (1652 г.) рассказывает, между прочим, о таком будто бы происшедшем с ним удивительном случае. Занимаясь физическими опытами, он однажды непостижимым образом был поднят вместе со своими склянками высоко в воздух. Когда же через несколько часов ему удалось спуститься вновь на землю, то, к изумлению, очутился он уже не в родной Франции и даже не в Европе, а на материке Северной Америки, в Канаде! Свой неожиданный перелет через Атлантический океан французский писатель, однако, находит вполне естественным. Он объясняет его тем, что, пока невольный путешественник был отделен от земной поверхности, планета наша продолжала по-прежнему вращаться на восток; вот почему, когда он опустился, под ногами его вместо Франции оказался уже материк Америки.

Казалось бы, какой дешевый и простой способ путешествовать! Стоит только подняться над Землей и продержаться в воздухе хотя бы несколько минут, чтобы опуститься уже совершенно в другом месте, далеко к западу. Вместо того чтобы предпринимать утомительные путешествия через материки и океаны, можно неподвижно висеть над Землей и выжидать, пока она сама подставит путнику место назначения.

К сожалению, удивительный способ этот – не более как фантазия. Во-первых, поднявшись в воздух, мы, в сущности, не отделяемся еще от земного шара: мы остаемся связанными с его газообразной оболочкой, висим в его атмосфере, которая тоже ведь участвует во вращении Земли вокруг оси. Воздух (вернее, его нижние более плотные слои) вращается вместе с Землей, увлекая с собой все, что в нем находится: облака, аэропланы, всех летящих птиц, насекомых и т. д. Если бы воздух не участвовал во вращении земного шара, то, стоя на Земле, мы постоянно чувствовали бы сильнейший ветер, по сравнению с которым самый страшный ураган казался бы нежным дуновением [18] . (Ведь совершенно безразлично: стоим ли мы на месте, а воздух движется мимо нас, или же, наоборот, воздух неподвижен, а мы перемещаемся в нем; в обоих случаях мы ощущаем одинаково сильный ветер. Мотоциклист, движущийся со скоростью 100 км в час, чувствует сильнейший встречный ветер даже в совершенно тихую погоду.

Это во-первых. Во-вторых, если бы даже мы могли подняться в высшие слои атмосферы или если бы Земля вовсе не была окружена воздухом, нам и тогда не удалось бы воспользоваться тем дешевым способом путешествовать, о котором фантазировал французский сатирик. В самом деле, отделяясь от поверхности вращающейся Земли, мы продолжаем по инерции двигаться с прежней скоростью, т. е. с тою же, с какой перемещается под нами Земля. Когда же мы снова опускаемся вниз, мы оказываемся в том самом месте, от которого раньше отделились, подобно тому как, подпрыгнув в вагоне движущегося поезда, мы опускаемся на прежнее место. Правда, мы будем двигаться по инерции прямолинейно (по касательной), а Земля под нами – по дуге; но для небольших промежутков времени это не меняет дела.

«Земля, остановись!»

У известного английского писателя Герберта Уэллса есть фантастический рассказ о том, как некий конторщик творил чудеса. Весьма недалекий молодой человек оказался волею судьбы обладателем удивительного дара: стоило ему высказать какое-нибудь пожелание, и оно немедленно же исполнялось. Однако заманчивый дар, как оказалось, не принес ни его обладателю, ни другим людям ничего, кроме неприятностей. Для нас поучителен конец этой истории.

После затянувшейся ночной попойки контор-щик-чудодей, опасаясь явиться домой на рассвете, вздумал воспользоваться своим даром, чтобы продлить ночь. Как это сделать? Надо приказать светилам неба приостановить свой бег. Конторщик не сразу решился на такой необычайный подвиг, и когда приятель посоветовал ему остановить Луну, он, внимательно поглядев на нее, сказал в раздумье:

«– Мне кажется, она слишком далеко для этого… Как вы полагаете?

– Но почему же не попробовать? – настаивал Мейдиг (так звали приятеля. – *Я. П.).* – Она, конечно, не остановится, вы только прекратите вращение Земли. Надеюсь, это никому не повредит!

– Гм, – сказал Фотерингей (конторщик. – *Я. П.).* – Хорошо, попробую. Ну…

Он стал в повелительную позу, простер руки над миром и торжественно произнес:

– Земля, остановись! Перестань вращаться!

Не успел он договорить эти слова, как приятели уже летели в пространство со скоростью нескольких дюжин миль в минуту.

Несмотря на это, он продолжал думать. Меньше чем в секунду он успел и подумать и высказать про себя следующее пожелание:

– Что бы ни случилось, пусть я буду жив и невредим!

Нельзя не признать, что желание это было высказано вовремя. Еще несколько секунд, – и он упал на какую-то свежевзрытую землю, а вокруг него, не принося ему никакого вреда, неслись камни, обломки зданий, металлические предметы разного рода; летела и какая-то несчастная корова, разбившаяся при ударе о землю. Ветер дул со страшной силой; он не мог даже приподнять голову, чтобы оглянуться вокруг.

– Непостижимо, – воскликнул он прерывающимся голосом. – Что случилось? Буря, что ли? Должно быть, я что-нибудь не так

сделал.

Осмотревшись, насколько позволял ему ветер и развевавшиеся фалды пиджака, он продолжал:

– На небе-то, кажется, все в порядке. Вот и Луна. Ну, а все остальное… Где же город? Где дома и улицы? Откуда взялся ветер? Я не приказывал быть ветру.

Фотерингей попробовал встать на ноги, но это оказалось совершенно невозможным, и потому он подвигался вперед на четвереньках, придерживаясь за камни и выступы почвы. Идти, впрочем, было некуда, так как, насколько можно было видеть из-под фалд пиджака, закинутых ветром на голову пресмыкающегося чудодея, все кругом представляло собою одну картину разрушения.

– Что-то такое во вселенной серьезно испортилось, – подумал он, – а что именно – неизвестно.

Действительно, испортилось. Ни домов, ни деревьев, ни каких-либо живых существ – ничего не было видно. Только бесформенные развалины да разнородные обломки валялись кругом, едва видные среди целого урагана пыли.

Виновник всего этого не понимал, конечно, в чем дело. А между тем оно объяснялось очень просто. Остановив Землю сразу, Фотерингей не подумал об инерции, а между тем она при внезапной остановке кругового движения неминуемо должна была сбросить с поверхности Земли все на ней находящееся. Вот почему дома, люди, деревья, животные – вообще все, что только не было неразрывно связано с главной массой земного шара, полетело по касательной к его поверхности со скоростью пули. А затем все это вновь падало на Землю, разбиваясь вдребезги.

Фотерингей понял, что чудо, им совершенное, не особенно удачно. А потому им овладело глубокое отвращение ко всяким чудесам, и он дал себе слово не творить их больше. Но прежде нужно было поправить беду, которую он наделал. Беда эта оказалась немалою. Буря свирепела, облака пыли закрыли Луну, и вдали слышен был шум приближающейся воды; Фотерингей видел при свете молнии целую водяную стену, со страшной скоростью подвигавшуюся к тому месту, на котором он лежал. Он стал решительным.

– Стой! – вскричал он, обращаясь к воде. – Ни шагу далее!

Затем повторил то же распоряжение грому, молнии и ветру.

Все затихло. Присев на корточки, он задумался.

– Как бы это опять не наделать какой-нибудь кутерьмы, – подумал он и затем сказал: – Во-первых, когда исполнится все, что я сейчас прикажу, пусть я потеряю способность творить чудеса и буду таким же, как обыкновенные люди. Не надо чудес. Слишком

опасная игрушка. А во-вторых, пусть все будет по-старому: тот же город, те же люди, такие же дома, и я сам такой же, каким был тогда».

Трудный закон

Ни один из трех основных законов механики не вызывает, вероятно, столько недоумений, как знаменитый «третий закон Ньютона» – *закон действия и противодействия.* Все его знают, умеют даже в иных случаях правильно применять, – и однако мало кто свободен от некоторых неясностей в его понимании. Может быть, читатель, вам посчастливилось сразу понять его, – но я, сознаюсь, вполне постиг его лишь десяток лет спустя после первого с ним знакомства.

Беседуя с разными лицами, я не раз убеждался, что большинство готово признать правильность этого закона лишь с существенными оговорками. Охотно допускают, что он верен для тел неподвижных, но не понимают, как можно применять его к взаимодействию тел движущихся… Действие, – гласит закон, – всегда равно и противоположно противодействию. Это значит, что если лошадь тянет телегу, то и телега тянет лошадь назад с такою же силою. Но ведь тогда телега должна оставаться на месте: почему же все-таки она движется? Почему эти силы не уравновешивают одна другую, если они равны?

Таковы обычные недоумения, связанные с этим законом. Значит, закон неверен? Нет, он, безусловно, верен; мы только неправильно понимаем его. Силы не уравновешивают друг друга просто потому, что приложены к *разным* телам: одна – к телеге, другая – к лошади. Силы равны, да, – но разве одинаковые силы всегда производят одинаковые действия? Разве равные силы сообщают всем телам равные ускорения? Разве действие силы на тело не зависит от тела, от величины того «сопротивления», которое само тело оказывает силе?

Если подумать об этом, станет ясно, почему лошадь увлекает телегу, хотя телега тянет ее обратно с такой же силой. Сила, действующая на телегу, и сила, действующая на лошадь, в каждый момент равны; но так как телега свободно перемещается на колесах, а лошадь упирается в землю, то понятно, почему телега катится в сторону лошади. Подумайте и о том, что если бы телега не оказывала противодействия движущей силе лошади, то… можно было бы обойтись и без лошади: самая слабая сила должна была бы привести телегу в движение. Лошадь затем и нужна, чтобы преодолевать противодействие телеги.

Все это усваивалось бы лучше и порождало бы меньше недоумений, если бы закон высказывался не в обычной краткой форме: «действие равно противодействию», а, например, так: «сила противодействующая равна силе действующей». Ведь равны

здесь только *силы,* – действия же (если понимать, как обычно понимают, под «действием силы» перемещение тела) обыкновенно различны, потому что силы приложены к *разным телам.*

Точно так же, когда полярные льды сдавливали корпус «Челюскина», его борта давили на лед с равною силою. Катастрофа произошла оттого, что мощный лед оказался способным выдержать такой напор, не разрушаясь; корпус же судна, хотя и стальной, но не представляющий собою сплошного тела, поддался этой силе, был смят и раздавлен.

Даже падение тел строго подчиняется закону противодействия. Яблоко падает на Землю оттого, что его притягивает земной шар; но *точно с такой же силой и яблоко притягивает к себе всю нашу планету.* Строго говоря, яблоко и Земля падают друг на друга, но скорость этого падения различна для яблока и для Земли. Равные силы взаимного притяжения сообщают яблоку ускорение 10 м/сек [19] , а земному шару – во столько же раз меньшее, во сколько раз масса Земли превышает массу яблока. Конечно, масса земного шара в неимоверное число раз больше массы яблока, и потому Земля получает перемещение настолько ничтожное, что практически его можно считать равным нулю. Оттого-то мы и говорим, что яблоко падает на Землю, вместо того чтобы сказать: «яблоко и Земля падают друг на друга» [20] .

Отчего погиб Святогор-богатырь?

Помните народную былину о Святогоре-богатыре, который вздумал поднять Землю? Архимед, если верить преданию, тоже готов был совершить такой же подвиг и требовал точки опоры для своего рычага. Но Святогор был силен и без рычага. Он искал лишь, за что ухватиться, к чему приложить богатырские руки. «Как бы я тяги нашел, так бы всю Землю поднял!» Случай представился: богатырь нашел на земле «сумочку переметную», которая «не скрянется, не сворохнется, не подымется».

Слезает Святогор с добра коня,
Ухватил он сумочку обема рукама,
Поднял сумочку повыше колен:
И по колена Святогор в землю угряз,
А по белу лицу не слезы, а кровь течет.
Где Святогор угряз, тут и встать не мог.
Тут и ему было кончение.

Если бы Святогору был известен закон действия и противодействия, он сообразил бы, что богатырская сила его, приложенная к земле, вызовет равную, а следовательно, столь же колоссальную противодействующую силу, которая может втянуть его самого в землю.

Во всяком случае, из былины видно, что народная наблюдательность давно подметила противодействие, оказываемое землей, когда на нее опираются. Люди бессознательно применяли закон противодействия за тысячелетия до того, как Ньютон впервые провозгласил его в своей бессмертной книге «Математические основы натуральной философии» (т. е. физики).

Можно ли двигаться без опоры?

При ходьбе мы отталкиваемся ногами от земли или от пола; по очень гладкому полу или по льду, от которого нога не может оттолкнуться, ходить нельзя. Паровоз при движении отталкивается «ведущими» колесами от рельсов: если рельсы смазать маслом, паровоз останется на месте. Иногда даже (в гололедицу) для того, чтобы сдвинуть поезд с места, рельсы перед ведущими колесами паровоза посыпают песком из специального приспособления. Когда колеса и рельсы (на заре железных дорог) делали зубчатыми, исходили именно из того, что колеса должны отталкиваться от рельсов. Пароход отталкивается от воды лопастями бортового колеса или гребного винта. Самолет отталкивается от воздуха также при помощи винта – пропеллера. Словом, в какой бы среде ни двигался предмет, он опирается на нее при своем перемещении. Но может ли тело начать двигаться, не имея *никакой опоры вне себя* ?

Казалось бы, стремиться осуществить такое движение – все равно, что пытаться самого себя поднять за волосы. Как известно, такая попытка до сих пор удалась лишь барону Мюнхгаузену. Между тем именно такое будто бы невозможное движение часто происходит на наших глазах. Правда, тело не может привести себя *целиком* в движение одними внутренними силами, но оно может заставить некоторую часть своего вещества двигаться в одну сторону, остальную же – в противоположную. Сколько раз видели вы летящую ракету, а задумались ли над вопросом: почему она летит? В ракете мы имеем наглядный пример как раз того рода движения, которое нас сейчас интересует.

Почему взлетает ракета?

Даже среди людей, изучавших физику, случается нередко слышать совершенно превратное объяснение полета ракеты: она летит потому будто бы, что своими газами, образующимися при горении в ней пороха, *отталкивается от воздуха.* Так думали в старину (ракеты – давнее изобретение). Однако если бы пустить ракету в безвоздушном пространстве, она полетела бы не хуже, а даже лучше, чем в воздухе. Истинная причина движения ракеты совершенно иная. Очень понятно и просто изложил ее революционер-первомартовец Кибальчич в предсмертной своей записке об изобретенной им летательной машине. Объясняя устройство боевых ракет, он писал:

«В жестяной цилиндр, закрытый с одного основания и открытый с другого, вставляется плотно цилиндр из прессованного пороха, имеющий по оси пустоту в виде канала. Горение пороха начинается с поверхности этого канала и распространяется в течение определенного промежутка времени до наружной поверхности прессованного пороха; образующиеся при горении газы производят давление во все стороны; но боковые давления газов взаимно уравновешиваются, давление же на дно жестяной оболочки пороха, не уравновешенное противоположным давлением (так как в эту сторону газы имеют свободный выход), толкает ракету вперед».

Здесь происходит то же, что и при выстреле из пушки: снаряд летит вперед, а сама пушка отталкивается назад. Вспомните «отдачу» ружья и всякого вообще огнестрельного оружия! Если бы пушка висела в воздухе, ни на что не опираясь, она после выстрела двигалась бы назад с некоторой скоростью, которая во столько же раз меньше скорости снаряда, во сколько раз снаряд легче самой пушки. В фантастическом романе Жюля Верна «Вверх дном» американцы задумали даже воспользоваться силой отдачи исполинской пушки для выполнения грандиозной затеи – «выпрямить земную ось».

Ракета – та же пушка, только извергает она не снаряды, а пороховые газы. По той же причине вертится и так называемое «китайское колесо», которым, вероятно, случалось вам любоваться при устройстве фейерверков: при горении пороха в трубках, прикрепленных к колесу, газы вытекают в одну сторону, сами же трубки (а с ними и колесо) получают обратное движение. В сущности, это лишь видоизменение общеизвестного физического прибора – сегнерова колеса.

Интересно отметить, что до изобретения парохода

существовал проект механического судна, основанный на том же начале; запас воды на судне предполагалось выбрасывать с помощью сильного нагнетательного насоса в кормовой части; вследствие этого корабль должен был двигаться вперед, как те плавучие жестянки, которые имеются для доказательства рассматриваемого принципа в школьных физических кабинетах. Проект этот (предложенный Ремзи) не был осуществлен, однако он сыграл известную роль в изобретении парохода, так как натолкнул Фультона на его идею.

Мы знаем также, что самая древняя паровая машина, изобретенная Героном Александрийским еще во II веке до нашей эры, была устроена по тому же принципу (рис. 1): пар из котла поступал по трубке в шар, укрепленный на горизонтальной оси; вытекая затем из коленчато-изогнутых трубок, пар толкал эти трубки в обратном направлении, и шар начинал вращаться. К сожалению, геронова паровая турбина в древности оставалась только любопытной игрушкой, так как дешевизна труда рабов никого не побуждала к практическому использованию машин. Но самый принпип не заброшен техникой: в наше время он применяется при устройстве реактивных турбин.

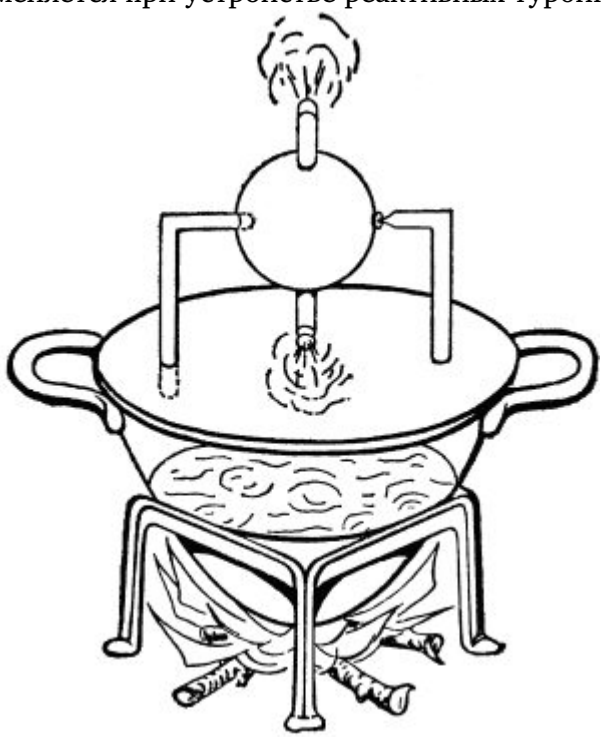


Рис. 1. Самая древняя паровая машина (турбина), приписываемая Герону Александрийскому (II век до нашей эры)

Ньютону – автору закона действия и противодействия –

приписывают один из самых ранних проектов парового автомобиля, основанный на том же начале: пар из котла, поставленного на колеса, вырывается в одну сторону, а самый котел в силу отдачи катится в противоположную (рис. 2).

Ракетные автомобили, об опытах с которыми в 1928 г. много писали в газетах и журналах, представляют собой современное видоизменение ньютоновой повозки.

Для любителей мастерить приведен здесь рисунок бумажного пароходика, также очень похожего на ньютонову повозку: в паровом котле из опорожненного яйца, нагреваемом намоченной в спирте ваткой в наперстке, образуется пар; вырываясь струёй в одну сторону, он заставляет весь пароходик двигаться в противоположную сторону. Для сооружения этой поучительной игрушки нужны, однако, очень искусные руки.

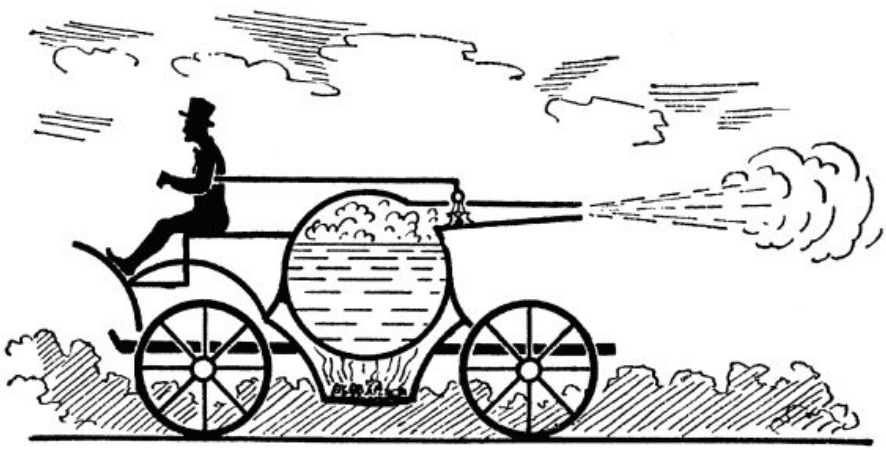


Рис. 2. Паровой автомобиль, приписываемый Ньютону

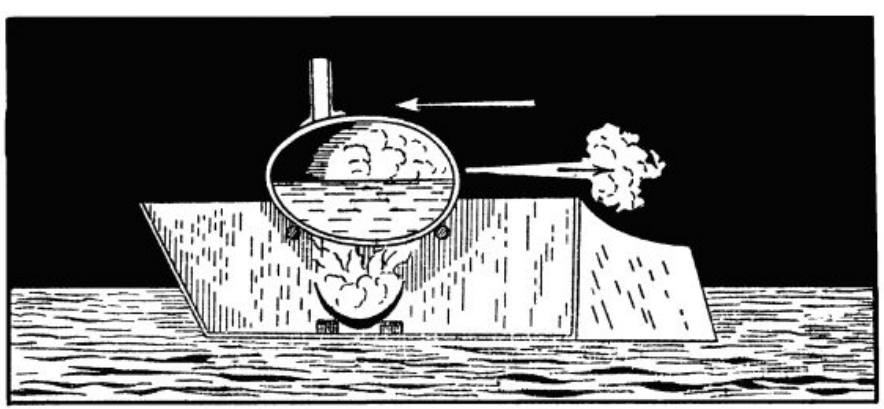


Рис. 3. Игрушечный пароходик из бумаги и яичной скорлупы. Топливом служит налитый в наперсток спирт. Пар, выбивающийся из отверстия «парового котла» (выдутое яйцо),

заставляет пароходик плыть в противоположном направлении

Как движется каракатица?

Вам странно будет услышать, что есть немало живых существ, для которых мнимое «поднятие самого себя за волосы» является обычным способом их перемещения в воде.

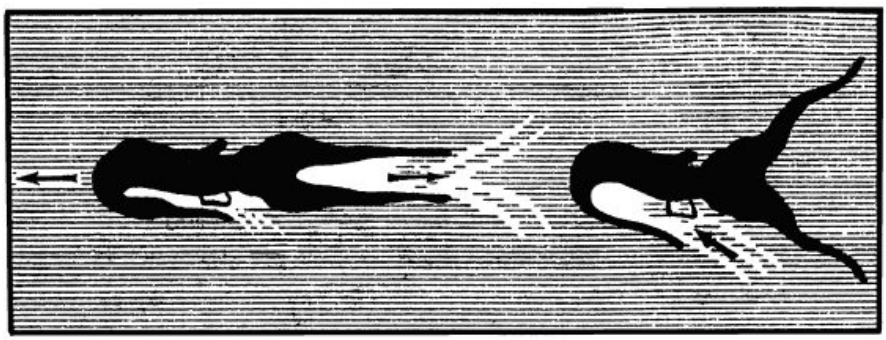


Рис. 4. Плавательное движение каракатицы

Каракатица и вообще большинство головоногих моллюсков движутся в воде таким образом: забирают воду в жаберную полость через боковую щель и особую воронку впереди тела, а затем энергично выбрасывают струю воды через упомянутую воронку; при этом они – по закону противодействия – получают обратный толчок, достаточный для того, чтобы довольно быстро плавать задней стороной тела вперед. Каракатица может, впрочем, направить трубку воронки вбок или назад и, стремительно выдавливая из нее воду, двигаться в любом направлении. На том же основано и движение медузы: сокращением мускулов она выталкивает из-под своего колоколообразного тела воду, получая толчок в обратном направлении. Сходным приемом пользуются при движении сальпы, личинки стрекоз и другие водные животные. А мы еще сомневались, можно ли так двигаться!

Задача о лебеде, раке и щуке

История о том, как «лебедь, рак да щука везти с поклажей воз взялись», известна всем. Но едва ли кто пробовал рассматривать эту басню с точки зрения механики. Результат получается вовсе не похожий на вывод баснописца Крылова.

Перед нами механическая задача на сложение нескольких сил, действующих под углом одна к другой. Направление сил определено в басне так:

…Лебедь рвется в облака,
Рак пятится назад, а щука тянет в воду.

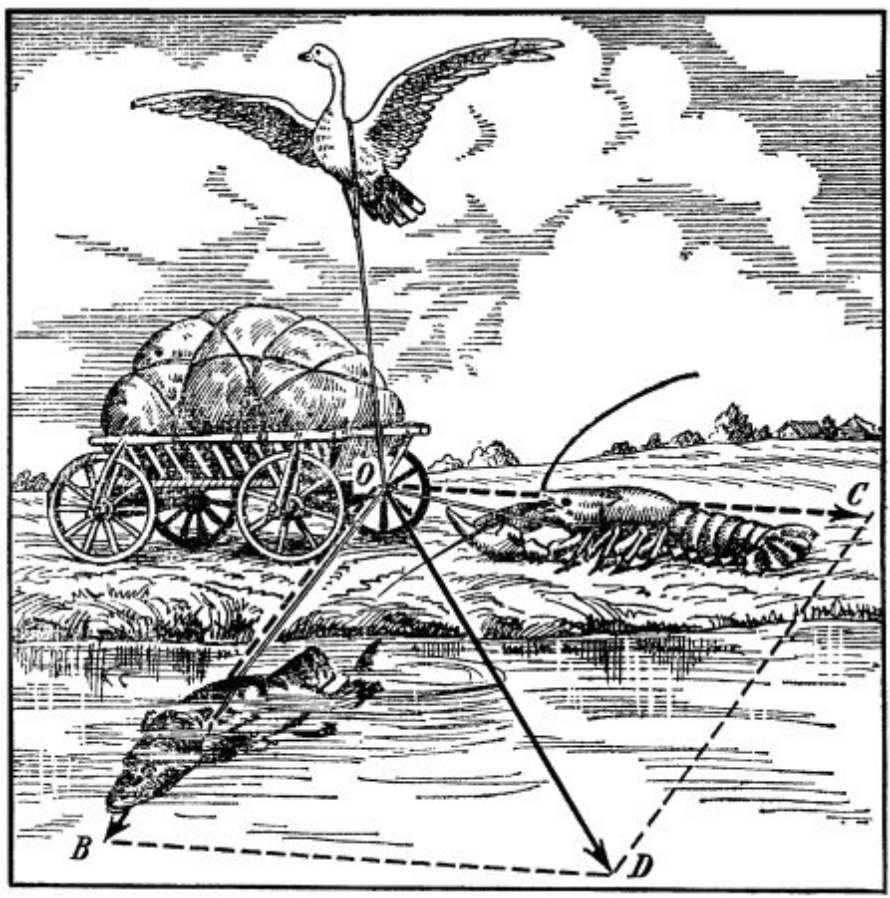


Рис. 5. Задача о крыловских лебеде, раке и щуке, решенная по правилам механики. Равнодействующая (*OD)* должна увлекать

воз в реку

Это значит (рис. 5), что одна сила, тяга лебедя, направлена вверх; другая, тяга щуки *(ОБ),* – вбок; третья, тяга рака *(ОС),* – назад. Не забудем, что существует еще четвертая сила – вес воза, которая направлена отвесно вниз. Басня утверждает, что «воз и ныне там», другими словами, что равнодействующая всех приложенных к возу сил равна нулю.

Так ли это? Посмотрим. Лебедь, рвущийся к облакам, не мешает работе рака и щуки, даже помогает им: тяга лебедя, направленная против силы тяжести, уменьшает трение колес о землю и об оси, облегчая тем вес воза, а может быть, даже вполне уравновешивая его, – ведь груз невелик («поклажа бы для них казалась и легка»). Допустив для простоты последний случай, мы видим, что остаются только две силы: тяга рака и тяга щуки. О направлении этих сил говорится, что «рак пятится назад, а щука тянет в воду». Само собой разумеется, что вода находилась не впереди воза, а где-нибудь сбоку (не потопить же воз собрались крыловские труженики!). Значит, силы рака и щуки направлены под углом одна к другой. Если приложенные силы не лежат на одной прямой, то равнодействующая их никак не может равняться нулю.

Поступая по правилам механики, строим на обеих силах *ОБ* и *ОС* параллелограмм, диагональ его *OD* дает направление и величину равнодействующей. Ясно, что эта равнодействующая сила должна сдвинуть воз с места, тем более, что вес его полностью или частично уравновешивается тягой лебедя. Другой вопрос – в какую сторону сдвинется воз: вперед, назад или вбок? Это зависит уже от соотношения сил и от величины угла между ними.

Читатели, имеющие некоторую практику в сложении и разложении сил, легко разберутся и в том случае, когда сила лебедя не уравновешивает веса воза; они убедятся, что воз и тогда не может оставаться неподвижным. При одном только условии воз может не сдвинуться под действием этих трех сил: если трение у его осей и

о полотно дороги больше, чем приложенные усилия. Но это не согласуется с утверждением, что «поклажа бы для них казалась и легка».

Во всяком случае, Крылов не мог с уверенностью утверждать, что «возу все нет ходу», что «воз и ныне там». Это, впрочем, не меняет смысла басни.

Вопреки Крылову

Мы только что видели, что житейское правило Крылова: «когда в товарищах согласья нет, на лад их дело не пойдет» – не всегда применимо в механике. Силы могут быть направлены не в одну сторону и, несмотря на это, давать известный результат.

Мало кто знает, что усердные труженики – муравьи, которых тот же Крылов восхвалял как образцовых работников, трудятся совместно именно по способу, осмеянному баснописцем. И дело у них в общем идет на лад. Выручает опять закон сложения сил. Внимательно следя за муравьями во время работы, вы скоро убедитесь, что разумное сотрудничество их – только кажущееся: на деле каждый муравей работает сам для себя, вовсе и не думая помогать другим.

Вот как описывает работу муравьев один зоолог [21] :

«Если крупную добычу тащит десяток муравьев по ровному месту, то все действуют одинаково, и получается внешность сотрудничества. Но вот добыча – например гусеница – зацепилась за какое-либо препятствие, за стебель травы, за камешек. Дальше вперед тащить нельзя, надо обогнуть. И тут с ясностью обнаруживается, что каждый муравей по-своему и ни с кем из товарищей не сообразуясь, старается справиться с препятствием (рис. 6 и 7). Один тащит направо, другой налево; один толкает вперед, другой тянет назад. Переходят с места на место, хватаются за гусеницу в другом месте, и каждый толкает или тянет по-своему. Когда случится, что силы работающих сложатся так, что в одну сторону будут двигать гусеницу четыре муравья, а в другую шесть, то гусеница в конце концов движется именно в сторону этих шести муравьев, несмотря на противодействие четырех».

Рис. 6. Как муравьи волокут гусеницу

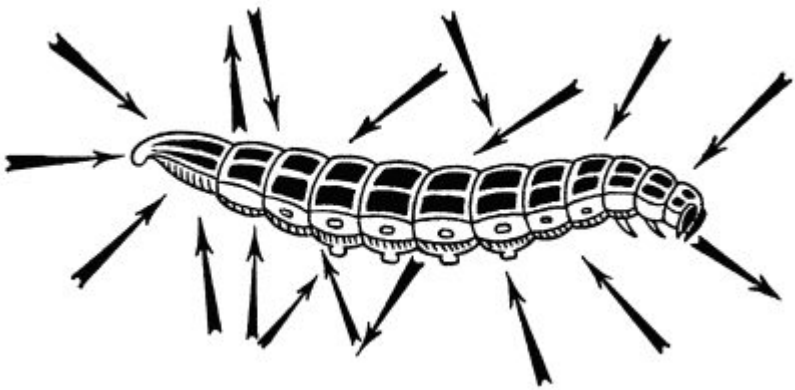


Рис. 7. Как муравьи тянут добычу. Стрелки показывают направления усилий отдельных муравьев

Приведем (заимствованный у другого исследователя) еще поучительный пример, наглядно иллюстрирующий это мнимое сотрудничество муравьев. На рис. 8 изображен прямоугольный кусочек сыра, за который ухватилось 25 муравьев. Сыр медленно подвигался в направлении, указанном стрелкой *А,* и можно бы думать, что передняя шеренга муравьев тянет ношу к себе, задняя – толкает ее вперед, боковые же муравьи помогают тем и другим. Однако это не так, в чем нетрудно убедиться: отделите ножом всю заднюю шеренгу, – ноша поползет гораздо быстрее! Ясно, что эти 11 муравьев тянули назад, а не вперед: каждый из них старался повернуть ношу так, чтобы, пятясь назад, волочить ее к гнезду. Значит, задние муравьи не только не помогали передним, но усердно мешали им, уничтожая их усилия. Чтобы волочить этот кусочек сыра, достаточно было бы усилий всего четырех муравьев, но несогласованность действий приводит к тому, что ношу тащат 25 муравьев.

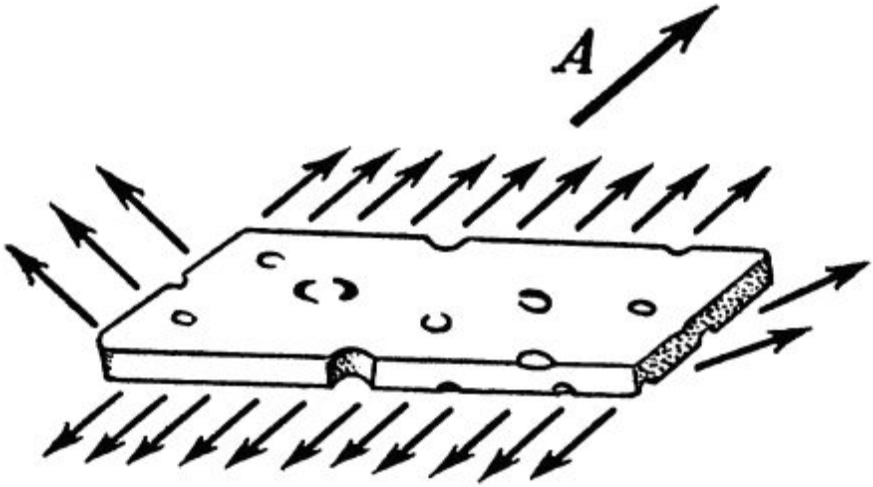


Рис. 8. Как муравьи стараются притащить кусочек сыра к муравейнику, расположенному в направлении стрелки *А*

Эта особенность совместных действий муравьев давно уже была подмечена Марком Твеном. Рассказывая о встрече двух муравьев, из которых один нашел ножку кузнечика, он говорит: «Они берут ногу за оба конца и тянут изо всех сил в противоположные стороны. Оба видят, что что-то неладно, но что – не могут понять. Начинаются взаимные пререкания; спор переходит в драку… Происходит примирение, и снова начинается совместная и бессмысленная работа, причем раненый в драке товарищ является только помехой. Стараясь изо всей мочи, здоровый товарищ тащит ношу, а с ней и раненого друга, который вместо того, чтобы уступить добычу, висит на ней». Шутя, Твен бросает совершенно правильное замечание, что «муравей хорошо работает только тогда, когда за ним наблюдает неопытный натуралист, делающий неверные выводы».

Легко ли сломать яичную скорлупу?

В числе философских вопросов, над которыми ломал свою мудрую голову глубокомысленный Кифа Мокиевич из «Мертвых душ», была такая проблема: «Ну, а если бы слон родился в яйце, ведь скорлупа, чай, сильно бы толста была, – пушкой не прошибешь; нужно какое-нибудь новое огнестрельное орудие выдумать».

Рис. 9. Чтобы сломать яйцо в таком положении, требуется значительное усилие

Гоголевский философ был бы, вероятно, немало изумлен, если бы узнал, что и обыкновенная яичная скорлупа, несмотря на тонкость, – тоже далеко не нежная вещь. Раздавить яйцо между ладонями, напирая на его концы, не так-то легко; нужно немалое усилие, чтобы сломать скорлупу при подобных условиях [22] .

Столь необычайная крепость яичной скорлупы зависит исключительно от ее выпуклой формы и объясняется так же, как и прочность всякого рода сводов и арок.

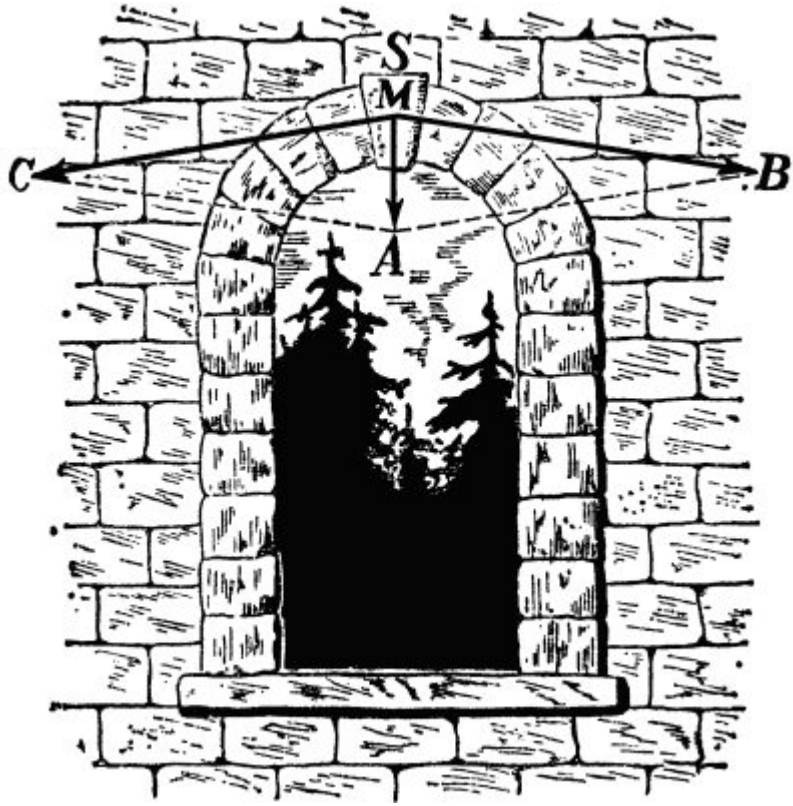


Рис. 10. Причина прочности свода

На прилагаемом рис. 10 изображен небольшой каменный свод над окном. Груз *S* (т. е. вес вышележащих частей кладки), напирающий на клинообразный средний камень свода, давит вниз с силой, которая обозначена на рисунке стрелкой *A*. Но сдвинуться вниз камень не может вследствие своей клинообразной формы; он только давит на соседние камни. При этом сила *A* разлагается по правилу параллелограмма на две силы, обозначенные стрелками C и *B;* они уравновешиваются сопротивлением прилегающих камней, в свою очередь зажатых между соседними. Таким образом, сила, давящая на свод снаружи, не может его разрушить. Зато сравнительно легко разрушить его силой, действующей изнутри. Это и понятно, так как клинообразная форма камней, мешающая им *опускаться,* нисколько не препятствует им *подниматься.*

Скорлупа яйца – тот же свод, только сплошной. При давлении *снаружи* он разрушается не так легко, как можно было бы ожидать от такого хрупкого материала. Можно поставить довольно тяжелый стол ножками на четыре сырых яйца – и они не раздавятся (для устойчивости надо снабдить яйца на концах гипсовыми расширениями; гипс легко пристает к известковой

скорлупе).

Теперь вы понимаете, почему наседке не приходится опасаться сломать скорлупу яиц тяжестью своего тела. И в то же время слабый птенчик, желая выйти из природной темницы, без труда пробивает клювиком скорлупу *изнутри*.

С легкостью разламывая скорлупу яйца боковым ударом чайной ложечки, мы и не подозреваем, как прочна она, когда давление действует на нее при естественных условиях, и какой надежной броней защитила природа развивающееся в ней живое существо.

Загадочная прочность электрических лампочек, казалось бы столь нежных и хрупких, объясняется так же, как и прочность яичной скорлупы. Их крепость станет еще поразительнее, если вспомним, что многие из них (пустотные, а не газополные) – почти *абсолютно пусты* и ничто *изнутри* не противодействует давлению внешнего воздуха. А величина давления воздуха на электрическую лампочку немалая: при поперечнике в 10 см лампочка сдавливается с обеих сторон силою более 75 кг (вес человека). Опыт показывает, что пустотная электрическая лампочка способна выдержать даже в 2 раза большее давление.

Под парусами против ветра

Трудно представить себе, как могут парусные суда идти «против ветра» – или, по выражению моряков, идти «в бейдевинд». Правда, моряк скажет вам, что прямо против ветра идти под парусами нельзя, а можно двигаться лишь под острым углом к направлению ветра. Но угол этот мал – около четверти прямого угла, – и представляется, пожалуй, одинаково непонятным: плыть ли прямо против ветра или под углом к нему в 22°.

На деле это, однако, не безразлично, и мы сейчас объясним, каким образом можно силой ветра идти навстречу ему под небольшим углом. Сначала рассмотрим, как вообще действует ветер на парус, т. е. куда он толкает парус, когда дует на него. Вы, вероятно, думаете, что ветер всегда толкает парус в ту сторону, куда сам дует. Но это не так: куда бы ветер ни дул, он толкает парус перпендикулярно к плоскости паруса. В самом деле: пусть ветер дует в направлении, указанном стрелками на рис. 11; линия *AB* обозначает парус. Так как ветер напирает равномерно на всю поверхность паруса, то заменяем давление ветра силой *R,* приложенной к середине паруса. Эту силу разложим на две: силу *Q,* перпендикулярную к парусу, и силу *P,* направленную вдоль него (рис. 11, справа). Последняя сила никуда не толкает парус, так как трение ветра о холст незначительно. Остается сила *Q,* которая толкает парус под прямым углом к нему.

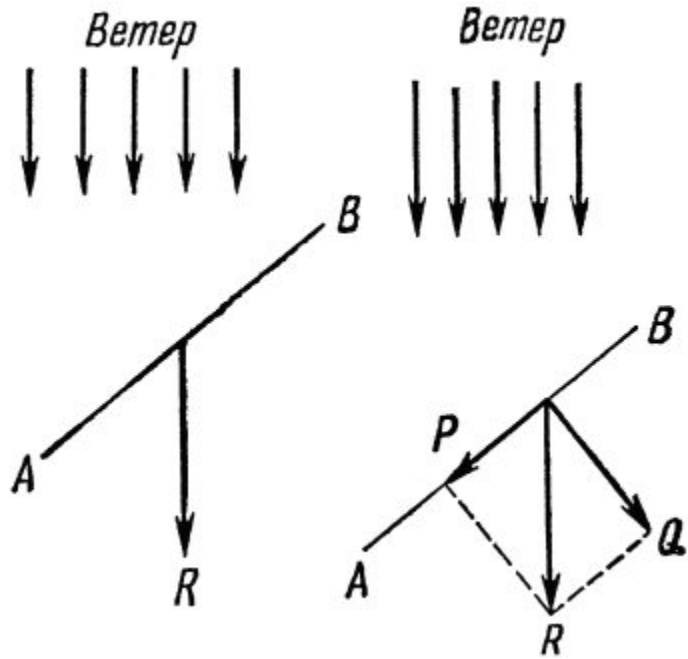


Рис. 11. Ветер толкает парус всегда под прямым углом к его плоскости

Зная это, мы легко поймем, как может парусное судно идти под острым углом навстречу ветру. Пусть линия *КК* (рис. 12) изображает килевую линию судна. Ветер дует под острым углом к этой линии в направлении, указанном рядом стрелок.

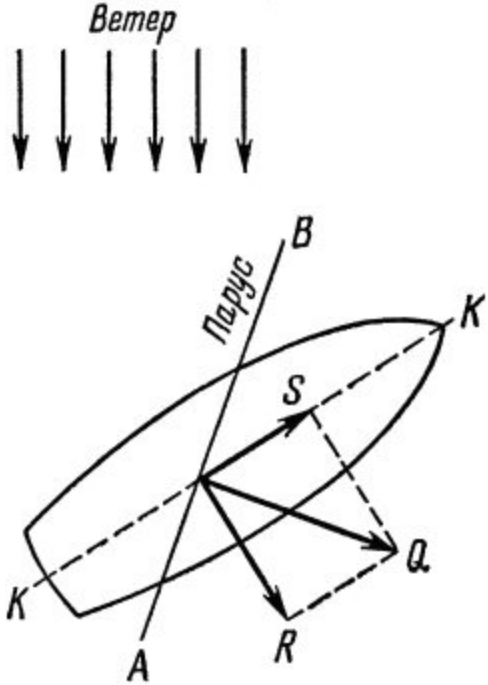


Рис. 12. Как можно идти на парусах против ветра

Линия *AB* изображает парус; его помещают так, чтобы плоскость его делила пополам угол между направлением киля и направлением ветра. Проследите на рис. 12 за разложением сил. Напор ветра на парус мы изображаем силой *Q,* которая, мы знаем, должна быть перпендикулярна к парусу. Силу эту разложим на две: силу *R,* перпендикулярную к килю, и силу *S,* направленную вперед, вдоль килевой линии судна. Так как движение судна в направлении *R* встречает сильное сопротивление воды (киль в парусных судах делается очень глубоким), то сила *R* почти полностью уравновешивается сопротивлением воды. Остается одна лишь сила *S* , которая, как видите, направлена вперед и, следовательно, подвигает судно под углом, как бы навстречу ветру [23] . Обыкновенно это движение выполняется зигзагами, как показывает рис. 13. На языке моряков такое движение судна называется «лавировкой» в тесном смысле слова.

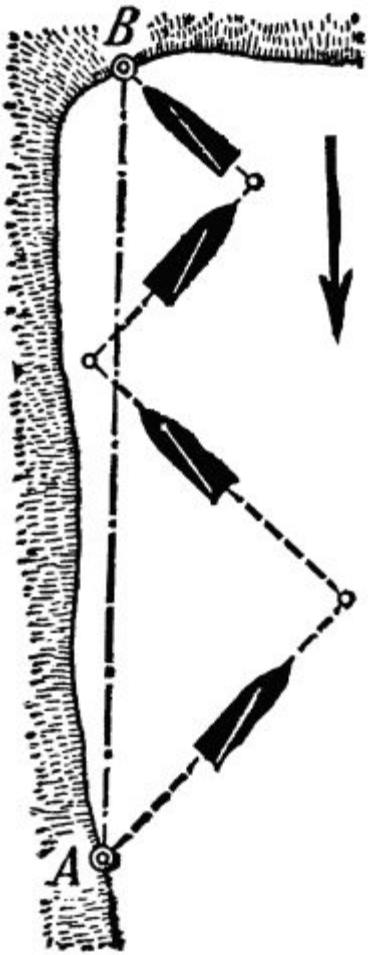


Рис. 13. Лавировка парусного судна

Мог ли Архимед поднять Землю?

«Дайте мне точку опоры, и я подниму Землю!» – такое восклицание легенда приписывает Архимеду, гениальному механику древности, открывшему законы рычага.

«Однажды Архимед, – читаем мы у Плутарха, – написал сиракузскому царю Гиерону, которому он был родственник и друг, что данной силой можно подвинуть какой угодно груз. Увлеченный силой доказательств, он прибавил, что если бы была другая Земля, он, перейдя на нее, сдвинул бы с места нашу».

Архимед знал, что нет такого груза, которого нельзя было бы поднять самой слабой силой, если воспользоваться рычагом: стоит только приложить эту силу к очень длинному плечу рычага, а короткое плечо заставить действовать на груз. Поэтому он и думал, что, напирая на чрезвычайно длинное плечо рычага, можно силой рук поднять и груз, масса которого равна массе земного шара [24] .

Но если бы великий механик древности знал, как огромна масса земного шара, он, вероятно, воздержался бы от своего горделивого восклицания. Вообразим на мгновение, что Архимеду дана та «другая Земля», та точка опоры, которую он искал; вообразим далее, что он изготовил рычаг нужной длины. Знаете ли, сколько времени понадобилось бы ему, чтобы груз, равный по массе земному шару, поднять хотя бы на один сантиметр? *Не менее тридцати тысяч биллионов лет!*

В самом деле. Масса Земли известна астрономам [25] ; тело с такой массой весило бы на Земле круглым числом

6 000 000 000 000 000 000 000 тонн.

Если человек может непосредственно поднять только 60 кг, то, чтобы «поднять Землю», ему понадобится приложить свои руки к длинному плечу рычага, которое больше короткого в

100 000 000 000 000 000 000 000 раз!

Простой расчет убедит вас, что, пока конец короткого плеча поднимается на 1 см, другой конец опишет во Вселенной огромную дугу в

1 000 000 000 000 000 000 км.

Такой невообразимо длинный путь должна была бы пройти рука Архимеда, налегающая на рычаг, чтобы «поднять Землю» только на один сантиметр! Сколько же времени понадобится для этого? Если считать, что Архимед способен был поднять груз в 60 кг на высоту 1 м в одну секунду (работоспособность почти в целую лошадиную силу!), то и тогда для «поднятия Земли» на 1 см потребуется

1 000 000 000 000 000 000 000 секунд,

или тридцать тысяч биллионов лет! За всю свою долгую жизнь Архимед, напирая на рычаг, не «поднял бы Земли» даже на толщину тончайшего волоса…

Никакие ухищрения гениального изобретателя не помогли бы ему заметно сократить этот срок. «Золотое правило механики» гласит, что на всякой машине выигрыш в силе неизбежно сопровождается соответствующей потерей в длине перемещения, т. е. во времени. Если бы даже Архимед довел быстроту своей руки до величайшей скорости, какая возможна в природе, – до 300 000 км в секунду (скорость света), то и при таком фантастическом допущении он «поднял бы Землю» на 1 см лишь после десяти миллионов лет работы.

Самоуравновешивающаяся палка

На указательные пальцы расставленных рук положите гладкую палку, как показано на рис. 14. Теперь двигайте пальцы навстречу друг другу, пока они сойдутся вплотную. Странная вещь! Окажется, что в этом окончательном положении палка не опрокидывается, а сохраняет равновесие. Вы проделываете опыт много раз, меняя первоначальное положение пальцев, но результат неизменно тот же: палка оказывается уравновешенной. Заменив палку чертежной линейкой, тростью с набалдашником, биллиардным кием, половой щеткой, – вы заметите ту же особенность. В чем разгадка неожиданного финала? Прежде всего, ясно следующее: раз палка оказывается уравновешенной на примкнутых пальцах, то ясно, что пальцы сошлись под центром тяжести палки (тело остается в равновесии, если отвесная линия, проведенная из центра тяжести, проходит внутри границ опоры).

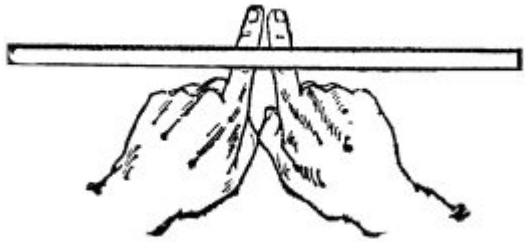


Рис. 14. Опыт с линейкой. Справа – конец опыта

Когда пальцы раздвинуты, большая нагрузка приходится на тот палец, который ближе к центру тяжести палки. С давлением растет и трение: палец, более близкий к центру тяжести, испытывает большее трение, чем удаленный. Поэтому близкий к центру тяжести палец не скользит под палкой; двигается всегда лишь тот палец, который дальше от этой точки. Как только двигавшийся палец окажется ближе к центру тяжести, нежели другой, пальцы меняются ролями; такой обмен совершается несколько раз, пока пальцы не сойдутся вплотную. И так как движется каждый раз только один из пальцев, именно тот, который дальше от центра тяжести, то естественно, что в конечном положении оба пальца сходятся под центром тяжести палки.

Прежде чем с этим опытом покончить, повторите его с половой щеткой (рис. 15, вверху) и поставьте перед собой такой вопрос: если разрезать щетку в том месте, где она подпирается пальцами, и положить обе части на разные чашки весов (рис. 15, внизу), то какая чашка перетянет – с палкой или со щеткой?

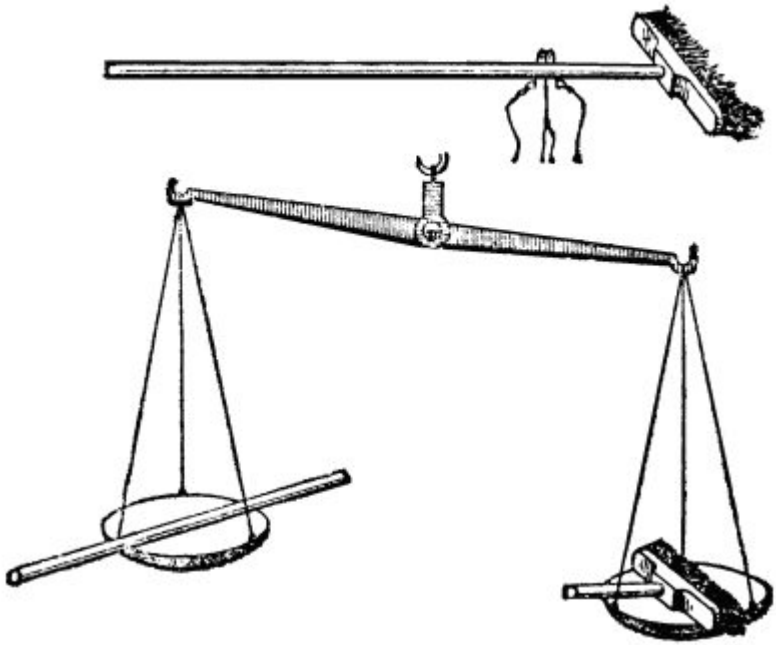


Рис. 15. Тот же опыт с половой щеткой.
Почему весы не в равновесии?

Казалось бы, раз обе части щетки уравновешивали одна другую на пальцах, они должны уравновешиваться и на чашках весов. В действительности же чашка со щеткой перетянет. О причине нетрудно догадаться, если принять в расчет, что, когда щетка уравновешивалась на пальцах, силы веса обеих частей приложены были к неравным плечам рычага; в случае же весов те же силы приложены к концам равноплечего рычага. Для «Павильона занимательной науки» в Ленинградском парке культуры мною был заказан набор палок с различным положением центра тяжести; палки разнимались на две обычно неравные части как раз в том месте, где находился центр тяжести. Кладя эти части на весы, посетители с удивлением убеждались, что короткая часть тяжелее длинной.

Вы в роли Галилея

Для любителей сильных ощущений иногда устраивается весьма своеобразное развлечение – так называемая «чертова качель». Имелась такая качель и в Ленинграде. Мне не пришлось самому на ней качаться, а потому приведу здесь ее описание из сборника научных забав Федо:

«Качель подвешена к прочной горизонтальной перекладине, перекинутой через комнату на известной высоте над полом. Когда все сядут, особо приставленный к этому служитель запирает входную дверь, убирает доску, служившую для входа, и, заявив, что он сейчас даст возможность зрителям сделать небольшое воздушное путешествие, начинает легонько раскачивать качель. Вслед за тем он садится назади качели, подобно кучеру на запятках, или совсем выходит из зала.

Между тем размахи качели становятся все больше и больше; она, по-видимому, поднимается до высоты перекладины, потом переходит за нее, выше и выше и, наконец, описывает полный круг. Движение ускоряется все заметнее, и качающиеся, хотя по большей части уже предупрежденные, испытывают несомненные ощущения качания и быстрого движения; им кажется, что они несутся вниз головой в пространстве, так что невольно хватаются за спинки сидений, чтобы не упасть.

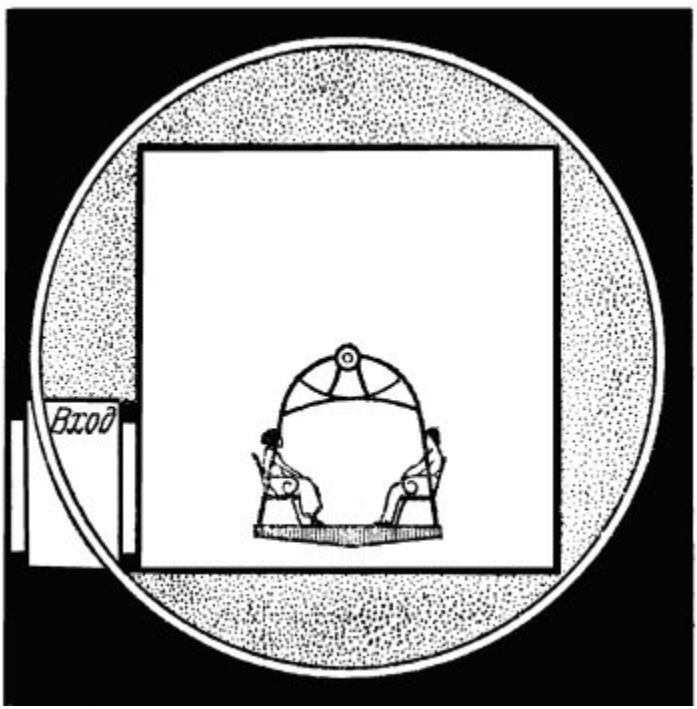


Рис. 16. Схема устройства «чертовой качели»

Но вот размахи начинают уменьшаться; качель более не поднимается уже на высоту перекладины, а еще через несколько секунд останавливается совершенно. На самом же деле качель *все время висела неподвижно* , пока продолжался опыт, а сама комната, с помощью очень несложного механизма, обращалась мимо зрителей вокруг горизонтальной оси. Разного рода мебель прикреплена к полу или стенам зала; лампа, припаянная к столу так, что она, по-видимому, легко может перевернуться, состоит из электрической лампочки накаливания, скрытой под большим колпаком. Служитель, который, по-видимому, раскачивал качель, давая ей легкие толчки, в сущности, сообразовал их с легкими колебаниями зала и делал только вид, что раскачивает. Вся обстановка способствует полному успеху обмана».

Секрет иллюзии, как видите, прост до смешного. И все-таки, если бы теперь, уже зная, в чем дело, вы очутились на «чертовой качели», вы неизбежно поддались бы обману. Такова сила иллюзии! Помните стихотворение Пушкина «Движение»?

– Движенья нет, – сказал мудрец брадатый [26] .
Другой [27] смолчал – и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить.
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день над нами Солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей!

Среди пассажиров качели, не посвященных в ее секрет, вы были бы своего рода Галилеем – только наоборот: Галилей доказывал, что Солнце и звезды неподвижны, а кружимся, вопреки очевидности, мы сами; вы же будете доказывать, что неподвижны мы, а вся комната вертится вокруг нас. Возможно, что вам пришлось бы при этом испытать и печальную участь Галилея: на вас смотрели бы, как на человека, спорящего против очевидных вещей…

Мой спор с вами

Доказать свою правоту вам будет не так легко, как вы, может быть, полагаете. Вообразите, что вы в самом деле очутились на «чертовой качели» и хотите убедить ваших соседей, что они заблуждаются. Предлагаю вам вступить в этот спор со мной. Сядем с вами на «чертову качель», дождемся момента, когда, раскачавшись, она начнет, по-видимому, описывать полные круги, и заведем диспут о том, что кружится: качель или вся комната? Прошу только помнить, что во время спора мы не должны покидать качели; все необходимое захватим с собой заблаговременно.

Вы. Как можно сомневаться в том, что мы неподвижны, а вертится комната! Ведь если бы нашу качель в самом деле опрокинуть вверх дном, то мы с вами не повисли бы вниз головой, а выпали бы из нее. Но мы не падаем. Значит, вертится не качель, а комната.

Я. Однако вспомните, что вода из быстро кружащегося ведерка не выливается, хотя оно и опрокидывается вверх дном.

Вы. Если так, то вычислим центростремительное ускорение и убедимся, достаточно ли оно для того, чтобы мы не выпали из качели. Зная наше расстояние от оси вращения и число оборотов в секунду, мы легко определим по формуле…

Я. Не трудитесь вычислять. Устроители «чертовой качели», зная о нашем споре, предупредили меня, что число оборотов будет вполне достаточно, чтобы явление объяснялось по-моему. Следовательно, вычисление не решит нашего спора.

Вы. Однако я не потерял надежды вас переубедить. Видите, вода из этого стакана не выливается на пол… Впрочем, вы и тут сошлетесь на опыт с вращающимся ведерком. Хорошо же: я держу в руке отвес, – он все время направлен к нашим ногам, т. е. вниз. Если бы вертелись мы, а комната оставалась неподвижной, отвес был бы все время обращен к полу, т. е. вытягивался бы то к нашим головам, то вбок.

Я. Ошибаетесь: если мы вертимся с достаточной скоростью, то отвес все время должен отбрасываться от оси вдоль радиуса вращения, т. е. к нашим ногам, как мы и наблюдаем.

Финал нашего спора

Теперь позвольте вам посоветовать, как одержать победу в этом споре. Надо взять с собою на «чертову качель» пружинные весы, положить на их чашку гирю, например в 1 кг, и следить за положением указателя: он все время будет показывать один и тот же означенный на гире вес, именно – один килограмм. Это и есть доказательство неподвижности качели.

В самом деле: если бы мы вместе с пружинными весами описывали круги около оси, то на гирю, кроме силы тяжести, действовал бы также центробежный эффект, который в нижних точках пути *увеличивал* бы вес гири, а в верхних *уменьшал* бы его; мы должны были бы замечать, что гиря то становится тяжелее, то почти ничего не весит. А раз этого не замечается, значит, вращается комната, а не мы.

В «заколдованном» шаре

Один предприниматель в Америке устроил для развлечения публики очень забавную и поучительную карусель в форме шарообразной вращающейся комнаты. Люди внутри нее испытывают такие необыкновенные ощущения, какие мы считаем возможными разве только во сне или в волшебной сказке.

Вспомним сначала, что испытывает человек, стоящий на быстро вращающейся круглой платформе.

Вращательное движение стремится отбросить человека наружу; чем дальше стоите вы от центра, тем сильнее будет клонить и тянуть вас наружу. Если закроете глаза, вам будет казаться, что вы стоите не на горизонтальном полу, а на наклонной плоскости, на которой с трудом сохраняете равновесие. Это станет понятно, когда рассмотрим, какие силы действуют здесь на наше тело (рис. 17). Действие вращения увлекает наше тело наружу, тяжесть тянет вниз; оба движения, складываясь по правилу параллелограмма, дают результирующее действие, которое *наклонено вниз.* Чем быстрее вращается платформа, тем это результирующее движение больше и направляется более отлого.

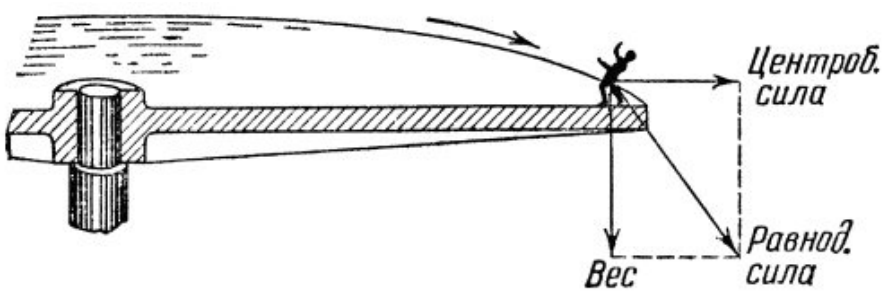


Рис. 17. Что испытывает человек на краю вращающейся платформы

Представьте же себе теперь, что край платформы загнут вверх и вы стоите на этой отогнутой наклонной части (рис. 18). Если платформа неподвижна, вы в таком положении не удержитесь, а сползете или даже опрокинетесь. Другое дело, если платформа вращается: тогда эта наклонная плоскость станет для вас, при известной скорости, как бы горизонтальной, потому что результирующее обоих увлекающих вас движений направится тоже наклонно, под прямым углом к отогнутой части платформы [28] .

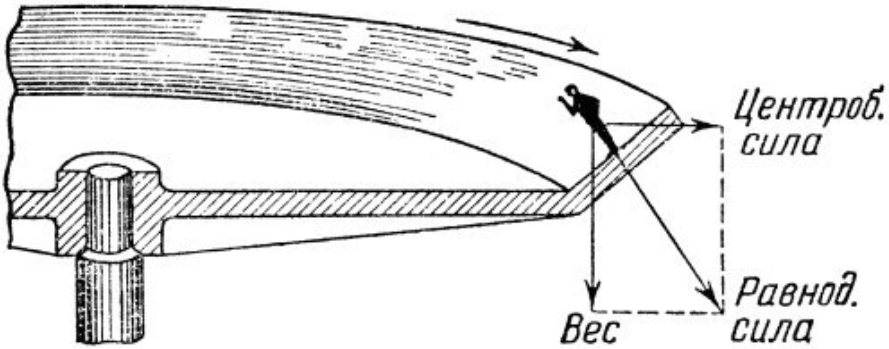


Рис. 18. Человек прочно стоит на наклонном конце вращающейся платформы

Если вращающейся платформе придать такую кривизну, чтобы при определенной скорости ее поверхность была в *каждой* точке перпендикулярна к результирующей, то помещенный на ней человек будет чувствовать себя во всех ее точках, как на горизонтальной плоскости. Математическим вычислением найдено, что такая кривая поверхность есть поверхность особого геометрического тела – *параболоида.* Ее можно получить, если быстро вращать вокруг вертикальной оси стакан, до половины налитый водой: тогда вода у краев поднимется, в центре опустится, и поверхность ее примет форму параболоида.

Если вместо воды налить в стакан растопленный воск и продолжать вращение до тех пор, пока воск не остынет, то затвердевшая поверхность его даст нам точную форму параболоида. При определенной скорости вращения такая поверхность является для тяжелых тел как бы горизонтальной: шарик, положенный в любую ее точку, не скатывается вниз, а остается на этом уровне (рис. 19).

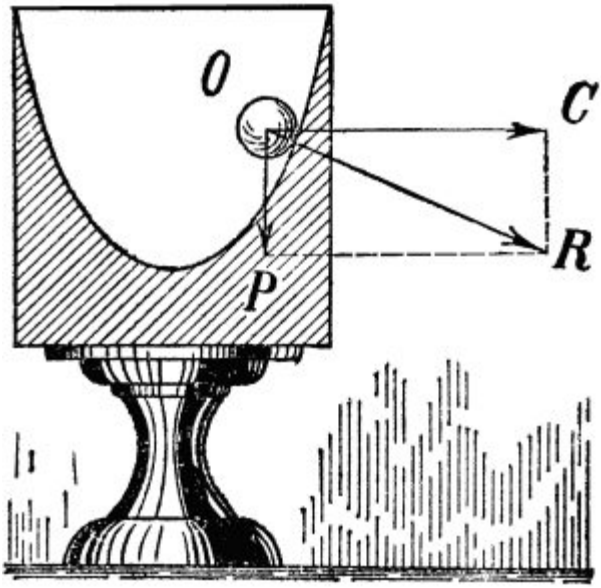


Рис. 19. Если этот бокал вращать с достаточной скоростью, то шарик не скатится на его дно

Теперь легко будет понять устройство «заколдованного» шара.

Дно его (рис. 20) составляет большая вращающаяся платформа, которой придана кривизна параболой-да. Хотя вращение благодаря скрытому под платформой механизму совершается чрезвычайно плавно, все же люди на платформе испытывали бы головокружение, если бы окружающие предметы не перемещались вместе с ними; чтобы не дать возможности наблюдателю обнаружить движение, платформу помещают внутри большого шара с непрозрачными стенками, который вращается с такой же скоростью, как и сама платформа.

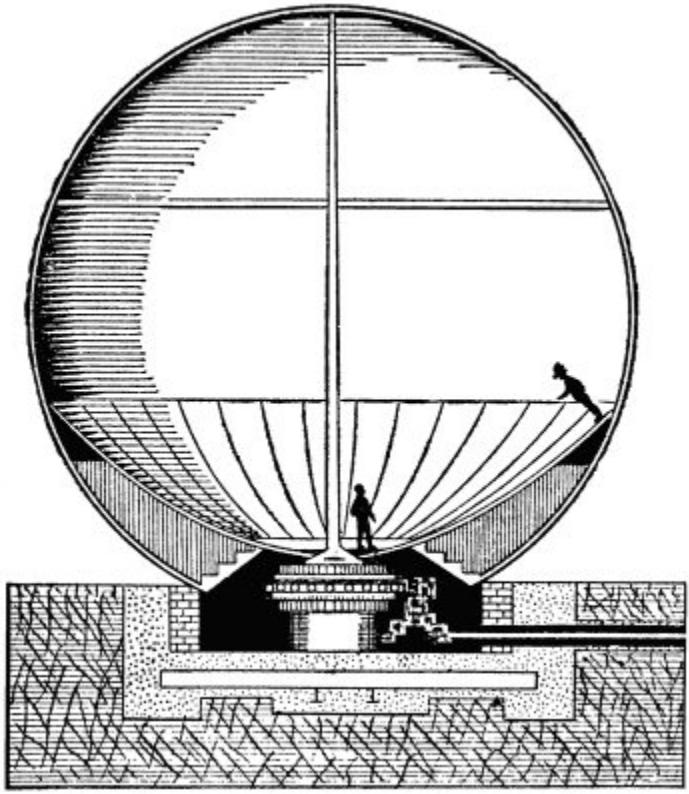


Рис. 20. «Заколдованный» шар (разрез)

Таково устройство этой карусели, носящей название «заколдованной» или «волшебной» сферы. Что же испытываете вы, находясь на платформе внутри сферы? Когда она вращается, пол под вашими ногами горизонтален, в какой бы точке кривой платформы вы ни находились, – у оси, где пол действительно горизонтален, или у края, где он наклонен на 45°. Глаза ясно видят вогнутость, мускульное же чувство свидетельствует, что под вами ровное место.

Показания обоих чувств противоречат друг другу самым резким образом. Если вы перейдете с одного края платформы на другой, то вам покажется, будто весь огромный шар с легкостью мыльного пузыря перевалился на другой бок под тяжестью вашего тела: ведь во всякой точке вы чувствуете себя, как на горизонтальной плоскости. А положение других людей, стоящих на платформе наклонно, должно представляться вам до крайности необычайным: вам буквально будет казаться, что люди, как мухи, ходят по стенам (рис. 22).

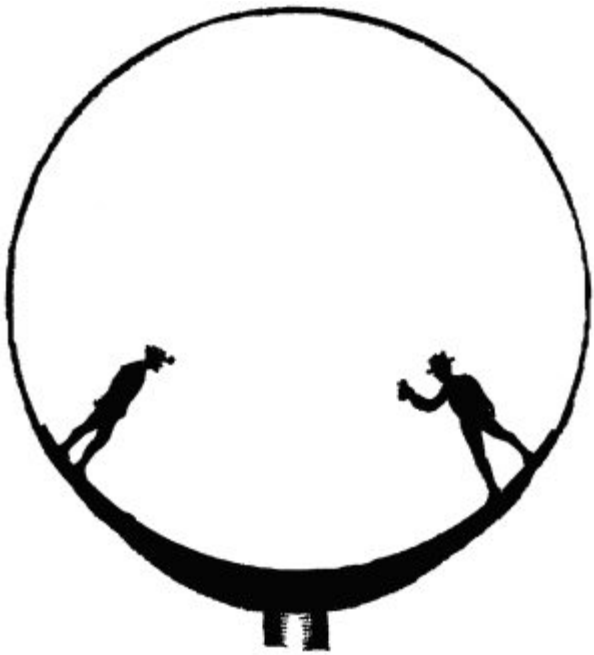


Рис. 21. Истинное положение людей внутри «заколдованного» шара

Рис. 22. Положение, которое представляется при этом каждому из двух посетителей

Вода, вылитая на пол заколдованного шара, растеклась бы ровным слоем по его кривой поверхности. Людям казалось бы, что вода здесь стоит перед ними наклонной стеной.

Привычные представления о законах тяжести словно

отменяются в этом удивительном шаре, и мы переносимся в сказочный мир чудес…

Подобные ощущения испытывает на поворотах летчик. Так, если он летит со скоростью 200 км в час по кривой с радиусом 500 м, то земля должна казаться ему приподнявшейся и наклоненной на 16°.

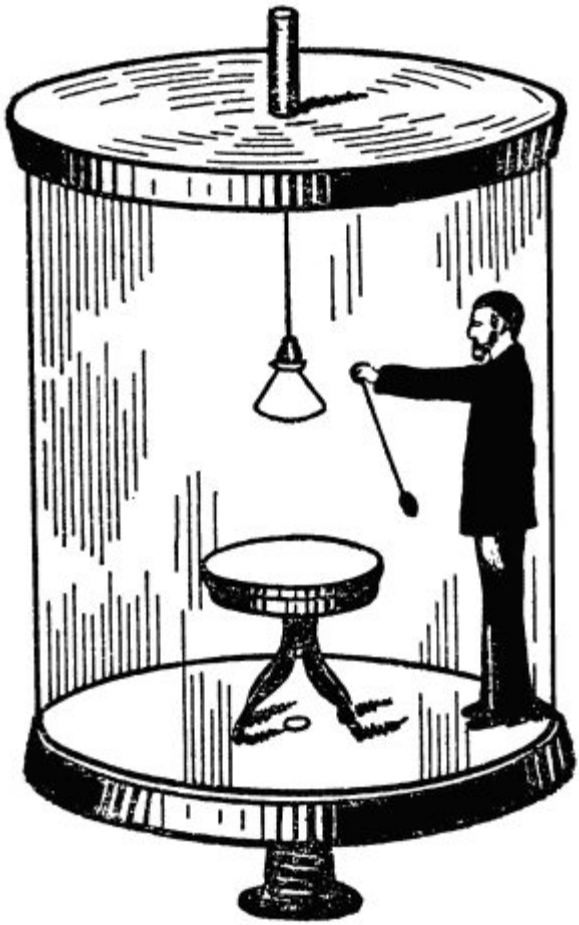


Рис. 23. Вращающаяся лаборатория – действительное положение

Рис. 24. Кажущееся положение той же вращающейся лаборатории

В Германии, в городе Гегтингене, была сооружена для научных изысканий подобная вращающаяся лаборатория. Это (рис. 23) цилиндрическая комната 3 м в поперечнике, вращающаяся со скоростью до 50 оборотов в секунду. Так как пол комнаты плоский, то при вращении наблюдателю, стоящему у стены, кажется, будто комната откинулась назад, а сам он полулежит на покатой стене (рис. 24).

Жидкий телескоп

Наилучшая форма для зеркала отражательного телескопа – параболическая, т. е. именно та форма, какую сама собою принимает поверхность жидкости во вращающемся сосуде. Конструкторы телескопов затрачивают много хлопотливого труда, чтобы придать зеркалу подобную форму. Изготовление зеркала для телескопа длится целые годы. Американский физик Вуд обошел эти затруднения, устроив *жидкое зеркало* : вращая ртуть в широком сосуде, он получил идеальную параболическую поверхность, которая могла играть роль зеркала, так как ртуть хорошо отражает лучи света. Телескоп Вуда был установлен в неглубоком колодце.

Недостаток телескопа, однако, тот, что малейший толчок морщит поверхность жидкого зеркала и искажает изображение, а также и тот, что горизонтальное зеркало дает возможность непосредственно рассматривать только те светила, которые находятся в зените.

Велика ли сила притяжения?

«Если бы мы не наблюдали ежеминутно падения тел, оно было бы для нас самым удивительным явлением», – писал знаменитый французский астроном Араго. Привычка делает то, что притяжение всех земных предметов Землей кажется нам естественным и обычным явлением. Но когда нам говорят, что предметы притягивают также и *друг друга,* мы не склонны этому верить, потому что в обыденной жизни ничего подобного не замечаем.

Почему, в самом деле, закон всеобщего притяжения не проявляется постоянно вокруг нас в обычной обстановке? Почему не видим мы, чтобы притягивали друг друга столы, арбузы, люди? Потому что для небольших предметов сила притяжения чрезвычайно мала. Приведу наглядный пример. Два человека, отстоящих на два метра друг от друга, притягивают один другого, но сила этого притяжения ничтожна: для людей среднего веса – менее 1/100 миллиграмма. Это значит, что два человека притягивают друг друга с такою же силой, с какой гирька в 1/100000 грамма давит на чашку весов; только чрезвычайно чувствительные весы научных лабораторий способны обнаружить столь ничтожный грузик! Такая сила, понятно, не может сдвинуть нас с места, – этому мешает трение ваших подошв о пол. Чтобы сдвинуть нас, например, на деревянном полу (сила трения подошв о пол равна 30 % веса тела), нужна сила не меньше 20 кг. Смешно даже сравнивать эту силу с ничтожной силой притяжения в одну сотую миллиграмма. Миллиграмм – тысячная часть грамма; грамм – тысячная часть килограмма; значит, 0,01 мг составляет половину *одной миллиардной* доли той силы, которая нужна, чтобы сдвинуть нас с места! Удивительно ли, что при обычных условиях мы не замечаем и намека на взаимное притяжение земных тел?

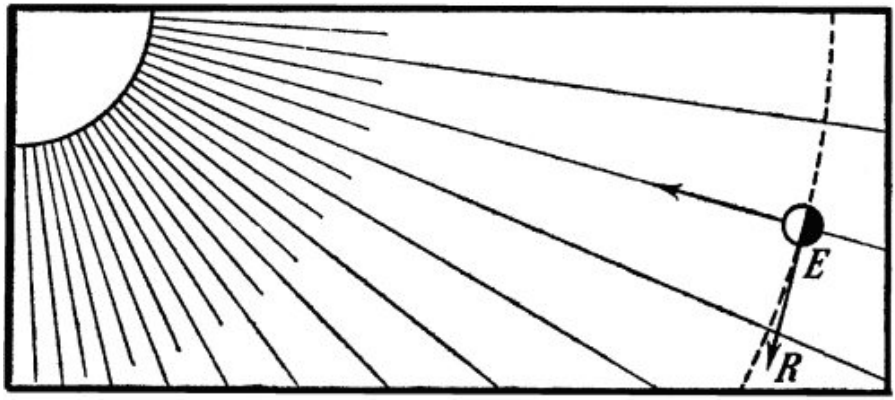


Рис. 25. Притяжение Солнца искривляет путь Земли *E*. Вследствие инерции земной шар стремится умчаться по касательной линии *ER*

Другое дело, если бы трения не существовало; тогда ничто не мешало бы даже и слабому притяжению вызвать сближение тел. Но при силе в 0,01 мг *быстрота* этого сближения людей должна быть совершенно ничтожна. Можно вычислить, что при отсутствии трения два человека, отстоящих на расстоянии 2 м, в течение первого часа придвинулись бы друг к другу на 3 см; в течение следующего часа они сблизились бы еще на 9 см; в течение третьего часа – еще на 15 см. Движение все ускорялось бы, но вплотную оба человека сблизились бы не ранее чем через пять часов.

Притяжение земных тел можно обнаружить в тех случаях, когда сила трения не служит препятствием. Груз, подвешенный на нити, находится под действием силы земного притяжения, и поэтому нитка имеет отвесное направление; но если вблизи груза находится какое-нибудь массивное тело, которое притягивает груз к себе, то нитка слегка отклоняется от отвесного положения и направляется по равнодействующей земного притяжения и притяжения другого тела, относительно очень слабого. Такое отклонение отвеса вблизи большой горы впервые наблюдал в 1775 году Маскелайн в Шотландии; он сравнил направление отвеса с направлением к полюсу звездного неба с двух сторон одной и той же горы. Впоследствии более совершенные опыты с притяжением земных тел при помощи весов особого устройства позволили точно измерить силу тяготения.

Сила тяготения между небольшими массами ничтожна. При увеличении масс она возрастает пропорционально их произведению. Но тут многие склонны преувеличивать эту силу. Один ученый – правда, не физик, а зоолог – пытался уверить меня, что взаимное притяжение, наблюдаемое нередко между морскими судами, вызывается силой всемирного тяготения!

Нетрудно показать вычислением, что тяготение здесь ни при чем: два линейных корабля, в 25 000 тонн каждый, на расстоянии 100 м, притягивают друг друга с силой всего 400 г. Разумеется, такая сила недостаточна, чтобы сообщить кораблям в воде хотя бы ничтожное перемещение.

Ничтожная для небольших масс сила тяготения становится весьма ощутительной, когда речь идет о колоссальных массах небесных тел. Так, даже Нептун, очень далекая от нас планета, медленно кружащаяся почти на краю Солнечной системы, шлет нам свой «привет» притяжением Земли с силой 18 миллионов тонн! Несмотря на огромное расстояние, отделяющее нас от Солнца, Земля удерживается на своей орбите единственно лишь силой тяготения. Если бы сила солнечного притяжения почему-либо исчезла, Земля полетела бы по линии, касательной к ее орбите, и навеки умчалась бы в бездонную глубь мирового пространства.

Стальной канат от Земли до Солнца

Вообразите, что могущественное притяжение Солнца почему-либо в самом деле исчезло и Земле предстоит печальная участь навсегда удалиться в холодные и мрачные пустыни Вселенной. Вы можете представить себе – здесь необходима фантазия, – что инженеры решили, так сказать, заменить невидимые цепи притяжения материальными связями, т. е. попросту задумали соединить Землю с Солнцем крепкими стальными канатами, которые должны удерживать земной шар на круговом пути в его беге вокруг Солнца. Что может быть крепче стали, способной выдержать натяжение в 100 кг на каждый квадратный миллиметр? Представьте себе мощную стальную колонну, поперечником в 5 м.

Площадь ее сечения заключает круглым счетом 20 000 000 кв. мм; следовательно, такая колонна разрывается лишь от груза в 2 000 000 тонн. Вообразите далее, что колонна эта простирается от Земли до самого Солнца, соединяя оба светила. Знаете ли вы, сколько таких могучих колонн потребовалось бы для удержания Земли на ее орбите? Миллион миллионов! Чтобы нагляднее представить себе этот лес стальных колонн, густо усеивающих все материки и океаны, прибавлю, что при равномерном распределении их по всей обращенной к Солнцу половине земного шара промежутки между соседними колоннами были бы лишь немногим шире самих колонн. Вообразите силу, необходимую для разрыва этого огромного леса стальных колонн, и вы получите представление о могуществе невидимой силы взаимного притяжения Земли и Солнца.

И вся эта колоссальная сила проявляется лишь в том, что, искривляя путь движения Земли, каждую секунду заставляет Землю уклоняться от касательной на 3 мм; благодаря этому путь нашей планеты и превращается в замкнутый, эллиптический. Не странно ли: чтобы придвигать Землю каждую секунду на 3 мм, высоту этой строки, – нужна такая исполинская сила! Это только показывает, как огромна ***масса*** земного шара, если даже столь чудовищная сила может сообщить ей лишь весьма незначительное перемещение.

Можно ли укрыться от силы тяготения?

Сейчас мы фантазировали о том, что было бы, если бы взаимное притяжение между Солнцем и Землей исчезло: освободившись от невидимых цепей притяжения, Земля умчалась бы в бесконечный простор Вселенной. Теперь пофантазируем на другую тему: что стало бы со всеми земными предметами, если бы не было тяжести? Ничто не привязывало бы их к нашей планете, и при малейшем толчке они уносились бы прочь в межпланетное пространство. Не пришлось бы, впрочем, дожидаться и толчка: вращение нашей планеты раскидало бы в пространство все, что непрочно связано с ее поверхностью.

Английский писатель Уэллс воспользовался подобного рода идеей, чтобы описать в романе фантастическое путешествие на Луну. В этом произведении («Первые люди на Луне») остроумный романист указывает на очень оригинальный способ путешествовать с планеты на планету. А именно: ученый, герой его романа, изобрел особый состав, который обладает замечательным свойством – непроницаемостью для силы тяготения. Если слой такого состава подвести под какое-нибудь тело, оно освободится от притяжения Земли и будет подвержено действию притяжения только остальных тел. Это фантастическое вещество Уэллс назвал «кеворитом» – по имени его вымышленного изобретателя Кевора.

«Мы знаем, – пишет романист, – что для всемирного тяготения, то есть для силы тяжести, проницаемы все тела. Вы можете поставить преграды, чтобы отрезать лучам света доступ к предметам; с помощью металлических листов можете оградить предмет от доступа электрических волн радиотелеграфа, – но никакими преградами не можете вы защитить предмет от действия тяготения Солнца или от силы земной тяжести. Отчего собственно в природе нет подобных преград для тяготения, – трудно сказать. Однако Кевор не видел причин, почему бы и не существовать такому веществу, непроницаемому для тяготения; он считал себя способным искусственно создать такое непроницаемое для тяготения вещество.

Всякий обладающий хоть искрой воображения легко представит себе, какие необычайные возможности открывает перед нами подобное вещество. Если, например, нужно поднять груз, то, как бы огромен он ни был, достаточно будет разостлать под ним лист из этого вещества, – и груз можно будет поднять

хоть соломинкой».

Обладая таким замечательным веществом, герои романа сооружают небесный корабль, в котором и совершают смелый полет на Луну. Устройство снаряда весьма несложно: в нем нет никакого двигательного механизма, так как он перемещается действием притяжения светил. Вот описание этого фантастического снаряда:

«Вообразите себе шарообразный снаряд, достаточно просторный, чтобы вместить двух человек с их багажом. Снаряд будет иметь две оболочки – внутреннюю и наружную; внутренняя из толстого стекла, наружная – стальная. Можно взять с собой запас сгущенного воздуха, концентрированной пищи, аппараты для дистилляции воды и т. п. Стальной шар будет весь снаружи покрыт слоем «кеворита». Внутренняя стеклянная оболочка будет сплошная, кроме люка; стальная же будет состоять из отдельных частей, и каждая такая часть может сворачиваться, как штора. Это легко устроить посредством особых пружин; шторы можно будет опускать и свертывать электрическим током, проводимым по платиновым проводам в стеклянной оболочке. Но это уже технические подробности. Главное то, что наружная оболочка снаряда будет вся состоять как бы из окон и «кеворитных» штор. Когда все шторы наглухо спущены, внутрь шара не может проникнуть ни свет, ни какой-либо вообще вид лучистой энергии, ни сила всемирного тяготения. Но вообразите, что одна из штор поднята, – тогда любое массивное тело, которое случайно находится вдали против этого окна, притянет нас к себе. Практически мы сможем путешествовать в мировом пространстве в том направлении, в каком пожелаем, притягиваемые то одним, то другим небесным телом».

Как будто простая задача

Самовар, вмещающий 30 стаканов, полон воды. Вы подставляете стакан под его кран и с часами в руках следите по секундной стрелке, во сколько времени стакан наполняется до краев. Допустим, что в полминуты. Теперь зададим вопрос: во сколько времени опорожнится весь самовар, если оставить кран открытым?

Казалось бы, здесь детски простая арифметическая задача: один стакан вытекает в 1/2 минуты, – значит, 30 стаканов выльются в 15 минут.

Но сделайте опыт. Окажется, что самовар опоражнивается не в четверть часа, как вы ожидали, а в полчаса.

В чем же дело? Ведь расчет так прост!

Прост, но неверен. Нельзя думать, что *скорость* истечения с начала до конца остается одна и та же. Когда первый стакан вытек из самовара, струя течет уже под меньшим давлением, так как уровень воды в самоваре понизился; понятно, что второй стакан наполнится в больший срок, чем в полминуты; третий вытечет еще ленивее, и т. д.

Скорость истечения всякой жидкости из отверстия в открытом сосуде находится в прямой зависимости от высоты столба жидкости, стоящего над отверстием. Гениальный Торичелли, ученик Галилея, первый указал на эту зависимость и выразил ее простой формулой:

$$v = \sqrt{2gh},$$

где v – скорость истечения, *g* — ускорение силы тяжести, *ah* — высота уровня жидкости над отверстием. Из этой формулы следует, что скорость вытекающей струи совершенно не зависит от *плотности* жидкости: легкий спирт и тяжеловесная ртуть при одинаковом уровне вытекают из отверстия одинаково быстро (рис. 26). Из формулы видно, что на Луне, где сила тяжести в 6 раз меньше, чем на Земле, потребовалось бы для наполнения стакана примерно в 21/2 раза больше времени, нежели на Земле.

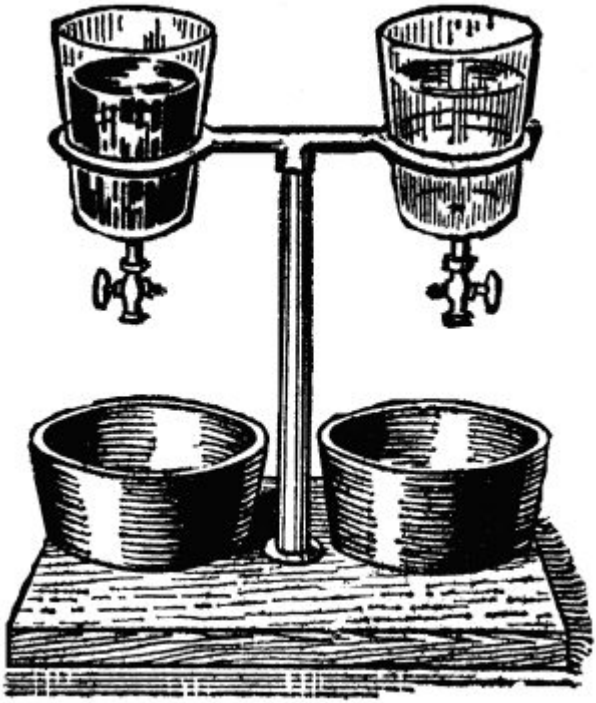


Рис. 26. Что скорее выльется: ртуть или спирт?
Уровень жидкости в сосудах одинаков

Но возвратимся к нашей задаче. Если после истечения из самовара 20 стаканов уровень воды в нем (считая от отверстия крана) понизился в *четыре* раза, то 21-й стакан наполнится *вдвое* медленнее, чем 1-й. И если в дальнейшем уровень воды понизится в 9 раз, то для наполнения последних стаканов понадобится уже *втрое* больше времени, чем для наполнения первого. Все знают, как вяло вытекает вода из крана самовара, который уже почти опорожнен. Решая эту задачу приемами высшей математики, можно доказать, что время, нужное на полное опорожнение сосуда, *в два раза больше* срока, в течение которого вылился бы такой же объем жидкости при неизменном первоначальном уровне.

Задача о бассейне

От сказанного один шаг к пресловутым задачам о бассейне, без которых не обходится ни один арифметический и алгебраический задачник. Всем памятны классически скучные, схоластические задачи вроде следующей:

«В бассейн проведены две трубы. Через одну первую пустой бассейн может наполниться в 5 часов; через одну вторую полный бассейн может опорожниться в 10 часов. Во сколько часов наполнится пустой бассейн, если открыть обе трубы сразу?»

Задачи этого рода имеют почтенную давность – без малого 20 веков, восходя к Герону Александрийскому. Вот одна из героновых задач, не столь, правда, замысловатая, как ее потомки:

Четыре фонтана дано.
Обширный дан водоем.
За сутки первый фонтан до краев его наполняет.
Два дня и две ночи второй над тем же должен работать.
Третий втрое, чем первый, слабей.
В четверо суток последний за ним поспевает.
Ответить мне, скоро ли будет он полон,
Если во время одно все их открыть?

Две тысячи лет решаются задачи о бассейнах и – такова сила рутины! – две тысячи лет решаются *неправильно.* Почему неправильно – вы поймете сами после того, что сейчас сказано было о вытекании воды. Как учат решать задачи о бассейнах? Первую, например, задачу решают так. В 1 час первая труба наливает 1/5 бассейна, вторая выливает 1/10 бассейна; значит, при действии обеих труб в бассейн ежечасно поступает

$1/5 - 1/10 = 1/10$

откуда для времени наполнения бассейна получается 10 часов. Это рассуждение неверно: если втекание воды

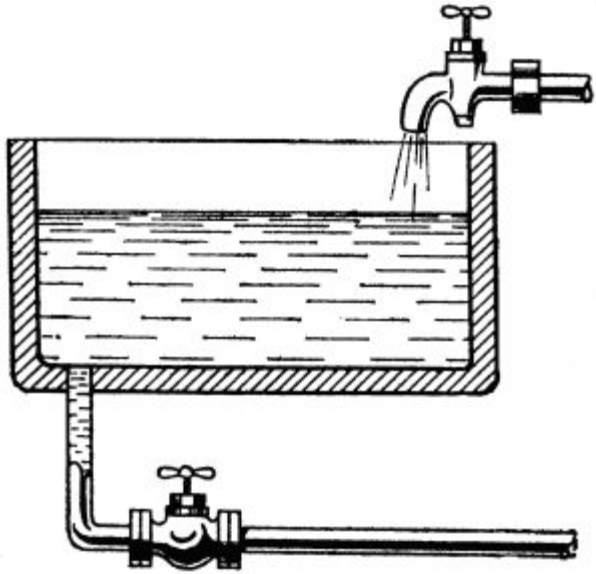


Рис. 27. Задача о бассейне

можно считать происходящим под постоянным давлением и, следовательно, равномерным, то ее *вытекание* происходит при изменяющемся уровне и, значит, *неравномерно*. Из того, что второй трубой бассейн опоражнивается в 10 часов, вовсе не следует, что ежечасно вытекает 1/10 доля бассейна; школьный прием решения, как видим, ошибочен. Решить задачу правильно средствами элементарной математики нельзя, а потому задачам о бассейне (с *вытекающей* водой) вовсе не место в арифметических задачниках [29] .

Поклажа из воздуха

В середине XVII столетия жители города Регенсбурга и съехавшиеся туда владетельные князья Германии во главе с императором были свидетелями поразительного зрелища: 16 лошадей изо всех сил старались разнять два приложенных друг к другу медных полушария. Что связывало их? «Ничто», воздух. И тем не менее восемь лошадей, тянувших в одну сторону, и восемь, тянувших в другую, оказались не в силах их разъединить. Так бургомистр Отто фон Герике воочию показал всем, что воздух – вовсе не «ничто», что он имеет вес и давит со значительной силой на все земные предметы.

Опыт этот был произведен 8 мая 1654 г. при весьма торжественной обстановке. Ученый бургомистр сумел всех заинтересовать своими научными изысканиями, несмотря на то, что дело происходило в разгар политических неурядиц и опустошительных войн.

Описание знаменитого опыта с «магдебургскими полушариями» имеется в учебниках физики. Все же, я уверен, читатель с интересом выслушает этот рассказ из уст самого Герике, этого «германского Галилея», как иногда называют замечательного физика. Объемистая книга с описанием длинного ряда его опытов вышла на латинском языке в Амстердаме в 1672 г. и, подобно всем книгам этой эпохи, носила пространное заглавие. Вот оно:

...

ОТТО фон ГЕРИКЕ
Так называемые новые магдебургские опыты над
БЕЗВОЗДУШНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ,
первоначально описанные профессором математики
в Вюрцбургском университете КАСПАРОМ ШОТТОМ.
Издание самого автора, более обстоятельное и пополненное различными новыми опытами.

Интересующему нас опыту посвящена глава XXIII этой книги.

Приводим дословный ее перевод.

«Опыт, доказывающий, что давление воздуха соединяет два полушария так прочно, что их нельзя разнять усилиями 16 лошадей.

Я заказал два медных полушария диаметром в три четверти магдебургских локтя [30] . Но в действительности диаметр их заключал всего 67/100, так как мастера, по обыкновению, не могли изготовить в точности то, что требовалось. Оба полушария вполне отвечали одно другому. К одному полушарию был приделан кран; с помощью этого крана можно удалить воздух изнутри и препятствовать проникновению воздуха снаружи. Кроме того, к полушариям прикреплены были 4 кольца, через которые продевались канаты, привязанные к упряжи лошадей. Я велел также сшить кожаное кольцо; оно напитано было смесью воска в скипидаре; зажатое между полушариями, оно не пропускало в них воздуха. В кран вставлена была трубка воздушного насоса, и был удален воздух внутри шара. Тогда обнаружилось, с какою силою оба полушария придавливались друг к другу через кожаное кольцо. Давление наружного воздуха прижимало их так крепко, что 16 лошадей (рывком) совсем не могли их разнять или достигали этого лишь с трудом. Когда же полушария, уступая напряжению всей силы лошадей, разъединялись, то раздавался грохот, как от выстрела.

Но стоило поворотом крана открыть свободный доступ воздуху – и полушария легко было разнять руками».

Несложное вычисление может объяснить нам, почему нужна такая значительная сила (8 лошадей с каждой стороны), чтобы разъединить части пустого шара. Воздух давит с силою около 1 кг на каждый кв. см; площадь круга [31] диаметром в 0,67 локтя (37 см) равна 1060 см2. Значит, давление атмосферы на каждое полушарие должно превышать 1000 кг (1 тонну). Каждая восьмерка лошадей должна была, следовательно, тянуть с силой тонны, чтобы противодействовать давлению наружного воздуха.

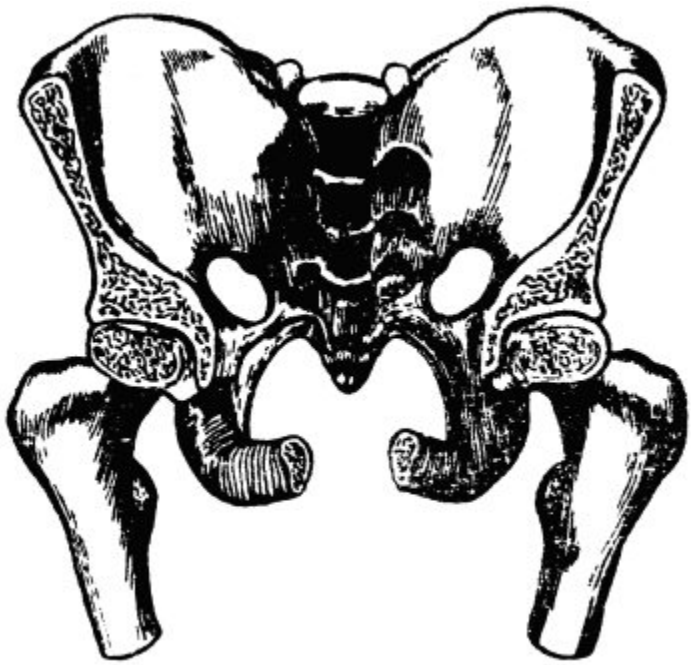


Рис. 28. Кости наших тазобедренных сочленений не распадаются благодаря атмосферному давлению, подобно тому как сдерживаются магдебургские полушария

Казалось бы, для восьми лошадей (с каждой стороны) это не очень большой груз. Не забывайте, однако, что, двигая, например, кладь в 1 тонну, лошади преодолевают силу не в 1 тонну, а гораздо меньшую, именно – трение колес об оси и о мостовую. А эта сила составляет – на шоссе, например, – всего процентов пять, т. е. при однотонном грузе – 50 кг. (Не говорим уже о том, что при соединении усилий восьми лошадей теряется, как показывает практика, 50 % тяги.) Следовательно, тяга в 1 тонну соответствует при восьми лошадях нагрузке телеги в 20 тонн. Вот какова та воздушная поклажа, везти которую должны были лошади магдебургского бургомистра! Они словно должны были сдвинуть с места небольшой паровоз, не поставленный, к тому же, на рельсы.

Измерено, что сильная ломовая лошадь тянет воз с усилием всего в 80 кг [32] . Следовательно, для разрыва магдебургских полушарий понадобилось бы при равномерной тяге 1000/80 = по 13 лошадей с каждой стороны [33] .

Читатель будет, вероятно, изумлен, узнав, что некоторые сочленения нашего скелета не распадаются по той же причине, что и магдебургские полушария. Наше тазобедренное сочленение представляет собой именно такие магдебургские полушария. Можно обнажить это сочленение от мускульных и хрящевых

связей, и все-таки бедро не выпадает: его прижимает атмосферное давление, так как в межсуставном пространстве воздуха нет.

Отчего притягиваются корабли?

Осенью 1912 г. с океанским пароходом «Олимпик» – тогда одним из величайших в мире судов – произошел следующий случай. «Олимпик» плыл в открытом море, а почти параллельно ему, на расстоянии сотни метров, проходил с большой скоростью другой корабль, гораздо меньший, броненосный крейсер «Гаук». Когда оба судна заняли положение, изображенное на рис. 29, произошло нечто неожиданное: меньшее судно стремительно свернуло с пути, словно повинуясь какой-то невидимой силе, повернулось носом к большому пароходу и, не слушаясь руля, двинулось почти прямо на него. Произошло столкновение. «Гаук» врезался носом в бок «Олимпика»; удар был так силен, что «Гаук» проделал в борту «Олимпика» большую пробоину.

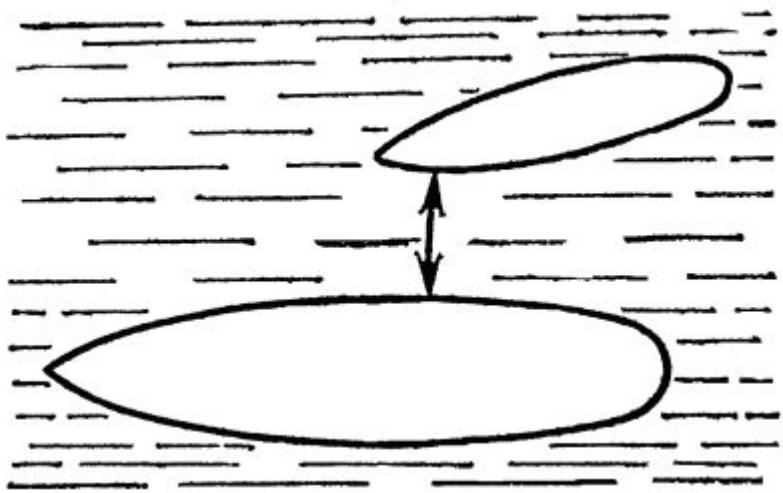


Рис. 29. Положение пароходов «Олимпик» и «Гаук» перед столкновением

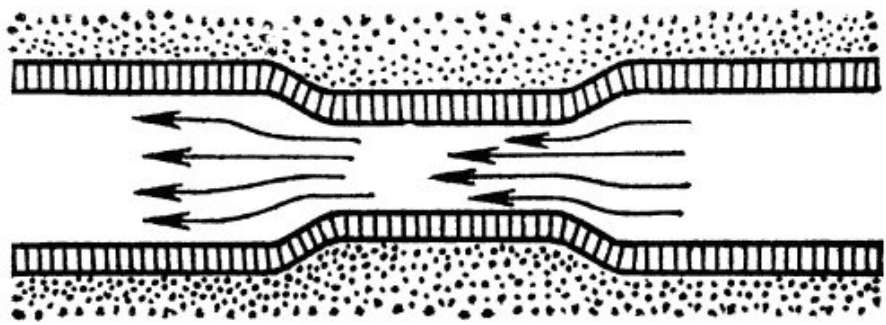


Рис. 30. В узких частях канала вода течет быстрее и давит на стенки слабее, чем в широких

Когда этот странный случай рассматривался в морском суде, виновной стороной был признан капитан гиганта «Олимпик», так как, – гласило постановление суда, – он не отдал никаких распоряжений уступить дорогу идущему наперерез «Гауку».

Суд не усмотрел здесь, следовательно, ничего необычайного: простая нераспорядительность капитана, не больше. А между тем имело место совершенно непредвиденное обстоятельство: случай *взаимного притяжения судов на море.*

Такие случаи не раз происходили, вероятно, и раньше при параллельном движении двух кораблей. Но пока не строили очень крупных судов, явление это не проявлялось с такой силой. Когда воды океанов стали бороздить «плавучие города», явление притяжения судов сделалось гораздо заметнее; с ним считаются командиры военных судов при маневрировании.

Многочисленные аварии мелких судов, проплывавших в соседстве с большими пассажирскими и военными судами, происходили, вероятно, по той же причине.

Чем же объясняется это притяжение? Конечно, здесь не может быть и речи о притяжении по закону всемирного тяготения Ньютона; мы уже видели, что это притяжение слишком ничтожно. Причина явления совершенно иного рода и объясняется законами течения жидкостей в трубках и каналах. Можно доказать, что если жидкость протекает по каналу, имеющему сужения и расширения, то в узких частях канала она течет быстрее и давит на стенки канала слабее, нежели в широких местах, где она протекает спокойнее и давит на стенки сильнее (так называемый «принцип Бернулли»).

То же справедливо и для газов. Это явление в учении о *газах* носит название эффекта Клеман – Дезорма (по имени открывших его физиков) и нередко именуется «аэростатическим парадоксом». Впервые явление это, как говорят, обнаружено было случайно при следующих обстоятельствах. В одном из французских рудников рабочему приказано было закрыть щитом отверстие наружной штольни, через которую подавался в шахту сжатый воздух. Рабочий долго боролся со струёй воздуха, но внезапно щит сам собой захлопнул штольню с такой силой, что, будь щит недостаточно велик, его втянуло бы в вентиляционный люк вместе с перепуганным рабочим.

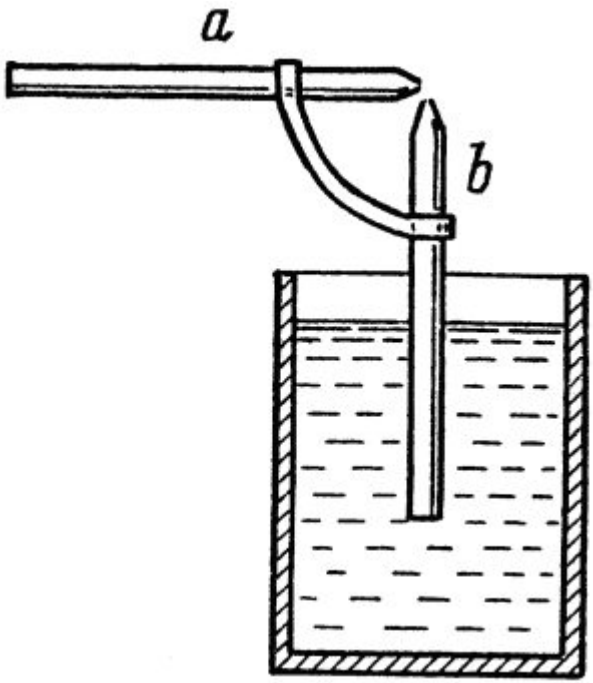


Рис. 31. Пульверизатор

Между прочим, этой особенностью течения газов объясняется действие пульверизатора. Когда мы дуем (рис. 31) в колено *a,* заканчивающееся сужением, то воздух, переходя в сужение, уменьшает свое давление. Таким образом, над трубкой *b* оказывается воздух с уменьшенным давлением, и потому давление атмосферы гонит жидкость из стакана вверх по трубке; у отверстия жидкость попадает в струю выдуваемого воздуха и в нем распыляется.

Теперь мы поймем, в чем кроется причина притяжения судов. Когда два парохода плывут параллельно один другому, между их бортами получается как бы водяной канал. В обыкновенном канале стенки неподвижны, а движется вода; здесь же наоборот: неподвижна вода, а движутся стенки. Но действие сил от этого нисколько не меняется: в узких местах подвижного канала вода слабее давит на стенки, нежели в пространстве вокруг пароходов. Другими словами, бока пароходов, обращенные друг к другу, испытывают со стороны воды меньшее давление, нежели наружные части судов. Что же должно произойти вследствие этого? Суда должны под напором наружной воды двинуться друг к другу, и естественно, что меньшее судно перемещается заметнее, между тем как более массивное остается почти неподвижным. Вот почему притяжение проявляется с особенной силой, когда большой корабль быстро проходит мимо маленького.

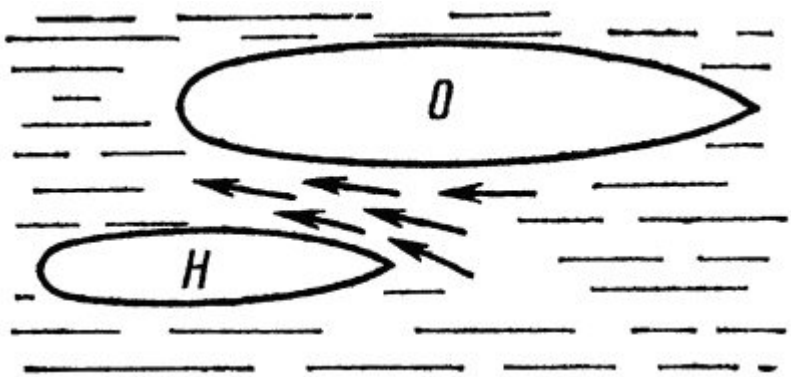


Рис. 32. Течение воды между двумя плывущими судами

Итак, притяжение кораблей обусловлено всасывающим действием текущей воды. Этим же объясняется и опасность быстрин для купающихся, всасывающее действие водоворотов. Можно вычислить, что течение воды в реке при умеренной скорости 1 м в секунду втягивает человеческое тело с силой 30 кг! Против такой силы нелегко устоять, особенно в воде, когда собственный вес нашего тела не помогает нам сохранять устойчивость. Наконец, втягивающее действие быстро несущегося поезда объясняется тем же принципом Бернулли: поезд при скорости 50 км в час увлекает близстоящего человека с силой около 8 кг. Явления, связанные с «принципом Бернулли», хотя и весьма нередки, мало известны в кругу неспециалистов. Полезно будет поэтому остановиться на нем подробнее. Далее мы приводим отрывок из статьи на эту тему, помещенной в одном научно-популярном журнале.

Принцип Бернулли и его следствия

Принцип, впервые высказанный Даниилом Бернулли в 1726 г., гласит: в струе воды или воздуха давление велико, если скорость мала, и давление мало, если скорость велика. Существуют известные ограничения этого принципа, но здесь мы не будем на них останавливаться.

Рисунок 33 иллюстрирует этот принцип.

Воздух продувается через трубку *AB*. Если сечение трубки мало, – как в *a,* – скорость воздуха велика; там же, где сечение велико, – как в *Ь,* – скорость воздуха мала. Там, где скорость велика, давление мало, а где скорость мала, давление велико. Вследствие малой величины давления воздуха в *a* жидкость в трубке С поднимается; в то же время сильное давление воздуха в *b* заставляет опускаться жидкость в трубке *D*.

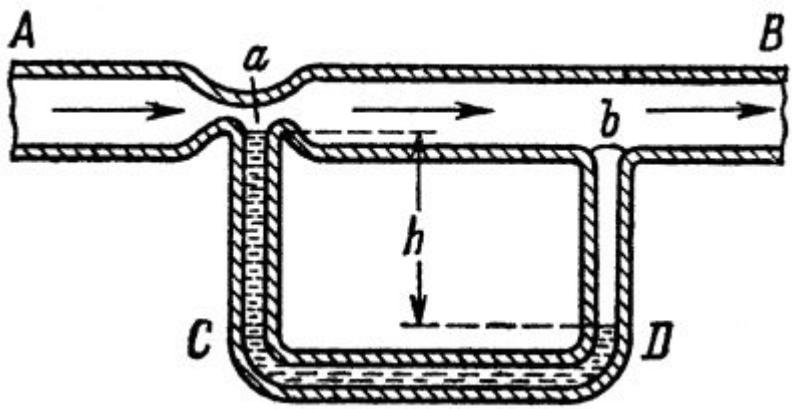


Рис. 33. Иллюстрация принципа Бернулли. В суженной части *(a)* трубки *AB* давление меньше, нежели в широкой (*b)*

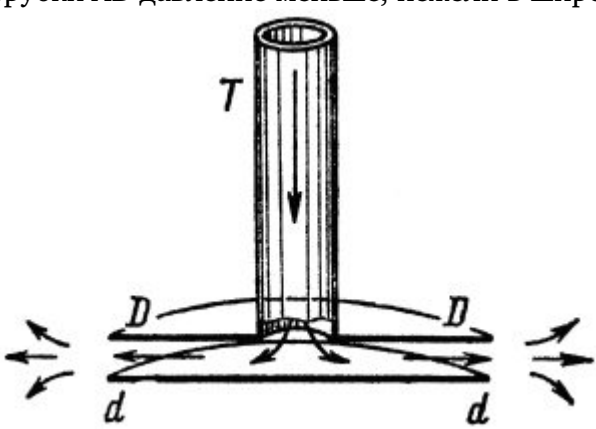


Рис. 34. Опыт с дисками

На рис. 34 трубка *T* укреплена на медном диске *DD;* воздух

продувается через трубку *T* и далее мимо свободного диска *dd* (тот же опыт можно проделать проще, воспользовавшись катушкой и бумажным кружком. Чтобы кружок не соскальзывал в сторону, его пробивают булавкой, проходящей в канал катушки). Воздух между двумя дисками имеет большую скорость, но эта скорость быстро убывает по мере приближения к краям дисков, так как сечение воздушного потока быстро возрастает и преодолевается инерция воздуха, вытекающего из пространства между дисками. Но давление окружающего диск воздуха велико, так как скорость мала, а давление воздуха между дисками мало, так как скорость велика. Поэтому воздух, окружающий диск, оказывает большее воздействие на диски, стремясь их сблизить, нежели воздушный поток между дисками, стремящийся их раздвинуть; в результате диск *dd* присасывается к диску *DD* тем сильнее, чем сильнее ток воздуха в *T*.

Рисунок 35 представляет аналогию рис. 34, но только с водой. Быстро движущаяся вода на диске *DD* находится на низком уровне и сама поднимается до более высокого уровня спокойной воды в бассейне, когда огибает края диска. Поэтому спокойная вода под диском имеет более высокое давление, чем движущаяся вода над диском, вследствие чего диск поднимается. Стержень *P* не допускает боковых смещений диска.

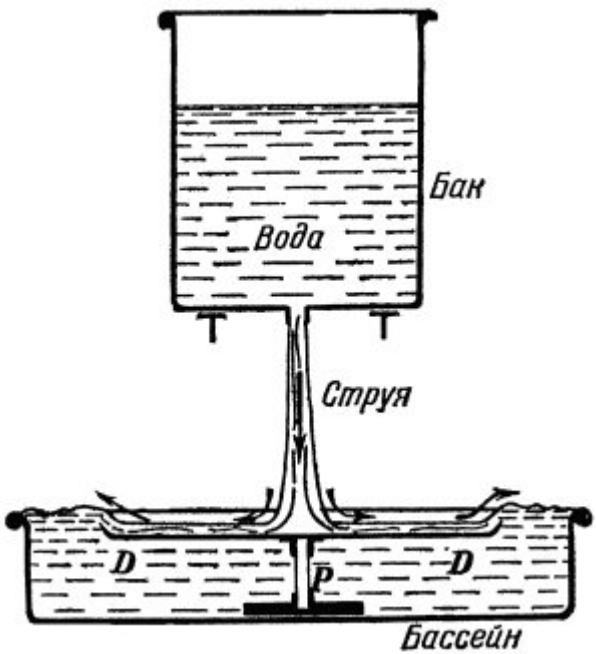


Рис. 35. Диск *DD* приподнимается на стержне *P,* когда на него изливается струя воды из бака

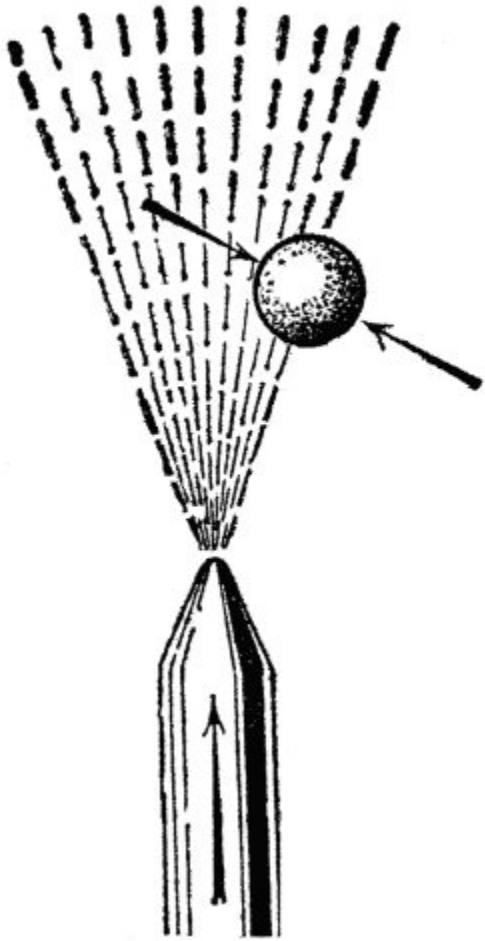


Рис. 36. Шарик, поддерживаемый струей воздуха

Рисунок 36 изображает легкий шарик, плавающий в струе воздуха. Воздушная струя ударяется о шарик и не дает ему падать. Когда шарик выскакивает из струи, окружающий воздух возвращает его обратно в струю, так как давление окружающего воздуха, имеющего малую скорость, велико, а давление воздуха в струе, имеющего большую скорость, мало.

Рисунок 37 представляет два судна, движущиеся рядом в спокойной воде, или, что сводится к тому же, два судна, стоящие рядом и обтекаемые водою. Поток более стеснен в пространстве между судами, и скорость воды в этом пространстве больше, чем по обе стороны судов. Поэтому давление воды между судами меньше, чем по обе стороны судов; более высокое давление воды, окружающей суда, сближает их. Моряки очень хорошо знают, что два корабля, идущие рядом, сильно притягиваются друг к другу.

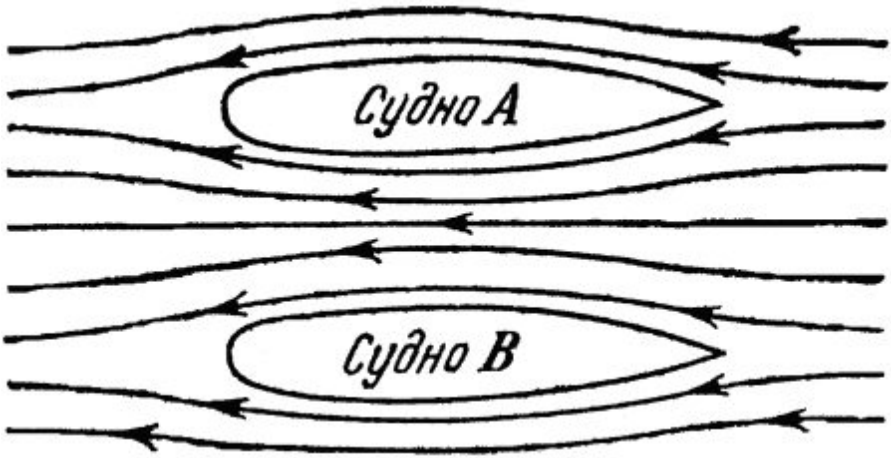


Рис. 37. Два судна, движущиеся параллельно, как бы притягивают друг друга

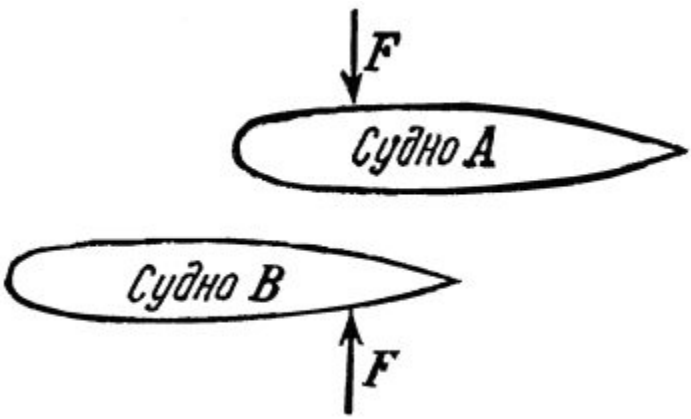


Рис. 38. При движении судов вперед судно *B* поворачивается носом к судну *A*

Более серьезный случай может иметь место, когда один корабль идет за другим, как представлено на рис. 38. Две силы *F и F,* которые сближают корабли, стремятся повернуть их, причем судно *B* поворачивается к *A* со значительной силой. Столкновение в таком случае почти неизбежно, так как руль не успевает изменить направление движения корабля.

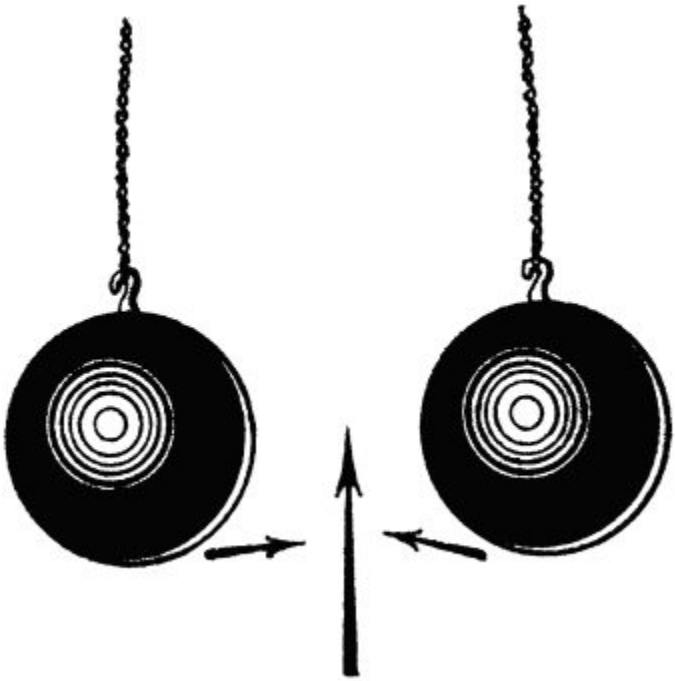


Рис. 39. Если между двумя легкими шариками продувать воздух, они сближаются до соприкосновения

Явление, описанное в связи с рис. 37, можно демонстрировать, продувая воздух между двумя легкими резиновыми мячиками, подвешенными, как указано на рис. 39. Если между ними продувать воздух, они сближаются и ударяются друг о друга.

Веер

Когда женщины обмахиваются веерами, им, конечно, становится прохладнее. Казалось бы, что занятие это вполне безвредно для остальных присутствующих в помещении и что собравшиеся могут быть только признательны женщинам за охлаждение воздуха в зале.

Посмотрим, так ли это. Почему при обмахивании веером мы ощущаем прохладу? Воздух, непосредственно прилегающий к нашему лицу, нагревается, и эта теплая воздушная маска, невидимо облегающая наше лицо, «греет» его, т. е. замедляет дальнейшую потерю тепла. Если воздух вокруг нас неподвижен, то нагревшийся близ лица слой воздуха лишь весьма медленно вытесняется вверх более тяжелым ненагретым воздухом. Когда же мы смахиваем веером с лица теплую воздушную маску, то лицо соприкасается с все новыми порциями ненагретого воздуха и непрерывно отдает им свою теплоту; тело наше остывает, и мы ощущаем прохладу.

Значит, при обмахивании веером женщины непрерывно удаляют от своего лица нагретый воздух и заменяют его ненагретым; нагревшись, этот воздух удаляется в свою очередь и заменяется новой порцией ненагретого, и т. д.

Работа веером ускоряет перемешивание воздуха и способствует быстрейшему уравниванию температуры воздуха во всем зале, т. е. доставляет облегчение обладательницам веера за счет более прохладного воздуха, окружающего остальных присутствующих. Для действия веера имеет значение еще одно обстоятельство, о котором мы сейчас расскажем.

Отчего при ветре холоднее?

Все знают, конечно, что в тихую погоду мороз переносится гораздо легче, чем при ветре. Но не все представляют себе отчетливо причину этого явления. Больший холод при ветре ощущается *лишь живыми существами* ; термометр вовсе не опускается ниже, когда его обдувает ветер. Ощущение резкого холода в ветреную морозную погоду объясняется прежде всего тем, что от лица (и вообще от тела) отнимается при этом гораздо больше тепла, нежели в тихую погоду, когда воздух, нагретый телом, не так быстро сменяется новой порцией холодного воздуха. Чем ветер сильнее, тем большая масса воздуха успевает в течение каждой минуты прийти в соприкосновение с кожей и, следовательно, тем больше тепла отнимается ежеминутно от нашего тела. Этого одного уже достаточно, чтобы вызвать ощущение холода.

Но есть и еще причина. Кожа наша всегда испаряет влагу, даже в холодном воздухе. Для испарения требуется теплота; она отнимается от нашего тела и от того слоя воздуха, который к телу прилегает. Если воздух неподвижен, испарение совершается медленно, так как прилегающий к коже слой воздуха скоро насыщается парами (в насыщенном влагой воздухе не происходит интенсивного испарения). Но если воздух движется и к коже притекают все новые и новые его порции, то испарение все время поддерживается очень обильное, а это требует большого расхода теплоты, которая отбирается от нашего тела.

Как же велико охлаждающее действие ветра? Оно зависит от его скорости и от температуры воздуха; в общем, оно гораздо значительнее, чем обычно думают. Приведу пример, дающий представление о том, каково бывает это понижение. Пусть температура воздуха $+4^\circ$, а ветра нет никакого. Кожа нашего тела при таких условиях имеет температуру 31°. Если же дует легкий ветерок, едва движущий флаги и не шевелящий листвы (скорость 2 м/сек), то кожа охлаждается на 7°; при ветре, заставляющем флаг полоскаться (скорость 6 м/сек), кожа охлаждается на 22°: температура ее падает до 9°! Эти данные взяты из книги Н.Н. Калитина «Основы физики атмосферы в применении к медицине»; любознательный читатель найдет в ней много интересных подробностей.

Итак, о том, как будет ощущаться нами мороз, мы не можем судить по одной лишь температуре, а должны принимать во внимание также и скорость ветра.

Один и тот же мороз переносится в Ленинграде в среднем

хуже, чем в Москве, потому что средняя скорость ветра на берегах Балтийского моря равна 5–6 м/сек, а в Москве – только 4,5 м/сек. Еще легче переносятся морозы в Забайкалье, где средняя скорость ветра всего 1,3 м. Знаменитые восточносибирские морозы ощущаются далеко не так жестоко, как думаем мы, привыкшие в Европе к сравнительно сильным ветрам; Восточная Сибирь отличается почти полным безветрием, особенно в зимнее время.

Горячее дыхание пустыни

«Значит, ветер и в знойный день должен приносить прохладу, – скажет, быть может, читатель, прочтя предыдущую статью. Почему же в таком случае путешественники говорят о *горячем дыхании* пустыни?»

Противоречие объясняется тем, что в тропическом климате воздух бывает *теплее, чем наше тело.* Неудивительно, что там при ветре людям становится не прохладнее, а жарче. Теплота передается там уже не от тела воздуху, но обратно – воздух нагревает человеческое тело. Поэтому, чем большая масса воздуха успеет ежеминутно прийти в соприкосновение с телом, тем сильнее ощущение жара. Правда, испарение и здесь усиливается при ветре, но первая причина перевешивает. Вот почему жители пустыни, например туркмены, носят теплые халаты и меховые шапки.

Греет ли вуаль?

Вот еще задача из физики обыденной жизни. Женщины утверждают, что вуаль греет, что без нее лицо зябнет. При взгляде на легкую ткань вуали, нередко с довольно крупными ячейками, мужчины не очень склонны верить этому утверждению и думают, что согревающее действие вуали – игра воображения.

Однако если вы вспомните сказанное выше, то отнесетесь к этому утверждению более доверчиво. Как бы крупны ни были ячейки вуали, воздух через такую ткань проходит все же с некоторым замедлением. Тот слой воздуха, который непосредственно прилегает к лицу и, нагревшись, служит теплой воздушной маской, – слой этот, удерживаемый вуалью, не так быстро сдувается ветром, как при отсутствии ее. Поэтому нет основания не верить женщинам, что при небольшом морозе и слабом ветре лицо во время ходьбы зябнет в вуали меньше, чем без нее.

Охлаждающие кувшины

Если вам не случалось видеть таких кувшинов, то, вероятно, вы слыхали или читали о них. Эти сосуды из необожженной глины обладают той любопытной особенностью, что налитая в них вода становится прохладнее, чем окружающие предметы. Кувшины в большом распространении у южных народов (между прочим, и у нас в Крыму) и носят различные названия: в Испании – «алькарацца», в Египте – «гоула» и т. д.

Секрет охлаждающего действия этих кувшинов прост: жидкость просачивается через глиняные стенки наружу и там медленно испаряется, отнимая при этом теплоту («скрытую теплоту испарения») от сосуда и заключенной в нем жидкости.

Но неверно, что жидкость в таких сосудах очень охлаждается, как приходится читать в описаниях путешествий по южным странам. Охлаждение не может быть велико. Зависит оно от многих условий. Чем знойнее воздух, тем скорее и обильнее испаряется жидкость, увлажняющая сосуд снаружи, и, следовательно, тем более охлаждается вода внутри кувшина. Зависит охлаждение и от влажности окружающего воздуха: если в нем много влаги, испарение происходит медленно, и вода охлаждается незначительно; в сухом воздухе, напротив, происходит энергичное испарение, вызывающее более заметное охлаждение. Ветер также ускоряет испарение и тем способствует охлаждению; это все хорошо знают по тому ощущению холода, которое приходится испытывать в мокром платье в теплый, но ветреный день. Понижение температуры в охлаждающих кувшинах не превышает 5°. В знойный южный день, когда термометр показывает подчас 33°, вода в охлаждающем кувшине имеет температуру теплой ванны, 28°. Охлаждение, как видим, практически бесполезное. Зато кувшины хорошо сохраняют *холодную воду;* для этой цели их преимущественно и употребляют.

Мы можем попытаться вычислить степень охлаждения воды в «алькараццах».

Пусть у нас имеется кувшин, вмещающий 5 л воды; допустим, что 1/10 л испарилась. Для испарения 1 л воды (1 кг) требуется при температуре знойного (33°) дня около 580 калорий. У нас испарилась 1/10 кг, следовательно, понадобилось 58 калорий. Если бы вся эта теплота заимствовалась только от воды, которая находится в кувшине, температура последней понизилась бы на 58/5, т. е. градусов на 12. Но большая часть тепла, потребного для испарения, отнимается от стенок самого кувшина и от

окружающего его воздуха; с другой стороны, рядом с охлаждением воды в кувшине происходит и нагревание ее теплым воздухом, прилегающим к кувшину. Поэтому охлаждение едва достигает половины полученной цифры.

Трудно сказать, где кувшин охлаждается больше, – на солнце или в тени. На солнце ускоряется испарение, но вместе с тем усиливается и приток тепла. Лучше всего, вероятно, держать охлаждающие кувшины в тени на слабом ветре.

«Ледник» без льда

На охлаждении от испарения основано устройство охлаждающего шкафа для хранения продуктов, своего рода «ледника» без льда. Устройство такого охладителя весьма несложно: это ящик из дерева (лучше из оцинкованного железа) с полками, на которые кладут подлежащие охлаждению продукты. Вверху ящика ставится длинный сосуд с чистой холодной водой; в сосуд погружен край холста, который идет вдоль задней стенки ящика вниз, кончаясь в сосуде, помещенном под нижней полкой. Холст напитывается водой, которая, как по фитилю, все время движется через него, медленно испаряясь и тем охлаждая все отделения «ледника».

Такой «ледник» следует ставить в прохладное место квартиры и каждый вечер менять в нем холодную воду, чтобы она успела за ночь хорошо остудиться. Сосуды, содержащие воду, и холст, пропитываемый ею, должны быть, конечно, совершенно чисты.

Какую жару способны мы переносить?

Человек гораздо выносливее по отношению к жаре, чем обыкновенно думают: он способен переносить в южных странах температуру заметно выше той, какую мы в умеренном поясе считаем едва переносимой.

Летом в Средней Австралии нередко наблюдается температура 46° в тени; там отмечались даже температуры в 55° в тени (по Цельсию). При переходе через Красное море в Персидский залив температура в корабельных помещениях достигает 50° и выше, несмотря на непрерывную вентиляцию.

Наиболее высокие температуры, наблюдавшиеся в природе на земном шаре, не превышали 57°. Температура эта установлена в так называемой «Долине Смерти» в Калифорнии. Зной в Средней Азии – самом жарком месте нашего Союза – не бывает выше 50°.

Отмеченные сейчас температуры измерялись *в тени.* Объясню кстати, почему метеоролога интересует температура именно в тени, а не на солнце. Дело в том, что температуру *воздуха* измеряет только термометр, выставленный в тени. Градусник, помещенный на солнце, может нагреться его лучами значительно выше, чем окружающий воздух, и показание его нисколько не характеризует теплового состояния воздушной среды. Поэтому и нет смысла, говоря о знойной погоде, ссылаться на показание термометра, выставленного на солнце.

Производились опыты для определения высшей температуры, какую может выдержать человеческий организм. Оказалось, что при весьма постепенном нагревании организм наш *в сухом воздухе* способен выдержать не только температуру кипения воды (100°), но иногда даже еще более высокую, до 160 °С, как доказали английские физики Благден и Чентри, проводившие ради опыта целые часы в натопленной печи хлебопекарни. «Можно сварить яйца и изжарить бифштекс в воздухе помещения, в котором люди остаются без вреда для себя», – замечает по этому поводу Тиндаль.

Чем же объясняется такая выносливость? Тем, что организм наш фактически не принимает этой температуры, а сохраняет температуру, близкую к нормальной. Он борется с нагреванием посредством обильного выделения пота; испарение пота поглощает значительное количество тепла из того слоя воздуха, который непосредственно прилегает к коже, и тем в достаточной мере понижает его температуру. Единственные необходимые

условия состоят в том, чтобы тело не соприкасалось непосредственно с источником тепла и чтобы воздух был сух.

Кто бывал в нашей Средней Азии, тот замечал, без сомнения, как сравнительно легко переносится там жара в 37 и более градусов Цельсия. 24-градусная жара в Ленинграде переносится гораздо хуже. Причина, конечно, во влажности воздуха в Ленинграде и сухости его в Средней Азии, где дождь – явление крайне редкое.

Как тушат огонь с помощью огня?

Вы слыхали, вероятно, что лучшее, а иной раз и единственное средство борьбы с лесным или степным пожаром – это поджигание леса или степи с противоположной стороны. Новое пламя идет навстречу бушующему морю огня и, уничтожая горючий материал, лишает огонь пищи; встретившись, обе огненные стены мгновенно гаснут, словно пожрав друг друга.

Описание того, как пользуются этим приемом тушения огня при пожаре американских степей, многие, конечно, читали у Купера в романе «Прерия». Можно ли забыть тот драматический момент, когда старик траппер спас от огненной смерти путников, застигнутых в степи пожаром? Вот это место из «Прерии».

Рис. 40. Тушение степного пожара огнем

«Старик внезапно принял решительный вид.

– Настало время действовать, – сказал он.

– Вы слишком поздно спохватились, жалкий старик! – крикнул Миддльтон. – Огонь в расстоянии четверти мили от нас, и ветер несет его к нам с ужасающей быстротой!

– Вот как! Огонь! Не очень-то я боюсь его. Ну, молодцы, полно! Приложите-ка руки к этой высохшей траве и обнажите землю.

В очень короткое время было очищено место футов в двадцать в диаметре. Траппер вывел женщин на один край этого небольшого пространства, сказав, чтобы они прикрыли одеялами

свои платья, легко могущие воспламениться. Приняв эти предосторожности, старик подошел к противоположному краю, где стихия окружила путников высоким, опасным кольцом, и, взяв щепотку самой сухой травы, положил ее на полку ружья и поджег. Легко воспламеняющееся вещество вспыхнуло сразу. Тогда старик бросил пылавшую траву в высокую заросль и, отойдя к центру круга, стал терпеливо ожидать результата своего дела.

Разрушительная стихия с жадностью набросилась на новую пищу, и в одно мгновение пламя стало лизать траву

– Ну, – сказал старик, – теперь вы увидите, как огонь сразит огонь.

– Но неужели это не опасно? – воскликнул удивленный Миддльтон. – Не приближаете ли вы к нам врага, вместо того чтобы отдалять его?

Огонь, все увеличиваясь, начал распространяться в три стороны, замирая на четвертой вследствие недостатка пищи. По мере того как огонь увеличивался и бушевал все сильнее и сильнее, он очищал перед собой все пространство, оставляя черную дымящуюся почву гораздо более обнаженной, чем если бы трава на этом месте была скошена косой.

Положение беглецов стало бы еще рискованнее, если бы очищенное ими место не увеличивалось по мере того, как пламя окружало его с остальных сторон.

Через несколько минут пламя стало отступать во всех направлениях, оставляя людей окутанными облаком дыма, но в полной безопасности от потока огня, продолжавшего бешено нестись вперед.

Зрители смотрели на простое средство, употребленное траппером, с тем же изумлением, с каким, как говорят, царедворцы Фердинанда смотрели на способ Колумба поставить яйцо».

Этот прием тушения степных и лесных пожаров не так, однако, прост, как кажется с первого взгляда. Пользоваться встречным огнем для тушения пожара должен лишь человек очень опытный, – иначе бедствие может даже усилиться.

Вы поймете, какая для этого нужна сноровка, если зададите себе вопрос: почему огонь, зажженный траппером, побежал навстречу пожару, а не в обратном направлении? Ведь ветер дул со стороны пожара и гнал огонь на путников! Казалось бы, пожар, причиненный траппером, должен был направиться не навстречу огненному морю, а назад по степи. Если бы так случилось, путники оказались бы окруженными огненным кольцом и неминуемо погибли бы.

В чем заключался секрет траппера?

В знании простого физического закона. Хотя ветер дул по направлению от горящей степи к путникам, – но *впереди, близ огня,* должно было существовать обратное течение воздуха, *навстречу* пламени. В самом деле: нагреваясь над морем огня, воздух становится легче и вытесняется вверх притекающим со всех сторон свежим воздухом со степи, не затронутой пламенем. Близ границы огня устанавливается поэтому *тяга воздуха навстречу пламени.* Зажечь встречный огонь необходимо в тот момент, когда пожар приблизится достаточно, чтобы ощутилась тяга воздуха. Вот почему траппер не спешил приниматься за дело раньше времени, а спокойно ждал нужного момента. Стоило поджечь траву немного раньше, когда встречная тяга еще не установилась, – и огонь распространился бы в обратном направлении, сделав положение людей безвыходным. Но и промедление могло быть не менее роковым: огонь подошел бы чересчур близко.

Можно ли воду вскипятить кипятком?

Возьмите небольшую бутылку (баночку или пузырек), налейте в нее воды и поместите в стоящую на огне кастрюлю с чистой водой так, чтобы склянка не касалась дна вашей кастрюли; вам придется, конечно, подвесить этот пузырек на проволочной петле. Когда вода *в кастрюле* закипит, то, казалось бы, вслед за тем должна закипеть и вода в пузырьке. Можете, однако, ждать, сколько вам угодно, – вы не дождетесь этого: вода в пузырьке будет горяча, очень горяча, но кипеть она не будет. Кипяток оказывается недостаточно горячим, чтобы вскипятить воду.

Результат как будто неожиданный, между тем его надо было предвидеть. Чтобы довести воду до кипения, недостаточно только нагреть ее до 100 °С: надо еще сообщить ей значительный запас тепла для того, чтобы перевести воду в другое агрегатное состояние, а именно в пар.

Чистая вода кипит при 100 °С; выше этой точки ее температура при обычных условиях не поднимается, сколько бы мы ее ни нагревали. Значит, источник теплоты, с помощью которого мы нагреваем воду в пузырьке, имеет температуру 100°; он может довести воду в пузырьке также только до 100°. Когда наступит это равенство температур, *дальнейшего перехода тепла от воды кастрюли к пузырьку не будет.*

Итак, нагревая воду в пузырьке таким способом, мы не можем доставить ей того избытка теплоты, который необходим для перехода воды в пар (каждый грамм воды, нагретый до 100°, требует еще свыше 500 калорий, чтобы перейти в пар). Вот почему вода в пузырьке хотя и нагревается, но не кипит.

Может возникнуть вопрос: чем же отличается вода в пузырьке от воды в кастрюле? Ведь в пузырьке та же вода, только отделенная от остальной массы стеклянной перегородкой; почему же не происходит с ней того же, что и с остальной водой?

Потому что перегородка мешает воде пузырька участвовать в тех течениях, которые перемешивают всю воду в кастрюле. Каждая частица воды в кастрюле может непосредственно коснуться накаленного дна, вода же пузырька соприкасается только с кипятком.

Итак, мы видели, что чистым кипятком вскипятить воду нельзя. Но стоит в кастрюлю всыпать горсть соли, и дело меняется. Соленая вода кипит не при ста градусах, а немного

выше и, следовательно, может в свою очередь довести до кипения чистую воду в стеклянном пузырьке.

Можно ли вскипятить воду снегом?

«Если уж кипяток для этой цели непригоден, то что говорить о снеге!» – ответит иной читатель. Не торопитесь с ответом, а лучше проделайте опыт хотя бы с тем же стеклянным флаконом, который вы только что употребляли.

Налейте в него воды до половины и погрузите в кипящую *соленую воду*. Когда вода во флаконе закипит, выньте его из кастрюли и быстро закупорьте заранее приготовленной плотной пробкой. Теперь переверните флакон и ждите, пока кипение внутри его прекратится.

Выждав этот момент, облейте флакон кипятком, – вода не закипит. Но положите на его донышко немного снегу или даже просто облейте его холодной водой, как показано на рис. 41, – и вы увидите, что вода закипит… Снег сделал то, чего не мог сделать кипяток!

Это тем более загадочно, что на ощупь флакон не будет особенно горяч. Между тем вы собственными глазами видите, как вода в нем кипит!

Разгадка в том, что снег охладил стенки флакона; вследствие этого пар внутри сгустился в водяные капли. А так как воздух из стеклянного флакона был выгнан еще при кипячении, то теперь вода подвержена в нем гораздо меньшему давлению. Но известно, что при уменьшении давления на жидкость она кипит при температуре более низкой. Мы имеем, следовательно, в нашем флаконе хотя и кипяток, но *кипяток негорячий.*

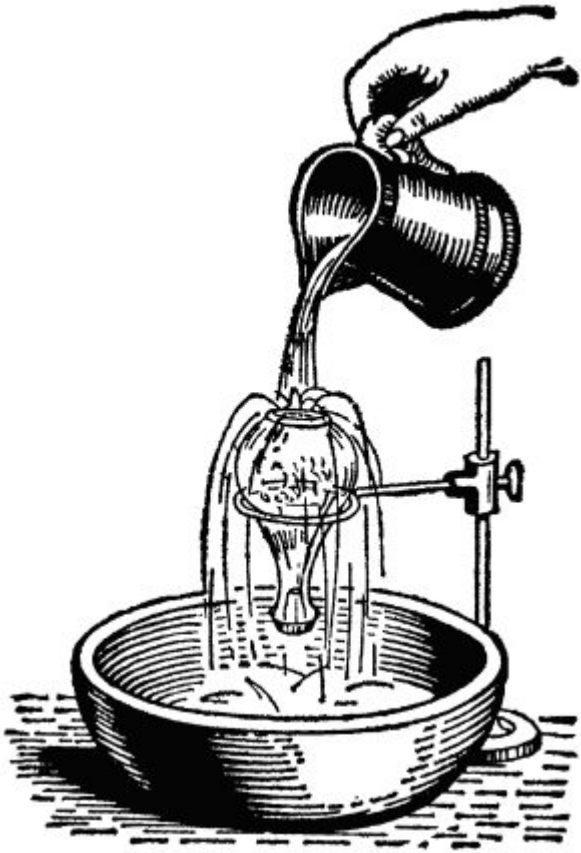


Рис. 41. Закипание воды в колбе, обливаемой холодной водой

Если стенки флакона очень тонки, то внезапное сгущение паров внутри него может вызвать нечто вроде взрыва; давление внешнего воздуха, не встречая достаточного противодействия изнутри флакона, способно раздавить его (вы видите, между прочим, что слово «взрыв» здесь неуместно). Лучше брать поэтому склянку круглую (колбу с выпуклым дном), чтобы воздух давил на свод.

Всего безопаснее производить подобный опыт с жестянкой для керосина, масла и т. п. Вскипятив в ней немного воды, завинтите плотно пробку и облейте посуду холодной водой. Тотчас же жестянка с паром сплющится давлением наружного воздуха, так как пар внутри нее превратится при охлаждении в воду. Жестянка будет измята давлением воздуха, словно по ней ударили тяжелым молотом (рис. 42).

Рис. 42. Неожиданный результат охлаждения жестянки

«Суп из барометра»

В книге «Странствования за границей» американский юморист Марк Твен рассказывает об одном случае своего альпийского путешествия – случае, разумеется, вымышленном:

«Неприятности наши кончились; поэтому люди могли отдохнуть, а у меня, наконец, явилась возможность обратить внимание на научную сторону экспедиции. Прежде всего я хотел определить посредством барометра высоту места, где мы находились, но, к сожалению, не получил никаких результатов. Из моих научных чтений я знал, что не то термометр, не то барометр следует кипятить для получения показаний. Который именно из двух, – я не знал наверное и потому решил прокипятить оба.

Рис. 43. «Ученые изыскания» Марка Твена

И все-таки не получил никаких результатов. Осмотрев оба инструмента, я увидел, что они вконец испорчены: у барометра была только одна медная стрелка, а в шарике термометра болтался комок ртути… Я отыскал другой барометр; он был совершенно новый и очень хороший. Полчаса кипятил я его в горшке с бобовой похлебкой, которую варил повар. Результат получился неожиданный: инструмент совершенно перестал действовать, но суп приобрел такой сильный привкус барометра, что главный повар – человек очень умный – изменил его название в списке кушаний. Новое блюдо заслужило всеобщее одобрение, так что я приказал готовить каждый день суп из барометра. Конечно, барометр был совершенно испорчен, но я не особенно жалел о нем. Раз он не помог мне определить высоту местности, значит, он больше мне не нужен».

Отбросив шутки, постараемся ответить на вопрос: что же в

самом деле следовало «кипятить», термометр или барометр?

Термометр; и вот почему. Из предыдущего опыта мы видели, что чем меньше давление на воду, тем ниже температура ее кипения. Так как с поднятием в горы атмосферное давление уменьшается, то должна вместе с тем понижаться и температура кипения воды. И действительно, наблюдаются следующие температуры кипения чистой воды при различных давлениях атмосферы:

Температура кипения, °С	Барометрическое давление, мм
101	787,7
100	760
98	707
96	657,5
94	611
92	567
90	525,5
88	487
86	450

В Берне (Швейцария), где среднее давление атмосферы 713 мм, вода в открытых сосудах кипит уже при 97,5°, а на вершине Монблана, где барометр показывает 424 мм, кипяток имеет температуру всего 84,5°. С поднятием на каждый километр температура кипения воды падает на 3 °С. Значит, если мы измерим температуру, при которой кипит вода (по выражению Твена, если «будем кипятить термометр»), то, *справившись в соответствующей таблице,* сможем узнать высоту места. Для этого необходимо, конечно, иметь в распоряжении заранее составленные таблицы, о чем Марк Твен «просто» забыл.

Употребляемые для этой цели приборы – гипсотермометры – не менее удобны для переноски, чем металлические барометры, и дают гораздо более точные показания.

Разумеется, и барометр может служить для определения высоты места, так как он прямо, без всякого «кипячения», показывает давление атмосферы: чем выше мы поднимаемся, тем давление меньше. Но и тут необходимы либо таблицы, показывающие, как уменьшается давление воздуха по мере поднятия над уровнем моря, либо знание соответствующей формулы. Все это будто бы смешалось в голове юмориста и побудило его «варить суп из барометра».

Всегда ли кипяток горяч?

Бравый ординарец Бен-Зуф, с которым читатель, без сомнения, познакомился по роману Жюля Верна «Гектор Сервадак», был твердо убежден, что кипяток всегда и всюду одинаково горяч. Вероятно, он думал бы так всю жизнь, если бы случаю не угодно было забросить его, вместе с командиром Сервадаком, на… комету. Это капризное светило, столкнувшись с Землей, отрезало от нашей планеты как раз тот участок, где находились оба героя, и унесло их далее по своему эллиптическому пути. И вот тогда-то денщик впервые убедился на собственном опыте, что кипяток вовсе не всюду одинаково горяч. Сделал он это открытие неожиданно, готовя завтрак.

«Бен-Зуф налил воды в кастрюлю, поставил ее на плиту и ждал, когда закипит вода, чтобы опустить в нее яйца, которые казались ему пустыми, так они мало весили.

Менее чем через две минуты вода уже закипела.

– Черт побери! Как огонь греет теперь! – воскликнул Бен-Зуф.

– Не огонь греет сильнее, – ответил, подумав, Сервадак, – а вода закипает скорее.

И, сняв со стены термометр Цельсия, он опустил его в кипящую воду.

Градусник показал только шестьдесят шесть градусов.

– Ого! – воскликнул офицер. – Вода кипит при шестидесяти шести градусах вместо ста!

– Итак, капитан?..

– Итак, Бен-Зуф, советую тебе продержать яйца в кипятке четверть часа.

– Но они будут крутые!

– Нет, дружище, они будут едва сварены.

Причиной этого явления было, очевидно, уменьшение высоты атмосферной оболочки. Воздушный столб над поверхностью почвы уменьшился приблизительно на одну треть, и вот почему вода, подверженная меньшему давлению, кипела при шестидесяти шести градусах вместо ста. Подобное же явление имело бы место на горе, высота которой достигает 11 000 м. И если бы у капитана был барометр, он указал бы ему это уменьшение воздушного давления».

Наблюдения наших героев мы не станем подвергать сомнению: они утверждают, что вода кипела при 66 градусах, и мы примем это как факт. Но весьма сомнительно, чтобы они могли чувствовать себя хорошо в той разреженной атмосфере, в которой они находились.

Автор «Сервадака» совершенно правильно замечает, что подобное явление наблюдалось бы на высоте 11 000 м: там вода, как видно из расчета [34] , действительно должна кипеть при 66°. Но давление атмосферы при этом должно быть равно 190 мм ртутного столба, ровно вчетверо меньше нормального. В воздухе, разреженном до такой степени, почти невозможно дышать! Ведь речь идет о высотах, находящихся уже в стратосфере! Мы знаем, что летчики, достигавшие такой высоты без масок, лишались сознания от недостатка воздуха, а между тем Сервадак и его ординарец чувствовали себя сносно. Хорошо, что у Сервадака под рукой не оказалось барометра: иначе романисту пришлось бы заставить этот инструмент показывать не ту цифру, которую он должен был бы показать согласно законам физики.

Если бы наши герои попали не на воображаемую комету, а, например, на Марс, где атмосферное давление не превышает 60–70 мм, им пришлось бы пить еще менее горячий кипяток – всего в 45 градусов!

Наоборот, очень горячий кипяток можно получить на дне глубоких шахт, где давление воздуха значительно больше, чем на поверхности Земли. В шахте глубиною 300 м вода кипит при 101°, на глубине 600 м – при 102°.

При значительно повышенном давлении закипает вода и в котле паровой машины. Например, при 14 атмосферах вода закипает при 200 градусах! Напротив, под колоколом воздушного насоса можно заставить бурно кипеть воду при обыкновенной комнатной температуре, получая «кипяток» всего градусов в 20.

Горячий лед

Сейчас шла речь о прохладном кипятке. Есть и еще более удивительная вещь: *горячий лед.* Мы привыкли думать, что вода в твердом состоянии не может существовать при температуре выше 0°. Исследования английского физика Бриджмена показали, что это не так: под весьма значительным давлением вода переходит в твердое состояние и остается такой при температуре значительно выше 0°. Вообще Бриджмен показал, что может существовать не один сорт льда, а несколько. Тот лед, который он называет «льдом № 5», получается под чудовищным давлением в 20 600 атмосфер и остается твердым при температуре 76 °С. Он обжег бы нам пальцы, если бы мы могли до него дотронуться. Но прикосновение к нему невозможно: лед № 5 образуется под давлением мощного пресса в толстостенном сосуде из лучшей стали. Увидеть его или взять в руки нельзя, и о свойствах «горячего льда» узнают лишь косвенным образом.

Любопытно, что «горячий лед» плотнее обыкновенного, плотнее даже воды: его удельный вес 1,05. Он должен был бы тонуть в воде, между тем как обыкновенный лед в ней плавает.

Холод из угля

Получение из угля не жара, а, напротив, холода не является чем-то несбыточным: оно каждодневно осуществляется на заводах так называемого «сухого льда».

Уголь сжигается здесь в котлах, а образующийся дым очищается, причем содержащийся в нем углекислый газ улавливается щелочным раствором. Выделяемый затем в чистом виде путем нагревания углекислый газ при последующем охлаждении и сжатии переводится в жидкое состояние под давлением 70 атмосфер. Это – та жидкая углекислота, которая в толстостенных баллонах доставляется на заводы шипучих напитков и употребляется для промышленных надобностей. Она достаточно холодна, чтобы заморозить грунт, как делалось при сооружении московского метро; но для многих целей требуется располагать углекислотой в твердом виде, тем, что называется *сухим льдом.*

Сухой лед, т. е. твердая углекислота, получается из жидкой при быстром ее испарении под уменьшенным давлением. Куски сухого льда по внешности напоминают скорее прессованный снег, нежели лед, и вообще во многом отличаются от твердой воды. Углекислый лед тяжелее обыкновенного льда и тонет в воде. Несмотря на чрезвычайно низкую температуру (минус 78°), холод его не ощущается пальцами, если бережно взять кусок в руки: образующийся при соприкосновении с нашим телом углекислый газ защищает кожу от действия холода. Лишь сжав брусок сухого льда, мы рискуем отморозить пальцы.

Название «сухой лед» чрезвычайно удачно подчеркивает главную физическую особенность этого льда. Он действительно никогда мокрым не бывает и ничего не увлажняет кругом себя. Под влиянием теплоты он переходит сразу в газ, минуя жидкое состояние: существовать в жидком виде углекислота под давлением в одну атмосферу не может.

Эта особенность сухого льда вместе с его низкой температурой делает его незаменимым охладительным веществом для практических надобностей. Продукты, сохраняемые при помощи углекислого льда, не только не увлажняются, но защищаются от порчи еще и тем, что образующийся углекислый газ является средой, препятствующей развитию микроорганизмов; поэтому на продуктах не появляется плесени и бактерий. Насекомые и грызуны также не могут жить в такой атмосфере. Наконец, углекислота является надежным противопожарным средством: несколько кусков сухого льда,

брошенные в горящий бензин, гасят огонь. Все это обеспечило сухому льду самое широкое применение в промышленности и в домашнем обиходе.

Магнитные фокусы

Силой электромагнитов пользуются иногда и фокусники; легко представить, какие эффектные трюки проделывают они с помощью этой невидимой силы. Дари, автор известной книги «Электричество в его применениях», приводит следующий рассказ одного французского фокусника о представлении, данном им в Алжире. На невежественных зрителей фокус произвел впечатление настоящего чародейства.

«На сцене, – рассказывает фокусник, – находится небольшой окованный ящик с ручкой на крышке. Я вызываю из зрителей человека посильнее. В ответ на мой вызов выступил араб среднего роста, но крепкого сложения, представляющий собой аравийского геркулеса. Выходит он с бодрым и самонадеянным видом и, немного насмешливо улыбаясь, останавливается около меня.

– Очень вы сильны? – спросил я его, оглядев с ног до головы.

– Да, – отвечал он небрежно.

– Уверены ли вы, что всегда останетесь сильным?

– Совершенно уверен.

– Вы ошибаетесь: в одно мгновение ока я могу отнять у вас силу, и вы сделаетесь слабым, подобно малому ребенку

Араб презрительно улыбнулся в знак недоверия к моим словам.

– Подойдите сюда, – сказал я, – и поднимите ящик.

Араб нагнулся, поднял ящик и высокомерно спросил:

– Больше ничего?

– Подождите немножко, – отвечал я. Затем, приняв серьезный вид, я сделал повелительный жест и произнес торжественным тоном:

– Вы теперь слабее женщины. Попробуйте снова поднять ящик.

Силач, нисколько не устрашась моих чар, опять взялся за ящик, но на этот раз ящик оказывает сопротивление и, несмотря на отчаянные усилия араба, остается неподвижным, словно прикованный к месту. Араб силится поднять ящик с такой силой, которой хватило бы для поднятия огромной тяжести, но все напрасно. Утомленный, запыхавшись и сгорая от стыда, он, наконец, останавливается. Теперь он начинает верить в силу чародейства».

Секрет чародейства представителя «цивилизаторов» был прост. Железное дно ящика помещено на подставке, представляющей полюс сильного электромагнита. Пока тока нет, ящик поднять нетрудно; но стоит пустить ток в обмотку

электромагнита, чтобы ящик нельзя было оторвать усилиями 2–3 человек.

Магнит в земледелии

Еще любопытнее та полезная служба, которую несет магнит в сельском хозяйстве, помогая земледельцу очищать семена культурных растений от семян сорняков. Сорняки обладают ворсистыми семенами, цепляющимися за шерсть проходящих мимо животных и благодаря этому распространяющимися далеко от материнского растения. Этой особенностью сорняков, выработавшейся у них в течение миллионов лет борьбы за существование, воспользовалась сельскохозяйственная техника для того, чтобы отделить с помощью магнита шероховатые семена сорняков от гладких семян таких полезных растений, как лен, клевер, люцерна. Если засоренные семена культурных растений обсыпать железным порошком, то крупинки железа плотно облепят семена сорняков, но не пристанут к гладким семенам полезных растений. Попадая затем в поле действия достаточно сильного электромагнита, смесь семян автоматически разделяется на чистые семена и на сорную примесь: магнит вылавливает из смеси все те семена, которые облеплены железными опилками.

Магнитная летательная машина

В начале этой книги я ссылался на занимательное сочинение французского писателя Сирано де Бержерака «История государств на Луне и Солнце». В ней, между прочим, описана любопытная летательная машина, действие которой основано на магнитном притяжении и с помощью которой один из героев повести прилетел на Луну. Привожу это место сочинения дословно:

«Я приказал изготовить легкую железную повозку; войдя в нее и устроившись удобно на сиденье, я стал подбрасывать высоко над собой магнитный шар. Железная повозка тотчас же поднималась вверх. Каждый раз, как я приближался к тому месту, куда меня притягивал шар, я снова подбрасывал его вверх. Даже когда я просто приподнимал шар в руках, повозка поднималась, стремясь приблизиться к шару После многократного бросания шара вверх и поднятия повозки я приблизился к месту, откуда началось мое падение на Луну И так как в этот момент я крепко держал в руках магнитный шар, повозка прижималась ко мне и не покидала меня. Чтобы не разбиться при падении, я подбрасывал свой шар таким образом, чтобы падение повозки замедлялось его притяжением. Когда я был уже всего в двух-трех сотнях саженей от лунной почвы, я стал бросать шар, под прямым углом к направлению падения, пока повозка не оказалась совсем близко к почве. Тогда я выпрыгнул из повозки и мягко опустился на песок».

Никто, конечно, – ни автор романа, ни читатели его книги – не сомневается в полной непригодности описанной летательной машины. Но не думаю, чтобы многие умели правильно сказать, в чем собственно кроется причина неосуществимости этого проекта: в том ли, что нельзя подкинуть магнит, находясь в железной повозке, в том ли, что повозка не притянется к магниту, или в чем-либо ином?

Нет, подбросить магнит можно, и он подтянул бы повозку, если достаточно силен, – а все-таки летательная машина нисколько не подвигалась бы вверх.

Случалось ли вам бросать тяжелую вещь с лодки на берег? Вы, без сомнения, замечали при этом, что сама лодка отодвигается от берега. Ваши мускулы, сообщая бросаемой вещи толчок в одном направлении, отталкивают одновременно ваше тело (а с ним и лодку) в обратном направлении. Здесь проявляется тот закон равенства действующей и противодействующей сил,

о котором нам не раз уже приходилось говорить. При

бросании магнита происходит то же самое: седок, подкидывая магнитный шар вверх (с большим усилием, потому что шар притягивается к железной повозке), неизбежно отталкивает всю повозку вниз. Когда же затем шар и повозка снова сближаются взаимным притяжением, они только возвращаются на первоначальное место. Ясно, следовательно, что если бы даже повозка ничего не весила, то бросанием магнитного шара можно было бы сообщить ей только колебания вокруг некоторого среднего положения; заставить ее таким способом двигаться поступательно невозможно.

Во времена Сирано (в середине XVII века) закон действия и противодействия еще не был провозглашен; сомнительно поэтому, чтобы французский сатирик мог отчетливо объяснить несостоятельность своего шутливого проекта.

Наподобие «магометова гроба»

Любопытный случай наблюдался однажды при работе с электромагнитным подъемным краном. Один из рабочих заметил, что электромагнитом был притянут тяжелый железный шар с короткой цепью, приделанной к полу, которая не дала шару вплотную приблизиться к магниту: между шаром и магнитом оставался промежуток в ладонь шириною. Получилась необычайная картина: цепь, торчащая отвесно вверх! Сила магнита оказалась так велика, что цепь сохранила свое вертикальное положение, даже когда на ней повис рабочий [35] .

Оказавшийся поблизости фотограф поспешил запечатлеть на пластинке столь интересный момент, и мы приводим здесь этот рисунок человека, висящего в воздухе наподобие легендарного магометова гроба (рис. 44).

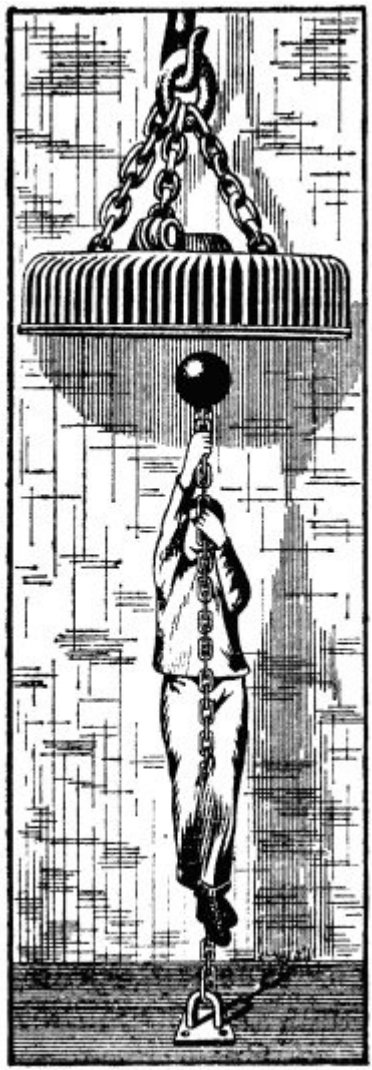


Рис. 44. Железная цепь с грузом торчащая вверх

Кстати, о магометовом гробе. Правоверные мусульмане убеждены, что гроб с останками «пророка» покоится в воздухе, вися в усыпальнице без всякой опоры между полом и потолком. Возможно ли это? «Повествуют, – писал Эйлер в своих «Письмах о разных физических материях», – будто гробницу Магомета держит сила некоторого магнита; это кажется не невозможным, потому что есть магниты, искусством сделанные, которые поднимают до 100 фунтов» [36] .

Такое объяснение несостоятельно; если бы указанным способом (т. е. пользуясь *притяжением* магнита) подобное равновесие было достигнуто на один момент, то малейшего толчка, малейшего дуновения воздуха было бы достаточно, чтобы его нарушить, – и тогда гроб либо упал бы на пол, либо

подтянулся бы к потолку. Удержать его неподвижно практически так же невозможно, как поставить конус на его вершине, хотя теоретически последнее и допустимо.

Впрочем, явление «магометова гроба» вполне можно воспроизвести и с помощью магнитов, – но только пользуясь не взаимным их *притяжением,* а, напротив, взаимным *отталкиванием.* (О том, что магниты могут не только притягиваться, но и отталкиваться, часто забывают даже люди, еще недавно изучавшие физику.) Как известно, одноименные полюсы магнитов взаимно отталкиваются. Два намагниченных бруска, расположенных так, что их одноименные полюсы приходятся один над другим, отталкиваются; подобрав вес верхнего бруска надлежащим образом, нетрудно добиться того, чтобы он витал над нижним, держась без прикосновения к нему, в устойчивом равновесии. Надо лишь стойками из немагнитного материала, – например, стеклянными – предупредить возможность поворота верхнего магнита в горизонтальной плоскости. В подобной обстановке мог бы витать в воздухе и легендарный гроб Магомета.

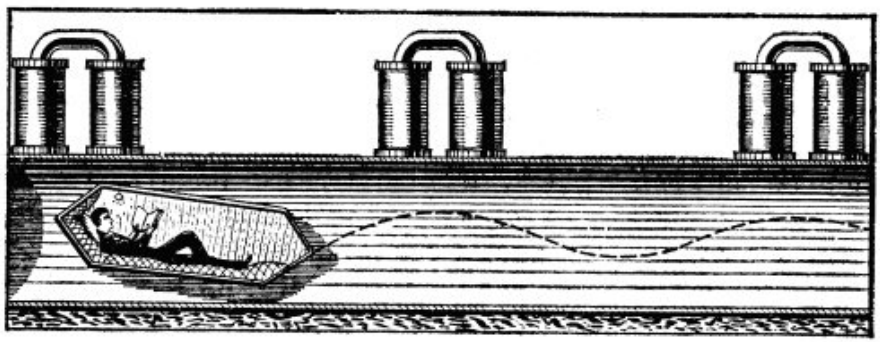


Рис. 45. Вагон, мчащийся без трения. Дорога, спроектированная проф. Б.П. Вейнбергом

Наконец, явление этого рода осуществимо и силой магнитного *притяжения,* если добиваться его для тела движущегося. На этой мысли основан замечательный проект электромагнитной железной дороги *без трения* (рис. 45), предложенный советским физиком проф. Б.П. Вейнбергом. Проект настолько поучителен, что каждому интересующемуся физикой полезно с ним познакомиться.

Электромагнитный транспорт

В железной дороге, которую предлагал устроить проф. Б. П. Вейнберг, вагоны будут *совершенно невесомы,* их вес уничтожается электромагнитным притяжением. Вы не удивитесь поэтому, если узнаете, что согласно проекту вагоны не катятся по рельсам, не плавают на воде, даже не скользят в воздухе, – они летят без всякой опоры, не прикасаясь ни к чему, вися на невидимых нитях могучих магнитных сил. Они не испытывают ни малейшего трения и, следовательно, будучи раз приведены в движение, сохраняют по инерции свою скорость, не нуждаясь в работе локомотива.

Осуществляется это следующим образом. Вагоны движутся внутри медной трубы, из которой выкачан воздух, чтобы его сопротивление не мешало движению вагонов. Трение о дно уничтожается тем, что вагоны движутся, *не касаясь стенок трубы,* поддерживаемые в пустоте силою электромагнитов. С этой целью вдоль всего пути над трубой расставлены, на определенных расстояниях друг от друга, очень сильные электромагниты. Они притягивают к себе *железные* вагоны, движущиеся внутри трубы, и мешают им падать. Сила магнитов рассчитана так, что железный вагон, проносящийся в трубе, все время остается между ее «потолком» и «полом», не прикасаясь ни к тому, ни к другому. Электромагнит подтягивает проносящийся под ним вагон вверх, – но вагон не успевает удариться о потолок, так как его влечет сила тяжести; едва он готов коснуться пола, его поднимает притяжение следующего электромагнита… Так, подхватываемый все время электромагнитами, вагон мчится по волнистой линии без трения, без толчков, в пустоте, как планета в мировом пространстве.

Что же представляют собой вагоны? Это – сигарообразные цилиндры высотой 90 см, длиной около 21/2 м. Конечно, вагон герметически закрыт, – ведь он движется в безвоздушном пространстве, – и подобно подводным лодкам снабжен аппаратами для автоматической очистки воздуха.

Способ отправления вагонов в путь также совершенно отличен от всего, что применялось до сих пор: его можно сравнить разве только с пушечным выстрелом. И действительно, вагоны эти буквально «выстреливаются», как ядра, только «пушка» здесь электромагнитная. Устройство станции отправления основано на свойстве спирально закрученной, в форме катушки, проволоки («соленоида») при прохождении тока втягивать в себя железный стержень; втягивание происходит с такой стремительностью, что стержень при достаточной длине

обмотки и силе тока может приобрести огромную скорость. В новой магнитной дороге эта-та сила и будет выбрасывать вагоны. Так как внутри туннеля трения нет, то скорость вагонов не уменьшается, и они мчатся по инерции, пока их не задержит соленоид станции назначения.

Вот несколько подробностей, приводимых автором проекта:

«Опыты, которые я ставил в 1911–1913 гг. в физической лаборатории Томского технологического института, производились с медной трубкой (32 см диаметром), над которой находились электромагниты, а под ними на подставке вагончик – кусок железной трубы с колесами спереди и сзади и с «носом», которым он для остановки ударялся в кусок доски, опиравшейся о мешок с песком. Вагончик этот весил 10 кг. Можно было придать вагончику скорость около 6 км в час, выше которой при ограниченности размеров комнаты и кольцевой трубы (диаметр кольца был 61/2 м) нельзя было идти. Но в разработанном мною проекте при трехверстной длине соленоидов на станции отправления скорость легко довести до 800—1000 км в час, а благодаря отсутствию воздуха в трубе и отсутствию трения о пол или потолок не надо тратить никакой энергии для ее поддержания.

Несмотря на большую стоимость сооружений и, в особенности, самой медной трубы, все же благодаря отсутствию трат на мощность для *поддержания* скорости, на каких-либо машинистов, кондукторов и т. п., стоимость километра – от нескольких тысячных до 1–2 сотых копейки; а пропускная способность двутрубного пути – 15 000 пассажиров или 10 000 тонн в сутки в одном направлении».

Невидимый человек

В романе «Человек-невидимка» английский писатель Уэллс стремится убедить своих читателей, что возможность стать невидимым вполне осуществима. Его герой (автор романа представляет его нам как «гениальнейшего физика, какого когда-либо видел мир») открыл способ делать человеческое тело невидимым. Вот как излагает он знакомому врачу основания своего открытия:

«Видимость зависит от действия видимых тел на свет. Вы знаете, что тела или поглощают свет, или отражают его, или преломляют. Если тело не поглощает, не отражает и не преломляет света, оно не может быть видимо само по себе. Видишь, например, непрозрачный красный ящик потому, что краска поглощает некоторую долю света и отражает (рассеивает) остальные лучи. Если бы ящик не поглощал никакой доли света, а отражал его весь, он казался бы блестящим белым ящиком, серебряным. Бриллиантовый ящик поглощал бы мало света, общая его поверхность отражала бы его также немного; только местами, на ребрах, свет отражался бы и преломлялся, давая нам блестящую видимость сверкающих отражений – нечто вроде светового скелета. Стеклянный ящик блестел бы меньше, был бы не так отчетливо виден, как бриллиантовый, потому что в нем было бы меньше отражений и меньше преломлений. Если же положить кусок обыкновенного белого стекла в воду и, тем более, если положить его в какую-нибудь жидкость плотнее воды, он исчезнет почти совершенно, потому что свет, попадающий сквозь воду на стекло, преломляется и отражается очень слабо. Стекло становится столь же невидимым, как струя углекислоты или водорода в воздухе, по той же самой причине.

– Да, – сказал Кемп (врач), – все это очень просто и в наше время известно каждому школьнику.

– А вот и еще факт, также известный каждому школьнику. Если кусок стекла растолочь и превратить в порошок, он становится гораздо более заметным в воздухе, – он становится непрозрачным белым порошком. Происходит это потому, что толчение умножает грани стекла, производящие отражение и преломление. У пластинки только две грани, а в порошке свет отражается и преломляется каждой крупинкою, через которую проходит, и *сквозь* порошок его проникает очень мало. Но если белое толченое стекло положить в воду, – оно сразу исчезает. Толченое стекло и вода имеют приблизительно одинаковый показатель преломления, так что, переходя от одного к другому,

свет преломляется и отражается очень мало.

Положив стекло в какую-нибудь жидкость с почти одинаковым показателем преломления, вы делаете его невидимым: *всякая прозрачная вещь становится невидимой, если ее поместить в среду с одинаковым с нею показателем преломления.* Достаточно подумать самую малость, чтобы убедиться, что стекло можно сделать невидимым и в воздухе: надо устроить так, чтобы его показатель преломления равнялся показателю преломления воздуха, потому что тогда, переходя от стекла к воздуху, свет не будет ни отражаться, ни преломляться вовсе [37] .

– Да, да, – сказал Кемп. – Но ведь человек – не то, что стекло.

– Нет, он прозрачнее.

– Вздор!

– И это говорит естественник! Неужели за десять лет вы успели совсем забыть физику? Бумага, например, состоит из прозрачных волоконец, она бела и непроницаема потому же, почему бел и непроницаем стеклянный порошок. Намаслите белую бумагу, наполните маслом промежутки между волоконцами так, чтобы преломление и отражение происходили только на поверхностях, – и бумага станет прозрачной, как стекло. И не только бумага, но и волокна полотна, волокна шерсти, волокна дерева, наши кости, мускулы, волосы, ногти и нервы! Словом, весь состав человека, кроме красного вещества в его крови и темного пигмента волос, – все состоит из прозрачной, бесцветной ткани; вот как немногое делает нас видимыми друг другу!»

Подтверждением этих соображений может служить тот факт, что не покрытые шерстью животные-альбиносы (ткани которых не содержат красящих веществ) отличаются в значительной мере прозрачностью. Зоолог, нашедший летом 1934 г. в Детском Селе экземпляр белой лягушки-альбиноса, описывает ее так: «Тонкие кожные и мышечные ткани просвечивают; видны внутренности, скелет… Очень хорошо у лягушки-альбиноса видно через брюшную стенку сокращение сердца и кишок». Герой романа Уэллса изобрел способ делать прозрачными ткани человеческого организма и даже его красящие вещества (пигменты). Он с успехом применил свое открытие к собственному телу. Опыт удался блестяще, – изобретатель стал совершенно невидимым. О дальнейшей судьбе этого невидимого человека мы сейчас узнаем.

Могущество невидимого

Автор романа «Человек-невидимка» с необыкновенным остроумием и последовательностью доказывает, что человек, сделавшись прозрачным и невидимым, приобретает благодаря этому почти безграничное могущество. Он может незаметно проникать в любое помещение и безнаказанно похищать любые вещи; неуловимый, благодаря своей невидимости, он успешно борется с целой толпой вооруженных людей. Угрожая всем видимым людям неизбежной тяжкой карой, невидимый человек держит в полном подчинении население целого города. Неуловимый и неуязвимый, он в то же время имеет полную возможность вредить всем остальным людям; как бы ни ухитрялись они защищаться, невидимый враг рано или поздно настигает их и поражает. Столь исключительное положение среди прочих людей дает герою английского романа возможность обращаться к устрашенному населению своего города с приказами, например, такого содержания:

...

«Город отныне уже не под властью королевы! Скажите это вашему полковнику, полиции и всем; он под моей властью! Нынешний день – первое число первого года новой эры, эры Невидимого! Я – Невидимый Первый. Сначала правление мое будет милостиво. В первый день будет всего одна казнь, ради примера, казнь человека, имя которого Кемп. Сегодня же его постигнет смерть. Пусть запирается, пусть прячется, пусть окружит себя стражей, пусть закует себя в броню, – смерть, невидимая смерть идет к нему! Пусть принимает меры предосторожности, – это произведет впечатление на мой народ. Смерть идет к нему! Не помогай ему, народ мой, чтобы и тебя не постигла смерть».

И на первых порах невидимый человек торжествует. Лишь с величайшим трудом удается запуганному населению справиться с невидимым врагом, мечтавшим сделаться его властелином.

Прозрачные препараты

Верны ли физические рассуждения, которые положены в основу этого фантастического романа? Безусловно. Всякий прозрачный предмет в прозрачной среде становится невидимым уже тогда, когда разница в показателях преломления меньше 0,05. Спустя десять лет после того, как английский романист написал своего «Невидимку», немецкий анатомпроф. В. Шпальтегольц осуществил его идею на практике, – правда, не для живых организмов, а для мертвых препаратов. Можно видеть теперь эти прозрачные препараты частей тела, даже целых животных, во многих музеях.

Способ приготовления прозрачных препаратов, разработанный (в 1911 г.) проф. Шпальтегольцем, состоит в том, что после известной обработки – беления и промывания – препарат пропитывается метиловым эфиром салициловой кислоты (это бесцветная жидкость, обладающая сильным лучепреломлением). Приготовленный таким образом препарат крысы, рыбы, разных частей человеческого тела и т. п. погружают в сосуд, наполненный той же жидкостью.

При этом, разумеется, не стремятся достичь *полной* прозрачности препаратов, так как в таком случае они стали бы совершенно невидимыми, а потому и бесполезными для анатома. Но при желании возможно было бы достичь и этого.

Конечно, отсюда еще далеко до осуществления уэллсовой утопии о *живом* человеке, прозрачном настолько, что он совершенно невидим. Далеко потому, что надо еще, во-первых, найти способ пропитать просветляющей жидкостью ткани *живого* организма, не нарушая его отправлений. Во-вторых, препараты проф. Шпальтегольца только прозрачны, но не невидимы; ткани этих препаратов могут быть невидимы лишь до тех пор, пока они погружены в сосуд с жидкостью соответствующей преломляемости. Они будут невидимы в воздухе только тогда, когда показатель их преломления будет равняться показателю преломления *воздуха,* а как этого достигнуть, мы еще не знаем.

Но допустим, что удастся со временем добиться того и другого, а следовательно, осуществить на деле мечту английского романиста.

В романе все предусмотрено и обдумано автором с такой тщательностью, что невольно поддаешься убедительности описываемых событий. Кажется, что невидимый человек в самом деле должен быть могущественнейшим из смертных… Но это не так.

Есть одно маленькое обстоятельство, которое упустил остроумный автор «Невидимки». Это вопрос о том, —

Может ли невидимый видеть?

Если бы Уэллс задал себе этот вопрос прежде, чем написать роман, изумительная история «Невидимки» никогда не была бы написана…

В самом деле, в этом пункте разрушается вся иллюзия могущества невидимого человека. *Невидимый должен быть слеп!*

Отчего герой романа невидим? Оттого, что все части его тела – в том числе и глаза – сделались прозрачными, и притом показатель их преломления равен показателю преломления воздуха.

Вспомним, в чем состоит роль глаза: его хрусталик, стекловидная влага и другие части преломляют лучи света так, что на сетчатой оболочке получается изображение внешних предметов. Но если преломляемость глаза и воздуха одинакова, то тем самым устраняется единственная причина, вызывающая преломление: переходя из одной среды в другую *равной преломляемости,* лучи не меняют своего направления, а потому и не могут собираться в одну точку. Лучи будут проходить через глаза невидимого человека совершенно беспрепятственно, не преломляясь и не задерживаясь в них, ввиду отсутствия пигмента [38] , следовательно, они не могут вызвать в его сознании никакого образа.

Итак, *невидимый человек не может ничего видеть.* Все его преимущества оказываются для него бесполезными. Грозный претендент на власть бродил бы ощупью, прося милостыню, которой никто не мог бы ему подать, так как проситель невидим. Вместо могущественнейшего из смертных перед нами был бы беспомощный калека, обреченный на жалкое существование… [39]

Итак, в поисках «шапки-невидимки» бесполезно идти по пути, указываемому Уэллсом, – этот путь, даже при полном успехе поисков, не может привести к цели.

Неопытные купальщики

Неопытные купальщики нередко подвергаются большой опасности только потому, что забывают об одном любопытном следствии закона преломления света: они не знают, что преломление словно поднимает все погруженные в воду предметы выше истинного их положения. Дно пруда, речки, каждого водоема представляется глазу *приподнятым* почти на третью часть глубины; полагаясь на эту обманчивую мелкость, люди нередко попадают в опасное положение. Особенно важно знать это детям и вообще людям невысокого роста, для которых ошибка в определении глубины может оказаться роковой.

Причина – преломление световых лучей. Тот же оптический закон, который придает полупогруженной в воду ложке изломанный вид (рис. 46), обусловливает и кажущееся поднятие дна. Вы можете проверить это.

Рис. 46. Искаженное изображение ложки, опущенной в стакан с водой

Посадите товарища за стол так, чтобы он не мог видеть дна стоящей перед ним чашки. На дно ее положите монету, которая, разумеется, будет заслонена стенкой чашки от глаз вашего

товарища. Теперь попросите товарища не поворачивать головы и налейте в чашку воды. Произойдет нечто неожиданное: монета сделается для вашего гостя видимой! Удалите воду из чашки спринцовкой, – и дно с монетой опять опустится (рис. 47).

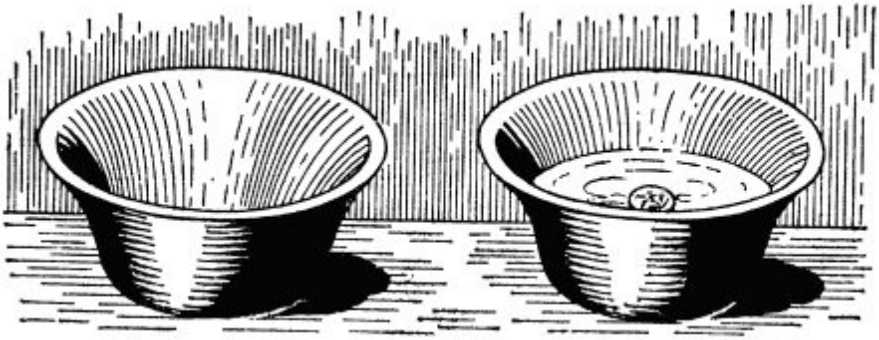


Рис. 47 Опыт с монетой в чашке

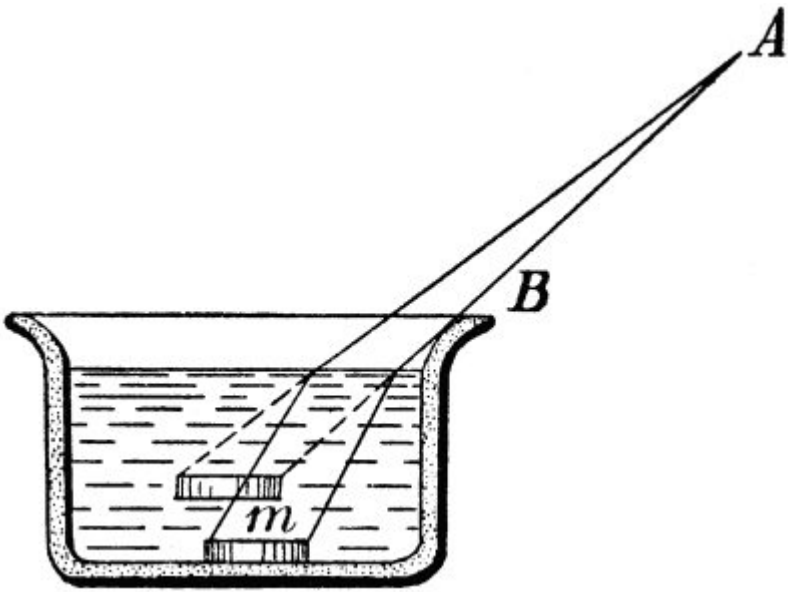


Рис. 48. Почему монета в опыте рис. 47 кажется приподнявшейся

Рисунок 48 объясняет, как это происходит. Участок дна *m* кажется наблюдателю (глаз которого – над водой, в точке *A)* в приподнятом положении: лучи преломляются и, переходя из воды в воздух, вступают в глаз, как показано на рисунке, а глаз видит участок на продолжении этих линий, т. е. над *m.* Чем наклоннее идут лучи, тем выше поднимается *m.* Вот почему при рассматривании, например, с лодки ровного дна пруда нам всегда кажется, что оно наиболее глубоко прямо под нами, а кругом – всё мельче и мельче.

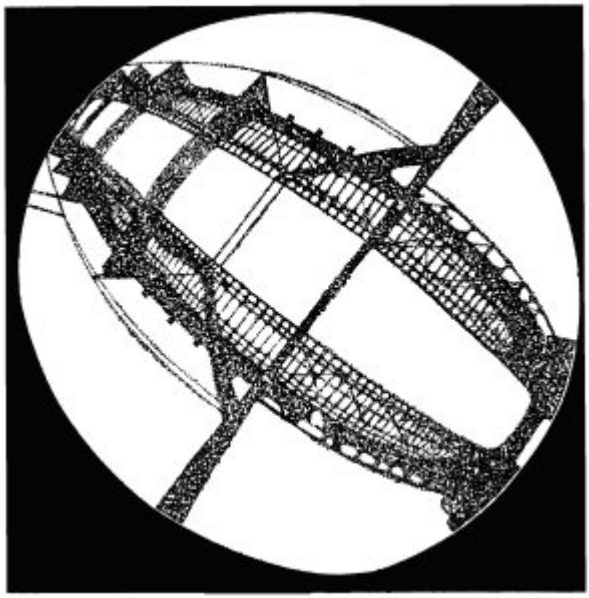


Рис. 49. В таком виде представляется подводному наблюдателю железнодорожный мост, перекинутый через реку (с фотографии проф. Вуда)

Итак, дно пруда кажется нам вогнутым. Наоборот, если бы мы могли со дна пруда смотреть на перекинутый через него мост, он казался бы нам *выпуклым* (как изображено на рис. 49). В данном случае лучи переходят из слабо преломляющей среды (воздуха) в сильно преломляющую (воду), поэтому и эффект получается обратный, чем при переходе лучей из воды в воздух. По сходной причине и ряд людей, стоящих, например, возле аквариума, должен казаться рыбам не прямой шеренгой, а дугой, обращенной своей выпуклостью к рыбе…

Какой величины нам кажется Луна?

Если вы станете расспрашивать знакомых, какой величины *представляется* им Луна, то получите самые разнообразные ответы. Большинство скажет, что Луна величиной с тарелку, но будут и такие, которым она кажется величиной с блюдце для варенья, с вишню, с яблоко. Одному школьнику Луна всегда казалась «величиной с круглый стол на двенадцать персон». А один беллетрист утверждает, что на небе была «Луна диаметром в аршин».

Откуда такая разница в представлениях о величине одного и того же предмета?

Она зависит от различия в оценке *расстояния,* – оценке всегда бессознательной. Человек, видящий Луну величиной с яблоко, представляет ее себе находящейся на расстоянии гораздо меньшем, нежели те люди, которым она кажется с тарелку или круглый стол.

Большинство людей, впрочем, представляет себе Луну величиной с тарелку. Отсюда можно сделать любопытный вывод. Если вычислить (способ расчета станет ясен из дальнейшего), на какое расстояние помещает каждый из нас Луну, имеющую такие *видимые* размеры, то окажется, что удаление не превышает 30 м [40] . Вот на какое скромное расстояние отодвигаем мы бессознательно наше ночное светило!

На ошибочной оценке расстояний основано немало иллюзий зрения. Я хорошо помню оптический обман, который испытал я в раннем детстве, «когда мне были новы все впечатленья бытия». Уроженец города, я однажды весной, во время загородной прогулки, в первый раз в жизни увидел пасущееся на лугу стадо коров; так как я неправильно оценил расстояние, коровы эти показались мне карликовыми! Таких крошечных коров я с тех пор ни разу не видел и, конечно, никогда не увижу [41] .

Видимый размер светил астрономы определяют величиной того угла, под которым мы их видим. «Угловой величиной», «углом зрения» называют угол, который составляют две прямые, проведенные к глазу от крайних точек рассматриваемого тела (рис. 50). Углы же, как известно, измеряются градусами, минутами и секундами. На вопрос о видимой величине лунного диска астроном не скажет, что диск равен яблоку или тарелке, а ответит, что он равен половине градуса; это значит, что прямые линии, проведенные от краев лунного диска к нашему глазу, составляют угол в полградуса. Такое определение видимых размеров есть единственно правильное, не порождающее

недоразумений.

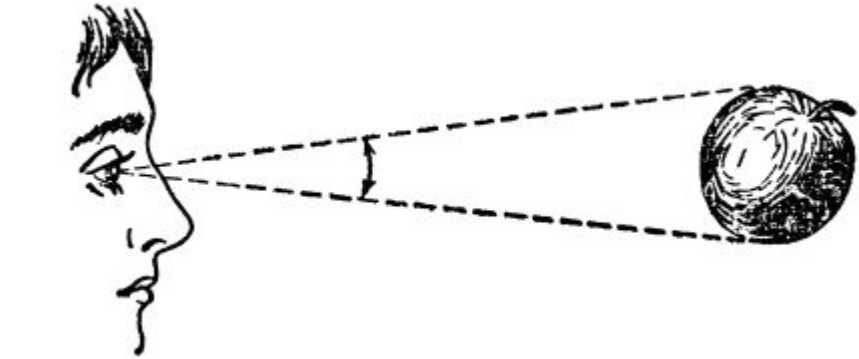


Рис. 50. Что такое угол зрения

Геометрия учит [42] , что предмет, удаленный от глаза на расстояние, в 57 раз большее его поперечника, должен представляться наблюдателю под углом в 1 градус. Например, яблоко в 5 см диаметром будет иметь угловую величину в 1 градус, если его держать от глаза на расстоянии 5 х 57 см. На расстоянии вдвое большем оно представится под углом 1/2 градуса, т. е. такой же величины, какой мы видим Луну. Если угодно, вы можете сказать, что Луна кажется вам величиной с яблоко, – но при условии, что яблоко это удалено от глаза на 570 см (около 6 м). При желании сравнить видимую величину Луны с тарелкой вам придется отодвинуть тарелку метров на 30. Большинство людей не хочет верить, что Луна представляется такой маленькой; но попробуйте поместить гривенник на таком расстоянии от глаза, которое в 114 раз больше его диаметра: он как раз покроет Луну, хотя удален от глаза на два метра.

Если бы вам предложили нарисовать на бумаге кружок, изображающий диск Луны, видимый простым глазом, задача показалась бы вам недостаточно определенной: кружок может быть и большим и маленьким, смотря по тому, как далеко он отодвинут от глаза. Но условия определятся, если остановимся на том расстоянии, на каком мы обыкновенно держим книги, чертежи и т. п., т. е. на расстоянии лучшего зрения. Оно равно для нормального глаза 25 см.

Итак, вычислим, какой величины должен быть кружок хотя бы на странице этой книги, чтобы видимый размер его равнялся лунному диску. Расчет прост: надо разделить расстояние 25 см на 114. Получим довольно незначительную величину – чуть больше 2 мм! Примерно такой ширины буква «о» типографского шрифта этой книги. Прямо не верится, что Луна, а также равное ей по *видимым* размерам Солнце кажутся нам под таким небольшим углом!

Вы замечали, вероятно, что после того, как глаз ваш был

направлен на Солнце, в поле зрения долго мелькают цветные кружки. Эти так называемые «оптические следы» имеют ту же угловую величину, что и Солнце. Но кажущиеся размеры их меняются: когда вы смотрите на небо, они имеют величину солнечного диска; когда же бросаете взгляд на лежащую перед вами книгу, «след» Солнца занимает на странице место кружка с поперечником около 2 мм, наглядно подтверждая правильность нашего расчета.

«Сфинкс»

Рассказ Эдгара По [43]

«В эпоху ужасного владычества холеры в Нью-Йорке я получил приглашение от одного из моих родственников провести две недели на его уединенной даче. Мы провели бы время очень недурно, если бы не ужасные вести из города, получавшиеся ежедневно. Не было дня, который бы не принес нам известия о смерти кого-либо из знакомых. Под конец мы со страхом ожидали газету. Самый ветер с юга, казалось нам, был насыщен смертью. Эта леденящая мысль всецело овладела моей душой. Мой хозяин был человек более спокойного темперамента и старался ободрить меня.

На закате жаркого дня я сидел с книгой в руках у раскрытого окна, из которого открывался вид на отдаленный холм за рекой. Мысли мои давно уже отвлеклись от книги к унынию и отчаянию, царившим в соседнем городе. Подняв глаза, я случайно взглянул на обнаженный склон холма и увидел нечто странное: отвратительное чудовище быстро спускалось с вершины холма и исчезло в лесу у его подножия. В первую минуту, увидев чудовище, я усомнился в здравом состоянии моего рассудка или, по крайней мере, глаз, и только спустя несколько минут убедился, что я не брежу. Но если я опишу это чудовище (которое я видел совершенно ясно и за которым наблюдал все время, пока оно спускалось с холма), мои читатели, пожалуй, не так легко поверят этому.

Определяя размеры этого существа по сравнению с диаметром огромных деревьев, я убедился, что оно далеко превосходит величиною любой линейный корабль. Я говорю линейный корабль, потому что форма чудовища напоминала корабль: корпус семидесятичетырехпушечного судна может дать довольно ясное представление об его очертаниях. Пасть животного помещалась на конце хобота футов в шестьдесят или семьдесят длиною и приблизительно такой же толщины, как туловище обыкновенного слона. У основания хобота находилась густая масса косматых волос, а из нее выдавались, изгибаясь вниз и вбок, два блестящих клыка, подобные кабаньим, только несравненно больших размеров. По обеим сторонам хобота помещались два гигантских прямых рога, футов в тридцать или сорок длиной, по-видимому, хрустальных; они ослепительно сияли в лучах солнца. Туловище имело форму клина, обращенного вершиной к земле. Оно было снабжено двумя парами крыльев, – каждое имело футов около 300 в длину, –

помещавшимися одна над другой. Крылья были густо усажены металлическими пластинками; каждая имела футов десять-двенадцать в диаметре. Но главную особенность этого страшного существа составляло изображение мертвой головы, занимавшей почти всю поверхность груди; она резко выделялась на темной поверхности своим ярким белым цветом, точно нарисованная.

Пока я с чувством ужаса смотрел на это страшное животное, в особенности на зловещую фигуру на его груди, оно внезапно разинуло пасть и испустило громкий стон… Нервы мои не выдержали, и, когда чудовище исчезло у подошвы холма в лесу, я без чувств повалился на пол…

Когда я очнулся, первым моим побуждением было рассказать моему другу о том, что я видел. Выслушав меня до конца, он сначала расхохотался, а затем принял очень серьезный вид, как будто нисколько не сомневался в моем помешательстве.

В эту минуту я снова увидел чудовище и с криком указал на него моему другу. Он посмотрел, но уверял, что ничего не видит, хотя я подробно описывал ему положение животного, пока оно спускалось с холма.

Я закрыл лицо руками. Когда я отнял их, чудовище уже исчезло.

Мой хозяин принялся расспрашивать меня о внешнем виде чудовища. Когда я рассказал ему все подробно, он перевел дух, точно избавившись от какой-то невыносимой тяжести, подошел к книжному шкафу и достал учебник естественной истории. Затем, предложив мне поменяться местами, так как у окна ему легче было разбирать мелкую печать книги, он уселся на стул и, открыв учебник, продолжал:

– Если бы вы не описали мне так подробно чудовище, я, пожалуй, никогда не мог бы объяснить вам, что это такое было. Прежде всего, позвольте, я вам прочту из этого учебника описание рода Sphinx из семейства Crepuscullariae (сумеречных) порядка Lepidoptera (чешуекрылых, или бабочек) класса Insecta, или насекомых. Вот оно:

«Две пары перепончатых крыльев, покрытых мелкими окрашенными чешуйками металлического блеска; ротовые органы, образовавшиеся из удлиненных нижних челюстей; по бокам их зачатки пушистых щупальцев; нижние крылья соединены с верхними крепкими волосками; усики в виде призматических отростков; брюшко заостренное. Сфинкс Мертвая Голова является иногда предметом суеверного ужаса среди простонародья ввиду издаваемого им печального звука и фигуры черепа на груди» [44] .

Тут он закрыл книгу и наклонился к окну в той же самой

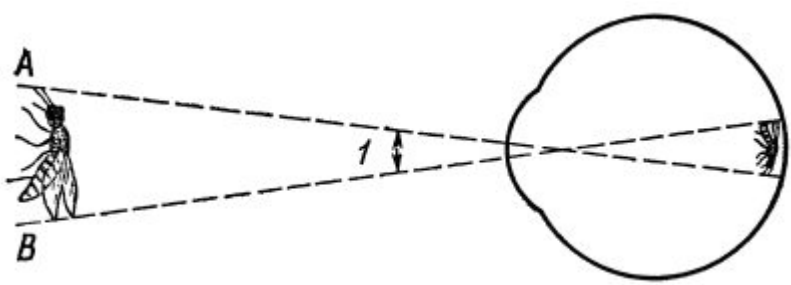
позе, в какой сидел я, когда увидел «чудовище».
– Ага, вот оно! – воскликнул он, – оно поднимается по склону холма и, признаюсь, выглядит очень курьезно. Но оно вовсе не так велико и не так далеко, как вы вообразили, так как взбирается по нити, прикрепленной каким-нибудь пауком к нашему окну!»

Почему микроскоп увеличивает?

«Потому что он изменяет ход лучей определенным образом, описанным в учебниках физики», – вот что чаще всего приходится слышать в ответ на этот вопрос. Но в таком ответе указывается причина; самая же сущность дела не затрагивается. В чем же основная причина увеличительного действия микроскопа и телескопа?

Я узнал ее не из учебника, а постиг случайно, когда школьником заметил однажды чрезвычайно любопытное и сильно озадачившее меня явление. Я сидел у закрытого окна и смотрел на кирпичную стену дома в противоположной стороне узкого переулка. Вдруг я в ужасе отшатнулся: с кирпичной стены – я ясно видел это! – смотрел на меня исполинский человеческий глаз в несколько метров ширины… В то время я еще не читал приведенного сейчас рассказа Эдгара По и потому не сразу сообразил, что исполинский глаз был отражением моего собственного, отражением, которое я проектировал на отдаленную стену и потому представлял себе соответственно увеличенным.

Догадавшись же, в чем дело, я стал размышлять о том, нельзя ли устроить микроскоп, основанный на этом обмане зрения. И вот тогда, когда я потерпел неудачу, мне стало ясно, в чем сущность увеличительного действия микроскопа: вовсе не в том, что рассматриваемый предмет кажется больших размеров, а в том, что он рассматривается нами *под большим узлом зрения, а,* следовательно, – и это самое важное, – его изображение занимает *больше места на сетчатке нашего глаза.*



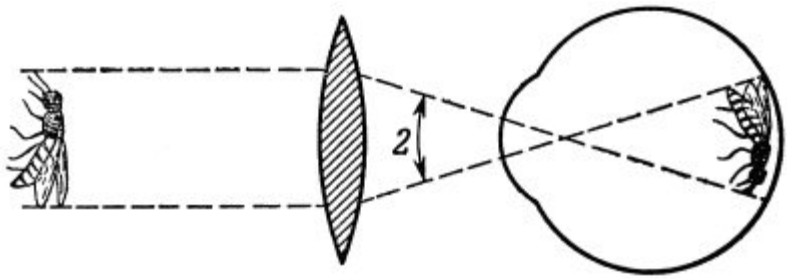


Рис. 51. Линза увеличивает изображение на сетчатке глаза

Чтобы понять, почему столь существенное значение имеет здесь угол зрения, мы должны обратить внимание на важную особенность нашего глаза: каждый предмет или каждая его часть, представляющиеся нам под углом, меньшим одной угловой минуты, сливаются для нормального зрения *в точку,* в которой мы не различаем ни формы, ни частей. Когда предмет так далек от глаза или так мал сам по себе, что весь он или отдельные части его представляются под углом зрения менее Г, мы перестаем различать в нем подробности его строения. Происходит же это потому, что при таком угле зрения изображение предмета на дне глаза (или изображение какой-либо части предмета) захватывает не множество нервных окончаний в сетчатке сразу, а умещается целиком на одном чувствительном элементе: подробности формы и строения тогда исчезают, – мы видим *точку.*

Роль микроскопа и телескопа состоит в том, что, изменяя ход лучей от рассматриваемого предмета, они показывают его нам под большим углом зрения; изображение на сетчатке растягивается, захватывает больше нервных окончаний, и мы различаем уже в предмете такие подробности, которые раньше сливались в точку. «Микроскоп или телескоп увеличивает в 100 раз», – это значит, что он показывает нам предметы под углом зрения в 100 раз большим, чем мы видим их без инструмента. Если же оптический инструмент не увеличивает угла зрения, то он *не дает никакого увеличения, хотя бы нам и казалось, что мы видим предмет увеличенным.* Глаз на кирпичной стене казался мне огромным, – но я не видел в нем *ни одной лишней подробности* по сравнению с тем, что вижу, глядя в зеркало. Луна низко у горизонта кажется нам заметно большей, чем высоко на небе, – но разве на этом увеличенном диске замечаем мы хоть одно лишнее пятнышко, неразличимое при высоком стоянии Луны?

Если обратимся к случаю увеличения, описанному в рассказе Эдгара По «Сфинкс», мы убедимся, что и здесь в увеличенном объекте не было усмотрено никаких новых частностей. Угол

зрения оставался неизменным, бабочка видна под одним и тем же углом, относим ли мы ее далеко в лес или близко к раме окна. А раз не меняется угол зрения, то увеличение предмета, как бы ни поражал он ваше воображение, не открывает наблюдателю ни одной новой подробности. Как истинный художник, Эдгар По верен природе даже и в этом пункте своего рассказа. Заметили ли вы, как описывает он «чудовище» в лесу: перечень отдельных членов насекомого не заключает ни одной новой черты по сравнению с тем, что представляет «мертвая голова» при наблюдении невооруженным глазом. Сравните оба описания, – они не без умысла приведены в рассказе, – и вы убедитесь, что отличаются они только в словесных выражениях (10-футовые пластинки – чешуйки, гигантские рога – усики; кабаньи клыки – щупальца и т. д.), но никаких новых подробностей, неразличимых простым глазом, в первом описании нет.

Если бы действие микроскопа заключалось лишь в *таком* увеличении, он был бы бесполезен для науки, превратившись в любопытную игрушку, не более. Но мы знаем, что это не так, что микроскоп открыл человеку новый мир, далеко раздвинув границы нашего естественного зрения:

Хоть острым взором нас природа одарила
Но близок оного конец имеет сила.
Коль много тварей он еще не досягает,
Которых малый рост пред нами сокрывает!

– писал наш первый натуралист Ломоносов в «Письме о пользе стекла». Но «в нынешних веках» нам микроскоп открыл строение мельчайших, невидимых существ:

Коль тонки члены в них, составы, сердце, жилы
И нервы, что хранят в себе животны силы!
Не меньше, нежели в пучине тяжкий кит
Нас малый червь частей сложением дивит…
Коль много микроскоп нам тайности открыл
Невидимых частиц и тонких в теле жил!

Теперь мы можем уже дать себе ясный отчет в том, почему именно микроскоп открывает нам «тайность», которую не усмотрел на своем чудовище-бабочке наблюдатель в рассказе Эдгара По: потому что – подведем итог сказанному – микроскоп не просто представляет нам предметы в увеличенном виде, а показывает их *под большим углом зрения;* вследствие этого на задней стенке глаза рисуется *увеличенное изображение* предмета, действующее на более многочисленные нервные окончания и тем доставляющее нашему сознанию большее число отдельных зрительных впечатлений. Коротко говоря: микроскоп увеличивает не предметы, а их изображения на дне глаза.

Сила воображения

Большинство обманов зрения, как уже указывалось, зависит от того, что мы не только *смотрим,* но и бессознательно при этом *рассуждаем.* «Мы смотрим не глазами, а мозгом», – говорят физиологи. Вы охотно согласитесь с этим, когда познакомитесь с иллюзиями, где воображение смотрящего *сознательно* участвует в процессе зрения.

Взгляните на рис. 52. Если вы станете показывать этот рисунок другим, то получите троякого рода ответы на вопрос, что он изображает. Одни скажут, что это лестница; другие – что это ниша, углубленная в стене; третьи, наконец, увидят в нем бумажную полоску, согнутую «гармоникой» и протянутую наискось в белом поле квадрата.

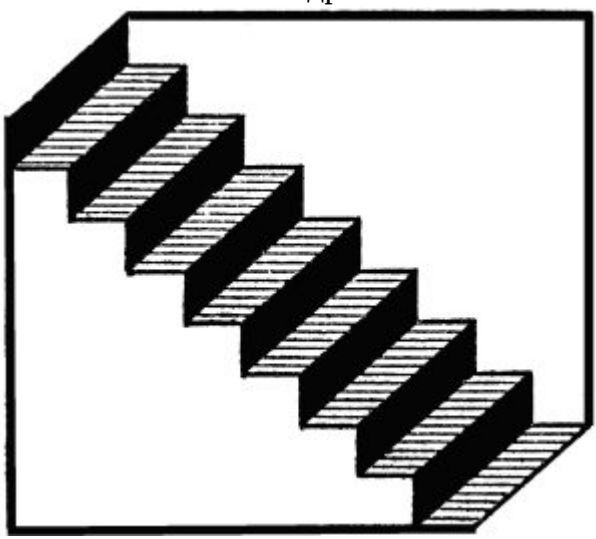


Рис. 52. Что вы видите здесь – лестницу, нишу или полоску, согнутую «гармоникой»?

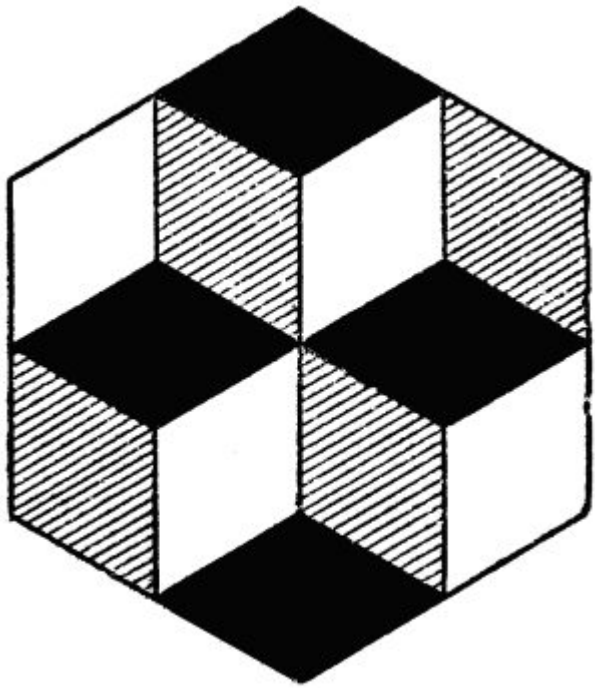


Рис. 53. Как расположены здесь кубы?

Где два куба – вверху или внизу?

Как ни странно, все три ответа верны! Вы можете сами увидеть все названные вещи, если, глядя на рисунок, направите свой взгляд различным образом. А именно: рассматривая чертеж, попробуйте, прежде всего, направить взор на *левую* часть рисунка, – вы увидите лестницу. Если взгляд ваш скользнет по рисунку справа налево, – вы увидите нишу. Если взгляд ваш следует по косому направлению диагонали от нижнего правого края к верхнему левому, – вы увидите сложенную «гармоникой» бумажную полоску.

Впрочем, при продолжительном рассматривании внимание утомится, и вы будете видеть попеременно то одно, то другое, то третье, уже независимо от вашего желания.

Рис. 53 отличается теми же особенностями.

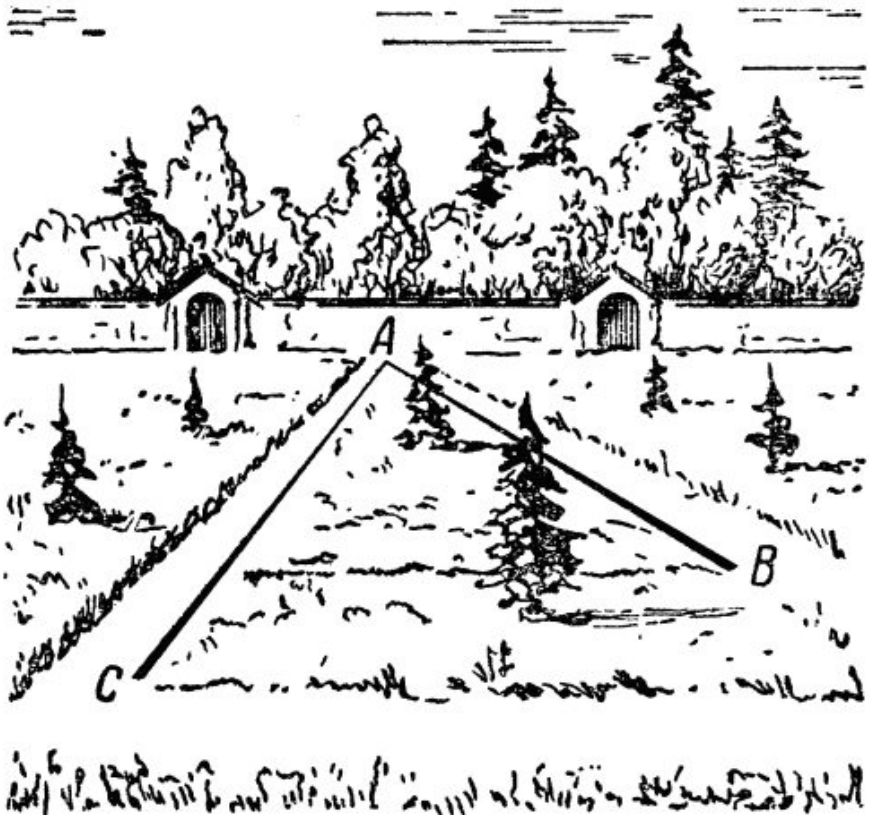


Рис. 54. Что длиннее: *AB* или *AC*?

Любопытна иллюзия рис. 54: мы невольно поддаемся впечатлению, будто расстояние *AB* короче *AC*. Между тем они равны.

Еще иллюзия зрения

Не все иллюзии зрения мы в состоянии объяснить. Часто и догадаться нельзя, какого рода умозаключения совершаются бессознательно в нашем мозгу и обусловливают тот или иной обман зрения. На рис. 55 отчетливо видны две дуги, обращенные выпуклостями друг к другу. Даже не возникает сомнения, что это так. Но стоит лишь приложить линейку к этим мнимым дугам или взглянуть на них вдоль, держа фигуру на уровне глаз, чтобы убедиться в их прямолинейности. Объяснить эту иллюзию не так просто.

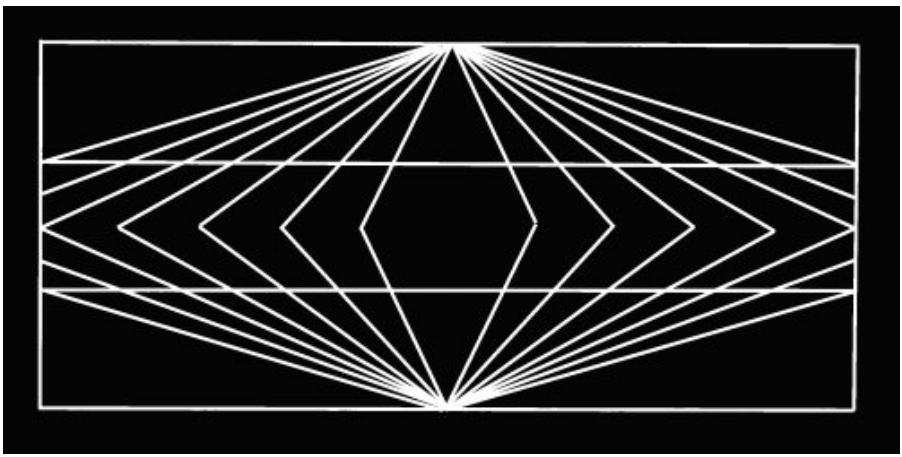


Рис. 55. Две средние линии, идущие справа налево, – параллельные прямые, хоть кажутся дугами, обращенными выпуклостью одна к другой. Иллюзия пропадает: 1) если, подняв фигуру на уровень глаз, смотреть на нее так, чтобы взгляд скользил вдоль линий; 2) если, поместив конец карандаша в какой-нибудь точке фигуры, сосредоточить взгляд на этой точке

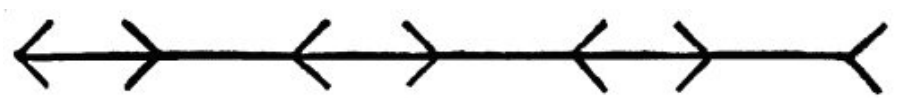


Рис. 56. На равные ли шесть отрезков разделена эта прямая?

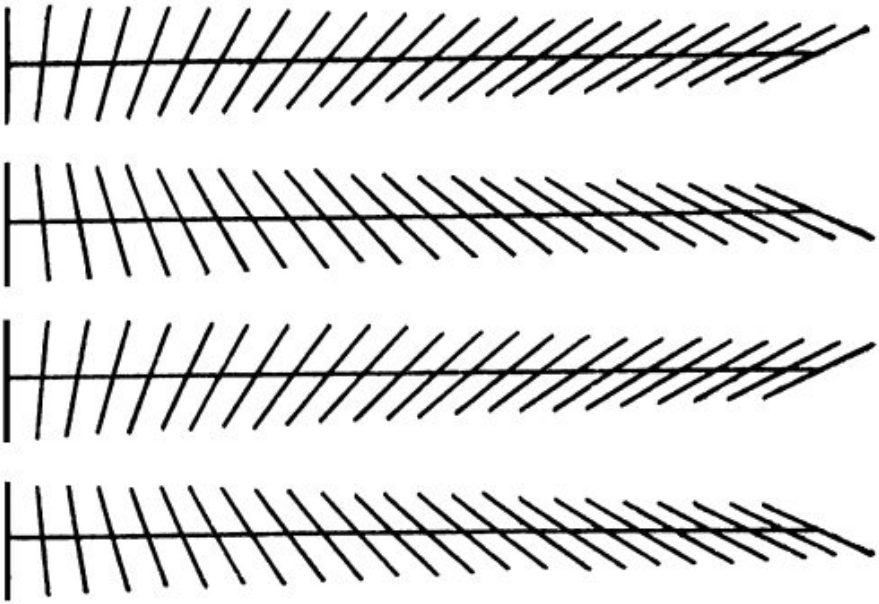


Рис. 57. Параллельные прямые кажутся непараллельными

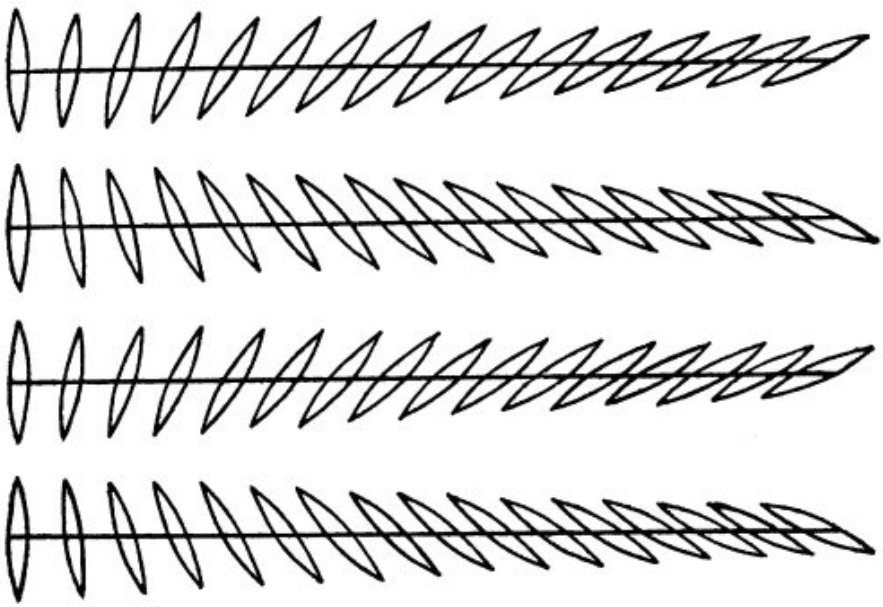


Рис. 58. Видоизменение иллюзии рис. 57

Укажем еще несколько примеров иллюзий в том же роде. На рис. 126 прямая кажется разбитой на неравные отрезки; измерение убедит вас, что отрезки равны. На рис. 57 и 58 параллельные прямые представляются непараллельными. На рис. 59 круг производит впечатление овала. Замечательно, что оптические иллюзии, показанные на рис. 56, 57 и 58, перестают

обманывать глаз, если их рассматривают при свете электрической искры. Очевидно, иллюзии эти связаны с движением глаз: при кратковременной вспышке искры такое движение не успевает произойти.

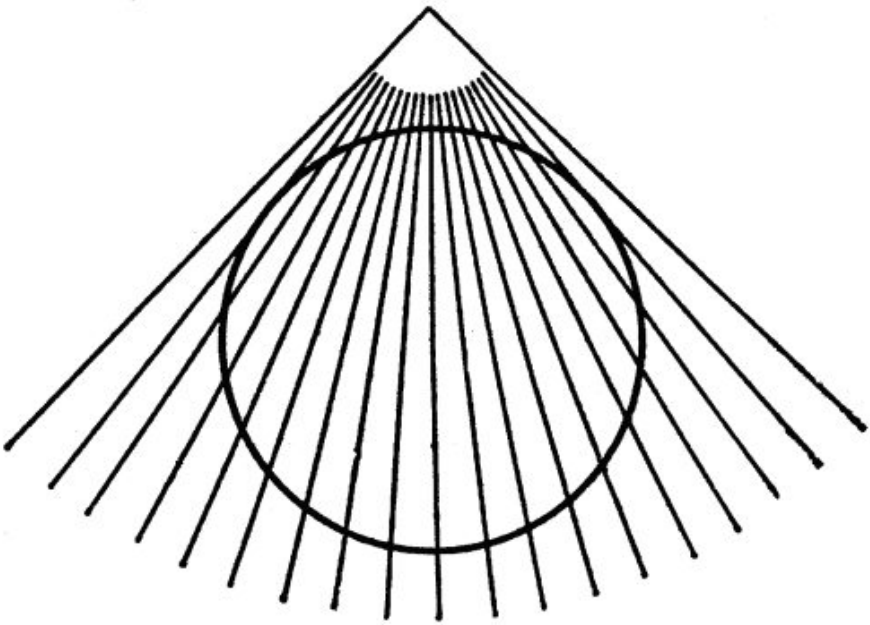


Рис. 59. Круг ли это?

Рис. 60. Иллюзия «курительной трубки». Правые черточки кажутся короче, нежели равные им левые

Вот не менее любопытная иллюзия. Взгляните на рис. 60 и скажите: какие черточки длиннее, – те, что слева, или те, что в правой части? Первые кажутся более длинными, хотя те и другие строго равны [45] . Иллюзия эта носит название иллюзии «курительной трубки». Предлагалось много объяснений этих любопытных иллюзий, но они малоубедительны, и мы не станем приводить их здесь. Одно, по-видимому, несомненно: причина этих иллюзий кроется в бессознательном рассуждении, в невольном «лукавом мудрствовании» ума, мешающем нам видеть то, что есть в действительности [46] .

Что это?

При взгляде на рис. 61 вы едва ли сразу догадаетесь, что он изображает. «Просто черная сетка, ничего больше», – скажете вы. Но поставьте книгу отвесно на стол, отойдите шага на 3–4 и смотрите оттуда. Вы увидите человеческий *глаз*. Подойдите ближе, – перед вами снова появится ничего не выражающая сетка…

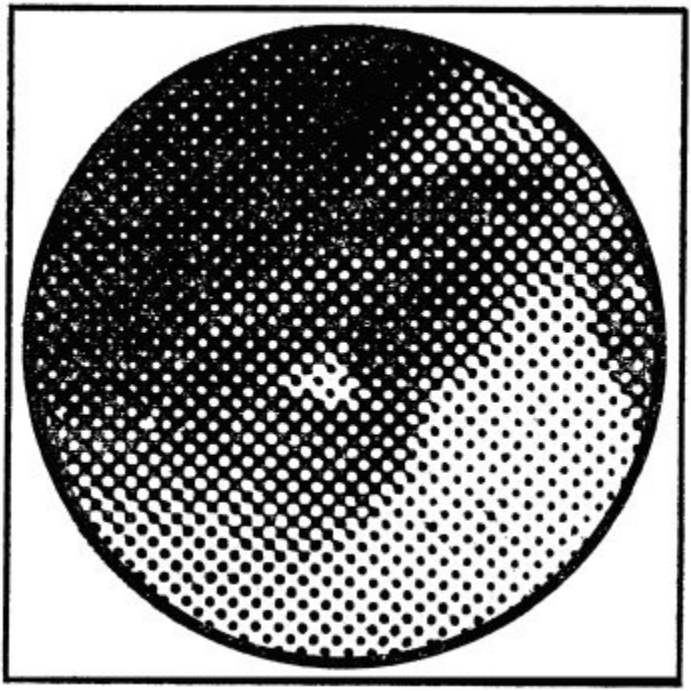


Рис. 61. Рассматривая эту сетку издали, легко различить на ней глаз в часть носа женского профиля, обращенного вправо

Вы, конечно, подумаете, что это какой-нибудь искусный «трюк» изобретательного гравера. Нет, это лишь грубый пример той иллюзии зрения, которой мы поддаемся всякий раз, когда рассматриваем так называемые «тоновые» иллюстрации, или «автотипии». В книгах и журналах фон рисунка всегда кажется нам сплошным; но рассмотрите его в лупу, – и перед вами появится такая же сетка, какая изображена на рис. 61. Этот озадачивший вас рисунок представляет собой не что иное, как увеличенный раз в 10 участок обыкновенной тоновой иллюстрации. Разница лишь в том, что, когда сетка мелка, она сливается в сплошной фон уже на близком расстоянии, на том, на каком мы обыкновенно держим книгу при чтении. Когда же сетка крупна, слияние происходит на большем расстоянии. Читатель

без труда поймет все сказанное, если вспомнит наши рассуждения относительно угла зрения.

Звук и радиоволны

Звук распространяется примерно в миллион раз медленнее света; а так как скорость радиоволн совпадает со скоростью распространения световых колебаний, то звук в миллион раз медленнее радиосигнала. Отсюда вытекает любопытное следствие, сущность которого выясняется задачей: кто раньше услышит первый аккорд пианиста, посетитель концертного зала, сидящий в 10 метрах от рояля, или радиослушатель у аппарата, принимающий игру пианиста у себя на квартире, в 100 километрах от зала?

Как ни странно, радиослушатель услышит аккорд раньше, чем посетитель концертного зала, хотя первый сидит в 10 000 раз дальше от музыкального инструмента. В самом деле: радиоволны пробегают 100-километровое расстояние в

$$\frac{100}{300\,000} = \frac{1}{3000} \text{ секунды.}$$

Звук же проходит 10-метровое расстояние в

$$\frac{10}{340} = \frac{1}{34} \text{ секунды.}$$

Отсюда видно, что передача звука по радио потребует почти в сто раз меньше времени, чем передача звука через воздух.

Если бы скорость звука уменьшилась…

Если бы звук распространялся в воздухе не со скоростью 340 м в секунду, а гораздо медленнее, то обманчивые слуховые впечатления наблюдались бы гораздо чаще.

Вообразите, например, что звук пробегает в секунду не 340 м, а, скажем, 340 мм, т. е. движется медленнее пешехода. Сидя в кресле, вы слушаете рассказ вашего знакомого, который имеет привычку говорить, расхаживая взад и вперед по комнате. При обыкновенных обстоятельствах это расхаживание нисколько не мешает вам слушать; но при уменьшенной скорости звука вы ровно ничего не поймете из речи вашего гостя: звуки, прежде произнесенные, будут догонять новые и перемешиваться с ними, – получится путаница звуков, лишенная всякого смысла.

Между прочим, в те моменты, когда гость к вам приближается, звуки его слов будут достигать до вас *в обратном порядке* : сначала достигнут до вас звуки, только что произнесенные, потом звуки, произнесенные ранее, затем – еще ранее и т. д., потому что произносящий обгоняет свои звуки и находится все время впереди их, продолжая издавать новые. Из всех фраз, произнесенных при подобных условиях, вы могли бы понять разве только ту, которой великовозрастный бурсак некогда изумил юного Карася из «Бурсы» Помяловского [47] :

«Я иду с мечом, судия».

Самый медленный разговор

Если вы думаете, однако, что истинная скорость звука в воздухе – треть километра в секунду – всегда достаточная быстрота, то сейчас измените свое мнение.

Вообразите, что между Москвой и Ленинградом вместо электрического телефона устроена обыкновенная переговорная труба вроде тех телефонов, которыми соединяли раньше отдельные помещения больших магазинов или которой пользовались на пароходах для сообщения с машинным отделением. Вы стоите у ленинградского конца этой 650-километровой трубы, а ваш друг – у московского. Задаете вопрос и ожидаете ответа. Проходит пять, десять, пятнадцать минут, – ответа нет. Вы начинаете беспокоиться и думаете, что с собеседником случилось несчастье. Но опасения напрасны: вопрос *еще не дошел до Москвы* и находится теперь только на половине пути. Пройдет еще четверть часа, прежде чем ваш знакомый в Москве услышит вопрос и сможет дать ответ. Но и его реплика будет идти из Москвы в Ленинград не менее получаса, так что ответ на свой вопрос вы получите только спустя час.

Можете проверить расчет: от Ленинграда до Москвы 650 км; звук проходит в секунду 1/3 км; значит, расстояние между городами он пробежит в 2160 с лишним секунд, или в 35 минут с небольшим. При таких условиях, разговаривая целый день с утра до вечера, вы едва успеете обменяться десятком фраз [48] .

Скорейшим путем

Было, впрочем, время, когда даже и такой способ передачи известий считался бы очень быстрым. Сто лет назад никто не мечтал об электрическом телеграфе и телефоне, и передача новости за 650 км в течение нескольких часов признавалась бы идеалом быстроты.

Рассказывают, что при короновании царя Павла I извещение о моменте начала церемонии в Москве было передано в северную столицу следующим образом. Вдоль всего пути между обеими столицами были расставлены солдаты, в 200 м один от другого; при первом ударе колокола собора ближайший солдат выстрелил в воздух; его сосед, услышав сигнал, также немедленно разрядил ружье, за ним стрелял третий часовой, – и таким образом сигнал был передан в Ленинград (тогда Петербург) в течение всего трех часов. Спустя три часа после первого удара московского колокола уже грохотали пушки Петропавловской крепости, на расстоянии в 650 км.

Если бы звон московских колоколов мог быть непосредственно услышан в Ленинграде, то звук этот, как мы уже знаем, пришел бы в северную столицу с опозданием всего на полчаса. Значит, из трех часов, употребленных на передачу сигнала, 21/2 часа ушло на то, что солдаты воспринимали звуковое впечатление и делали необходимые для выстрела движения; как ни ничтожно это промедление, все же из тысяч таких маленьких промежутков накопилось 21/2 часа.

Сходным образом действовал в старину оптический телеграф, передававший световые сигналы до ближайшей станции, которая в свою очередь передавала их далее. Системой световой передачи сигналов нередко пользовались в царское время революционеры для охраны собраний подпольщиков: цепь революционеров протягивалась от места собрания до помещения полиции и при первых тревожных признаках давала об этом знать собранию вспышками карманных электрических фонариков.

Со скоростью звука

Что услышали бы вы, если бы удалялись от играющего оркестра со скоростью звука?

Человек, едущий из Ленинграда на почтовом поезде, видит на всех станциях у газетчиков одни и те же номера газет, именно те, которые вышли в день его отбытия. Это и понятно, потому что номера газет едут вместе с пассажиром, а свежие газеты везутся поездами, идущими позади. На этом основании можно, пожалуй, заключить, что, удаляясь от оркестра со скоростью звука, мы будем все время слышать одну и ту же ноту, которую оркестр взял в начальный момент нашего движения.

Однако заключение это неверно; если вы удаляетесь со скоростью звука, то звуковые волны, оставаясь относительно вас в покое, вовсе не ударяют в вашу барабанную перепонку, а, следовательно, вы не можете слышать никакого звука. Вы будете думать, что оркестр прекратил игру.

Но почему же сравнение с газетами привело к другому ответу? Да просто потому, что мы неправильно применили в данном случае рассуждение по сходству (аналогию). Пассажир, встречающий всюду одни и те же номера газет, вообразит (т. е. мог бы вообразить, если бы забыл о своем движении), что выпуск новых номеров в столице вовсе прекратился со дня его отъезда. Для него газетные издательства прекратили бы свое существование, как прекратилось бы существование звука для движущегося слушателя. Любопытно, что в этом вопросе могут иногда запутаться даже ученые, – хотя, в сущности, он не так уж сложен. В споре со мной – я был тогда еще школьником – один астроном, ныне покойный, не соглашался с таким решением предыдущей задачи и утверждал, что, удаляясь со скоростью звука, мы должны слышать все время один и тот же тон. Он доказывал свою правоту следующим рассуждением (привожу отрывок из его письма): «Пусть звучит нота известной высоты. Она звучала так с давнего времени и будет звучать неопределенно долго. Наблюдатели, размещенные в пространстве, слышат ее последовательно и, допустим, неослабно. Почему же вы не могли бы ее слышать, если бы с быстротою звука или даже мысли перенеслись на место любого из этих наблюдателей?»

Точно так же доказывал он, что наблюдатель, удаляющийся от молнии со скоростью света, будет все время непрерывно видеть эту молнию:

«Представьте себе, – писал он мне, – непрерывный ряд глаз в

пространстве. Каждый из них будет получать световое впечатление после предыдущего; представьте, что вы мысленно и последовательно можете побывать на месте каждого из этих глаз, – и очевидно, вы все время будете видеть молнию».

Разумеется, ни то ни другое утверждение не верно: при указанных условиях мы не услышим звука и не увидим молнии.

Из книги «Занимательная геометрия»

Водяное колесо

ЗАДАЧА

Колесо с лопастями устанавливается около дна реки так, что оно может легко вращаться. В какую сторону оно будет вращаться, если течение направлено справа налево (рис. 1)?

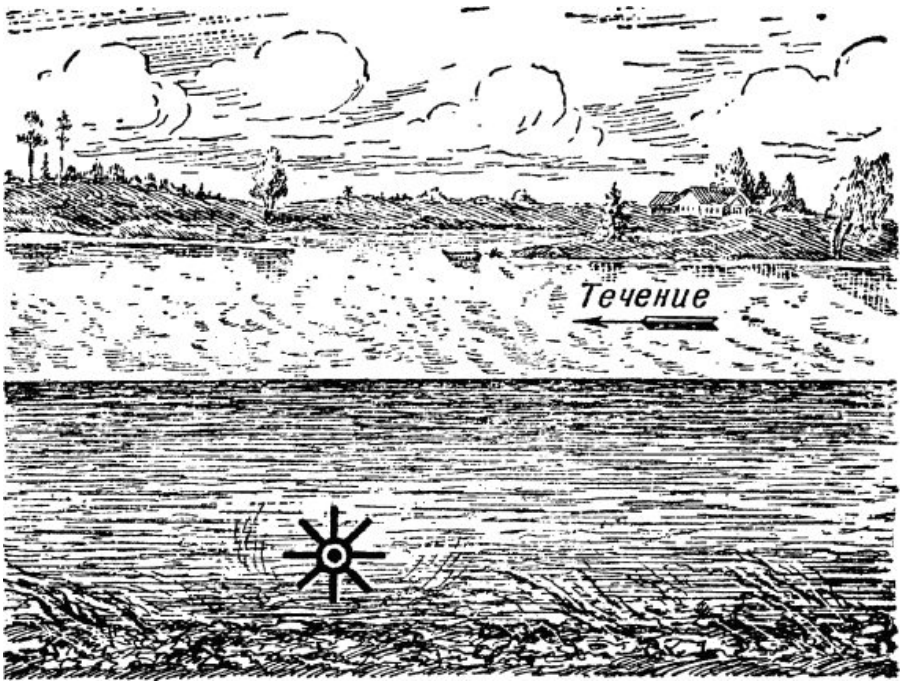


Рис. 1. В какую сторону будет вращаться колесо?

РЕШЕНИЕ Колесо будет вращаться против движения часовой стрелки. Скорость течения глубже лежащих слоев воды меньше, чем скорость течения слоев, выше лежащих, следовательно, давление на верхние лопасти будет больше, чем на нижние.

Радужная пленка

На реке, в которую спускается вода от завода, можно заметить нередко близ стока красивые цветные переливы. Масло (например, машинное), стекающее в реку вместе с водой завода, остается на поверхности как более легкое и растекается чрезвычайно тонким слоем. Можно ли измерить или хотя бы приблизительно оценить толщину такой пленки?

Задача кажется замысловатой, однако решить ее не особенно трудно. Вы уже догадываетесь, что мы не станем заниматься таким безнадежным делом, как непосредственное измерение толщины пленки. Мы измерим ее косвенным путем, короче говоря, вычислим.

Возьмите определенное количество машинного масла, например 20 г, и вылейте на воду, подальше от берега (с лодки). Когда масло растечется по воде в форме более или менее ясно очерченного круглого пятна, измерьте хотя бы приблизительно диаметр этого круга. Зная диаметр, вычислите площадь. А так как вам известен и объем взятого масла (его легко вычислить по весу), то уже сама собой определится отсюда искомая толщина пленки. Рассмотрим пример.

ЗАДАЧА Один грамм керосина, растекаясь по воде, покрывает круг поперечником в 30 см [49] . Какова толщина керосиновой пленки на воде? Кубический сантиметр керосина весит 0,8 г.

РЕШЕНИЕ

Найдем объем пленки, который, конечно, равен объему взятого керосина. Если один кубический сантиметр керосина весит 0,8 г, то на 1 г идет 1/0,8 = 1,25 куб. см, или 1250 куб. мм. Площадь круга с диаметром 30 см, или 300 мм, равна 70 000 кв. мм. Искомая толщина пленки равна объему, деленному на площадь основания:

$$\frac{1250}{70\,000} = 0{,}018 \text{ мм},$$

т. е. менее 50-й доли миллиметра. Прямое измерение подобной толщины обычными средствами, конечно, невозможно.
Масляные и мыльные пленки растекаются еще более тонкими слоями, достигающими 0,0001 мм и менее. «Однажды, – рассказывает английский физик Бойз в книге «Мыльные пузыри», – я проделал такой опыт на пруде. На поверхность воды была вылита ложка оливкового масла. Сейчас же образовалось большое пятно, метров 20–30 в поперечнике. Так как пятно было

в тысячу раз больше в длину и в тысячу раз больше в ширину, чем ложка, то толщина слоя масла на поверхности воды должна была приблизительно составлять миллионную часть толщины слоя масла в ложке, или около 0,000002 миллиметра».

Круги на воде

ЗАДАЧА

Вы не раз, конечно, с любопытством рассматривали те круги, которые порождает брошенный в спокойную воду камень (рис. 2). И вас, без сомнения, никогда не затрудняло объяснение этого поучительного явления природы: волнение распространяется от начальной точки во все стороны с одинаковой скоростью; поэтому в каждый момент все волнующиеся точки должны быть расположены на одинаковом расстоянии от места возникновения волнения, т. е. на окружности.

Рис. 2. Круги на воде

Но как обстоит дело в воде текучей? Должны ли волны от камня, брошенного в воду быстрой реки, тоже иметь форму круга или же форма их будет вытянутая?

На первый взгляд может показаться, что в текучей воде круговые волны должны вытянуться в ту сторону, куда увлекает их течение: волнение передается по течению быстрее, чем против течения и в боковых направлениях. Поэтому волнующиеся части водной поверхности должны, казалось бы, расположиться по некоторой вытянутой замкнутой кривой, во всяком случае, не по окружности.

В действительности, однако, это не так. Бросая камни в самую быструю речку, вы можете убедиться, что волны получаются

строго круговые – совершенно такие же, как и в стоячей воде. Почему?

РЕШЕНИЕ

Будем рассуждать так. Если бы вода не текла, волны были бы круговые. Какое же изменение вносит течение? Оно увлекает каждую точку этой круговой волны в направлении, указанном стрелками (рис. 3, слева), причем все точки переносятся по параллельным прямым с одинаковой скоростью, т. е. на одинаковые расстояния. А «параллельное перенесение» не изменяет формы фигуры. Действительно, в результате такого перенесения точка *1* (рис. 3, справа) окажется в точке *1\'* точка *2* – *в* точке *2\'* и т. д.; четырехугольник *1234* заменится четырехугольником *1\'2\'3\'4* ; который равен ему, как легко усмотреть из образовавшихся параллелограммов *122\'1\', 233\'2; 344\'3\'* и т. д. Взяв на окружности не четыре, а больше точек, мы также получили бы равные многоугольники; наконец, взяв бесконечно много точек, т. е. окружность, мы получили бы после параллельного перенесения равную окружность.

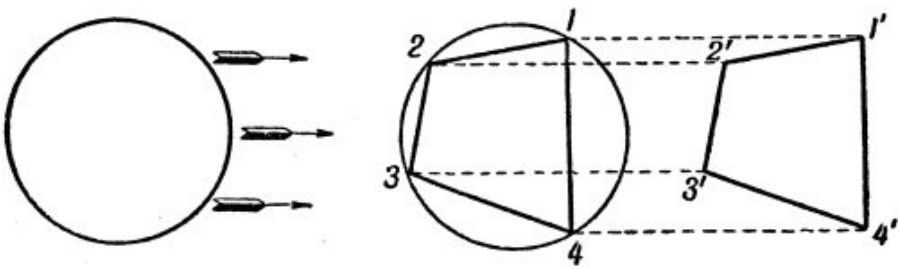


Рис. 3. Течение воды не изменяет формы волн

Вот почему переносное движение воды не изменяет формы волн – они и в текучей воде остаются кругами. Разница лишь в том, что на поверхности озера круги не перемещаются (если не считать того, что они расходятся от своего неподвижного центра); на поверхности же реки круги движутся вместе со своим центром со скоростью течения воды.

Предельная минута

…Полоски, рассматриваемые под углом зрения менее одной минуты, перестают различаться раздельно нормальным глазом. Это справедливо для всякого предмета: каковы бы ни были очертания наблюдаемого объекта, они перестают различаться нормальным глазом, если видны под углом меньше Г. Каждый предмет превращается при этом в едва различимую точку, «слишком малую для зрения» (Шекспир), в пылинку без размеров и формы. Таково свойство нормального человеческого глаза: одна угловая минута – средний предел его остроты. Чем это обусловлено – вопрос особый, касающийся физики и физиологии зрения. Мы говорим здесь лишь о геометрической стороне явления.

Сказанное в равной степени относится и к предметам крупным, но чересчур далеким, и к близким, но слишком мелким. Мы не различаем простым глазом формы пылинок, реющих в воздухе: озаряемые лучами солнца, они представляются нам одинаковыми крошечными точками, хотя в действительности имеют весьма разнообразную форму. Мы не различаем мелких подробностей тела насекомого опять-таки потому, что видим их под углом меньше Г. По той же причине не видим мы без телескопа деталей на поверхности Луны, планет и других небесных светил.

Мир представлялся бы нам совершенно иным, если бы граница естественного зрения была отодвинута далее. Человек, предел остроты зрения которого был бы не Г, а, например, 1/2; видел бы окружающий мир глубже и дальше, чем мы. Очень картинно описано это преимущество зоркого глаза у Чехова в повести «Степь»:

«Зрение у него (Васи) было поразительно острое. Он видел так хорошо, что бурая пустынная степь была для него всегда полна жизни и содержания. Стоило ему только вглядеться в даль, чтобы увидеть лисицу, зайца, дрохву или другое какое-нибудь животное, держащее себя подальше от людей. Немудрено увидеть убегающего зайца или летящую дрохву, – это видел всякий, проезжавший степью, – но не всякому доступно видеть диких животных в их домашней жизни, когда они не бегут, не прячутся и не глядят встревоженно по сторонам. А Вася видел играющих лисиц, зайцев, умывающихся лапками, дрохв, расправляющих крылья, стрепетов, выбивающих свои «точки». Благодаря такой остроте зрения, кроме мира, который видели все, у Васи был еще другой мир, свой собственный, никому недоступный и, вероятно,

очень хороший, потому что, когда он глядел и восхищался, трудно было не завидовать ему».

Странно подумать, что для такой поразительной перемены достаточно понизить предел различимости с 1\' до 1/2\' или около того…

Волшебное действие микроскопов и телескопов обусловлено той же самой причиной. Назначение этих приборов – так изменять ход лучей рассматриваемого предмета, чтобы они вступали в глаз более круто расходящимся пучком; благодаря этому объект представляется под большим углом зрения. Когда говорят, что микроскоп или телескоп, увеличивает в 100 раз, то это значит, что при помощи их мы видим предметы под углом, в 100 раз большим, чем невооруженным глазом. И тогда подробности, скрывающиеся от простого глаза за пределом остроты зрения, становятся доступны нашему глазу. Полный месяц мы видим под углом в 30\ а так как поперечник Луны равен примерно 3500 км, то каждый участок Луны, имеющий в поперечнике 3500/30, т. е. около 120 км, сливается для невооруженного глаза в едва различимую точку. В трубу же, увеличивающую в 100 раз, неразличимыми будут уже гораздо более мелкие участки с поперечником в 120/100 =1,2 км, а в телескоп с 1000-кратным увеличением – участок в 120 м шириной. Отсюда следует, между прочим, что будь на Луне такие, например, сооружения, как наши крупные заводы или океанские пароходы, мы могли бы их видеть в современные телескопы [50] .

Правило предельной минуты имеет большое значение и для обычных наших повседневных наблюдений. В силу этой особенности нашего зрения каждый предмет, удаленный на 3400 (т. е. 57 х 60) своих поперечников, перестает различаться нами в своих очертаниях и сливается в точку. Поэтому, если кто-нибудь станет уверять вас, что простым глазом узнал лицо человека с расстояния четверти километра, не верьте ему, – разве только он обладает феноменальным зрением. Ведь расстояние между глазами человека – всего 3 см, значит, оба глаза сливаются в точку уже на расстоянии 3 х 3400 см, т. е. 100 м. Артиллеристы пользуются этим для глазомерной оценки расстояния. По их правилам, если глаза человека кажутся издали двумя раздельными точками, то расстояние до него не превышает 100 шагов (т. е. 60–70 м). У нас получилось большее расстояние – 100 м: это показывает, что примета военных имеет в виду несколько пониженную (на 30 %) остроту зрения.

ЗАДАЧА Может ли человек с нормальным зрением различить всадника на расстоянии 10 км, пользуясь биноклем,

увеличивающим в три раза?

РЕШЕНИЕ Высота всадника 2,2 м. Фигура его превращается в точку для простого глаза на расстоянии 2,2 х 3400 = 7 км; в бинокль же, увеличивающий втрое, – на расстоянии 21 км. Следовательно, в 10 км различить его в такой бинокль возможно (если воздух достаточно прозрачен).

Луна и звезды у горизонта

Самый невнимательный наблюдатель знает, что полный месяц, стоящий низко у горизонта, имеет заметно большую величину, чем когда он висит высоко в небе. Разница так велика, что трудно ее не заметить. То же верно и для Солнца; известно, как велик солнечный диск при заходе или восходе по сравнению с его размерами высоко в небе, например, когда он просвечивает сквозь облака (прямо смотреть на незатуманенное солнце вредно для глаз).

Для звезд эта особенность проявляется в том, что расстояния между ними увеличиваются, когда они приближаются к горизонту. Кто видел зимой красивое созвездие Ориона (или летом – Лебедя) высоко на небе и низко близ горизонта, тот не мог не поразиться огромной разницей размеров созвездия в обоих положениях.

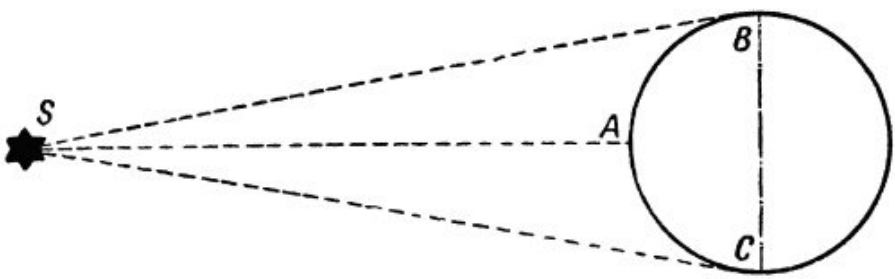


Рис. 4. Почему Солнце, находясь на горизонте, дальше от наблюдателя, чем находясь на середине неба

Все это тем загадочнее, что, когда мы смотрим на светила при восходе или заходе, они не только не ближе, но, напротив, дальше от нас (на величину земного радиуса). Это легко понять из рис. 4: в зените мы рассматриваем светило из точки *A,* а у горизонта – из точек *B* или C. Почему же Луна, Солнце и созвездия увеличиваются у горизонта?

«Потому что это неверно», – можно бы ответить. Это – обман зрения. При помощи грабельного или иного угломера нетрудно убедиться, что лунный диск виден в обоих случаях под одним и тем же углом зрения в полградуса [51] . Пользуясь грабельным угломером или «посохом Якова», можно удостовериться, что и угловые расстояния между звездами не меняются, где бы созвездие ни стояло: у зенита или у горизонта. Значит, увеличение – оптический обман, которому поддаются все люди без исключения.

Чем объясняется столь сильный и всеобщий обман зрения?

Бесспорного ответа на этот вопрос, насколько нам известно, наука еще не дала, хотя и стремится разрешить его 2000 лет, со времен Птолемея. Иллюзия эта связана с тем, что весь небесный свод представляется нам не полушаром в геометрическом смысле слова, а шаровым сегментом, высота которого в два-три раза меньше радиуса основания. Это потому, что при обычном положении головы и глаз расстояния в горизонтальном направлении и близком к нему оцениваются нами как более значительные по сравнению с вертикальными: в горизонтальном направлении мы рассматриваем предмет «прямым взглядом», а во всяком другом – глазами, поднятыми вверх или опущенными вниз. Если Луну наблюдать, лежа на спине, то она, наоборот, покажется больше, когда будет в зените, чем тогда, когда она будет стоять низко над горизонтом [52] . Перед психологами и физиологами стоит задача объяснить, почему видимый размер предмета зависит от ориентации наших глаз.

Что же касается влияния кажущейся приплюснутости небесного свода на величину светил в разных его частях, то оно становится вполне понятным из схемы, изображенной на рис. 5. На своде неба лунный диск всегда виден под углом в полградуса, будет ли Луна у горизонта (на высоте 0°) или у зенита (на высоте 90°). Но наш глаз относит этот диск не всегда на одно и то же расстояние: Луна в зените отодвигается нами на более близкое расстояние, нежели у горизонта, и потому величина его представляется неодинаковой – внутри одного и того же угла ближе к вершине помещается меньший кружок, чем подальше от нее. На левой стороне того же рисунка показано, как благодаря этой причине расстояния между звездами словно растягиваются с приближением их к горизонту: одинаковые угловые расстояния между ними кажутся тогда неодинаковыми.

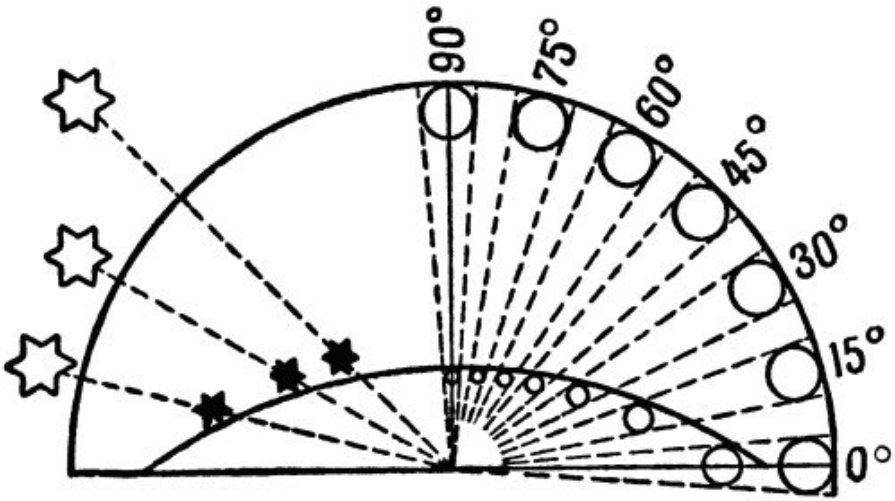


Рис. 5. Влияние приплюснутости небесного свода на кажущиеся размеры светил

Есть здесь и другая поучительная сторона. Любуясь огромным лунным диском близ горизонта, заметили ли вы на нем хотя бы одну новую черточку, которой не удалось вам различить на диске высоко стоящей Луны? Нет? Но ведь перед вами увеличенный диск, отчего же не видно новых подробностей? Оттого, что здесь нет того увеличения, какое дает, например, бинокль: здесь не увеличивается угол зрения, под которым представляется нам предмет. Только увеличение этого угла помогает нам различать новые подробности; всякое иное «увеличение» есть просто обман зрения, для нас совершенно бесполезный.

Определение величины данного угла без всяких измерений

Для измерения углов на местности нам нужен хотя бы компас, а иной раз достаточно и собственных пальцев или спичечной коробки. Но может возникнуть необходимость измерить угол, нанесенный на бумагу, на план или на карту.

Разумеется, если есть под руками транспортир, то вопрос решается просто. А если транспортира нет, например в походных условиях? Геометр не должен растеряться и в этом случае. Как бы вы решили следующую задачу?

ЗАДАЧА Изображен угол *AOB* (рис. 6), меньший 180°. Определить его величину без измерений.

РЕШЕНИЕ

Можно было бы из произвольной точки стороны *BO* опустить перпендикуляр на сторону *AO,* в получившемся прямоугольном треугольнике измерить катеты и гипотенузу, найти синус угла, а затем и величину самого угла. Но такое решение задачи не соответствовало бы жесткому условию – ничего не измерять!

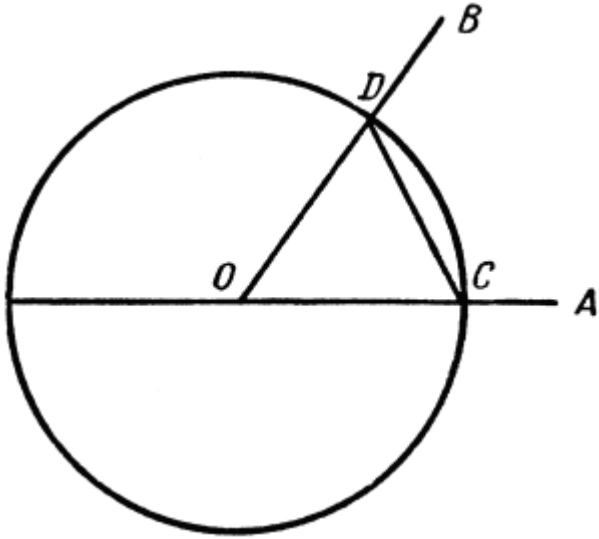


Рис. 6. Как определить величину изображенного угла *ЛОВ,* пользуясь только циркулем?

Воспользуемся решением, предложенным в 1946 г. З. Рупейка из Каунаса.

Из вершины *О,* как из центра, произвольным раствором циркуля построим полную окружность. Точки С и *D* ее пересечения со сторонами угла соединим отрезком прямой.

Теперь от начальной точки С на окружности будем

откладывать последовательно при помощи циркуля хорду *CD* в одном и том же направлении до тех пор, пока ножка циркуля опять совпадет с исходной точкой С.

Откладывая хорды, мы должны считать, сколько раз за это время будет обойдена окружность и сколько раз будет отложена хорда.

Допустим, что окружность мы обошли *n* раз и за это время *S* раз отложили хорду *CD*. Тогда искомый угол будет равен

$$\angle AOB = \frac{360^\circ \cdot n}{S}.$$

Действительно, пусть данный угол содержит x°; отложив на окружности хорду *CD S* раз, мы как бы увеличили угол x° в *S* раз, но так как окружность при этом оказалась пройденной *n* раз, то этот угол составит $360^\circ \cdot n$, т. е. $x^\circ - S = 360^\circ \cdot n$; отсюда

$$x^\circ = \frac{360^\circ \cdot n}{S}.$$

Для угла, изображенного на чертеже, $n = 3$, $S = 20$ (проверьте!), следовательно, $\angle AOB = 54^\circ$. При отсутствии циркуля окружность можно описать при помощи булавки и полоски бумаги; хорду можно откладывать при помощи той же бумажной полоски.

Загадочное кружение

Интересно отметить одно загадочное явление, которое наблюдается у людей, бродящих с закрытыми глазами: они не могут идти по прямому направлению, а непременно сбиваются в сторону, описывая дугу, воображая, однако, что движутся прямо вперед (рис. 7).

Давно замечено также, что и путешественники, странствующие без компаса по пустыне, по степи в метель или в туманную погоду, – вообще во всех случаях, когда нет возможности ориентироваться, – сбиваются с прямого пути и блуждают по кругу, по нескольку раз возвращаясь к одному и тому же месту. Радиус круга, описываемого при этом пешеходом, – около 60—100 м; чем быстрее ходьба, тем радиус круга меньше, т. е. тем теснее замыкаемые круги.

Производились даже специальные опыты для изучения склонности людей сбиваться с прямого пути на круговой. Вот что сообщает о таких опытах Герой Советского Союза И. Спирин:

«На гладком зеленом аэродроме были выстроены сто будущих летчиков. Всем им завязали глаза и предложили идти прямо вперед. Люди пошли… Сперва они шли прямо; потом одни стали забирать вправо, другие – влево, постепенно начали делать круги, возвращаясь к своим старым следам».

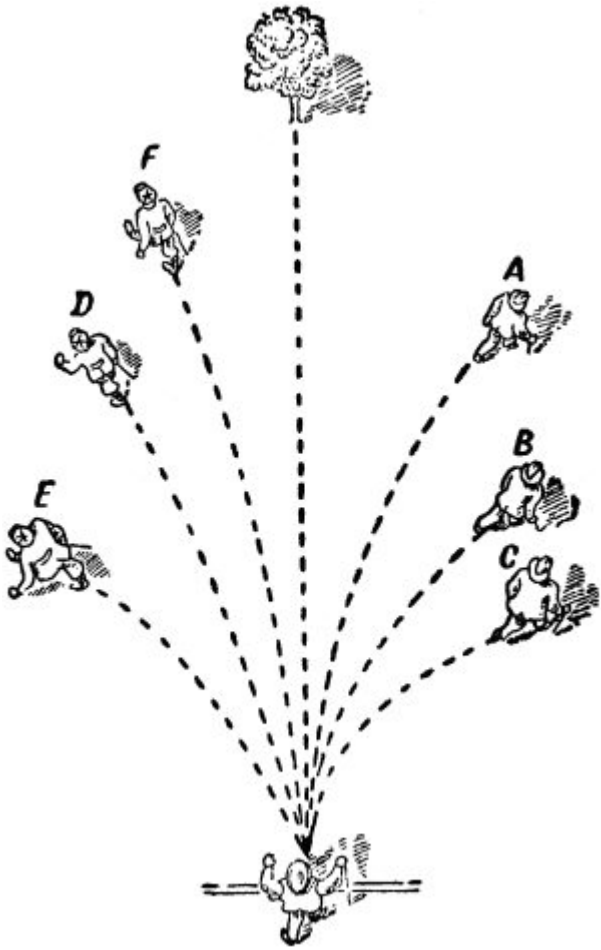


Рис. 7. Ходьба с закрытыми глазами

Известен аналогичный опыт в Венеции на площади Марка. Людям завязывали глаза, ставили их на одном конце площади, как раз против собора, и предлагали до него дойти. Хотя пройти надо было всего только 175 м, все же ни один из испытуемых не дошел до фасада здания (82 м ширины), а все уклонялись в сторону, описывали дугу и упирались в одну из боковых колоннад (рис. 8).

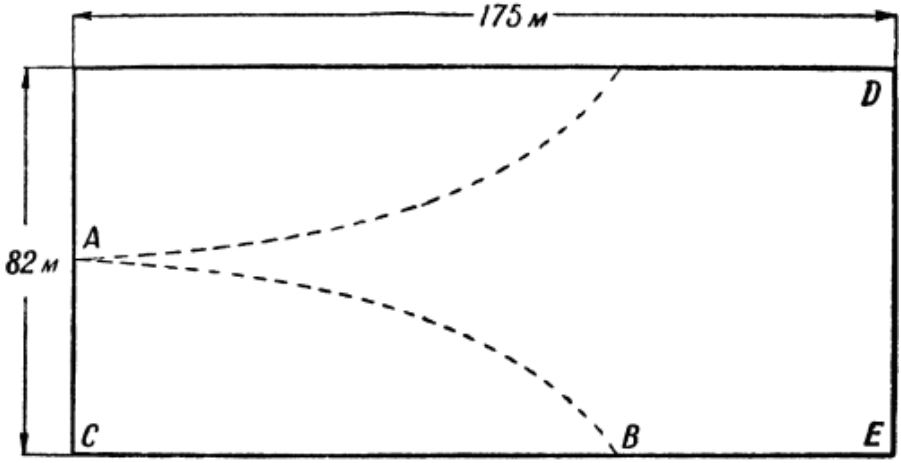


Рис. 8. Схема опыта на площади Марка в Венеции

Кто читал роман Жюля Верна «Приключения капитана Гаттераса», тот помнит, вероятно, эпизод о том, как путешественники наткнулись в снежной необитаемой пустыне на чьи-то следы:

«– Это наши следы, друзья мои! – воскликнул доктор. – Мы заблудились в тумане и набрели на свои же собственные следы…».

Классическое описание подобного блуждания по кругу оставил нам Л.Н. Толстой в рассказе «Хозяин и работник»:

«Василий Андреич гнал лошадь туда, где он почему-то предполагал лес и сторожку. Снег слепил ему глаза, а ветер, казалось, хотел остановить его, но он, нагнувшись вперед, не переставая гнал лошадь.

Минут пять он ехал, как ему казалось, все прямо, ничего не видя, кроме головы лошади и белой пустыни.

Вдруг перед ним зачернело что-то. Сердце радостно забилось в нем, и он поехал на это черное, уже видя в нем стены домов деревни. Но черное это было выросший на меже высокий чернобыльник… И почему-то вид этого чернобыльника, мучимого немилосердным ветром, заставил содрогнуться Василия Андреича, и он поспешно стал погонять лошадь, не замечая того, что, подъезжая к чернобыльнику, он совершенно изменил прежнее направление.

Опять впереди его зачернело что-то. Это была опять межа, поросшая чернобыльником. Опять так же отчаянно трепался сухой бурьян. Подле него шел конный, заносимый ветром след. Василий Андреич остановился, нагнулся, пригляделся: это был лошадиный, слегка занесенный след и не мог быть ничей иной, как его собственный. Он, очевидно, кружился и на небольшом пространстве».

Норвежский физиолог Гульдберг, посвятивший кружению специальное исследование (1896 г.), собрал ряд тщательно проверенных свидетельств о подлинных случаях подобного рода. Приведем два примера.

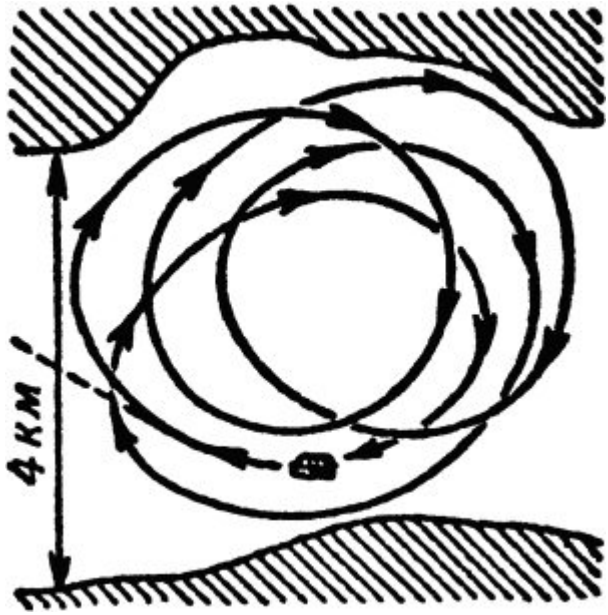


Рис. 9. Схема блуждания трех путников

Трое путников намеревались в снежную ночь покинуть сторожку и выбраться из долины шириной в 4 км, чтобы достичь своего дома, расположенного в направлении, которое на прилагаемом рисунке отмечено пунктиром (рис. 9). В пути они незаметно уклонились вправо, по кривой, отмеченной стрелкой. Пройдя некоторое расстояние, они, по расчету времени, полагали, что достигли цели, – на самом же деле очутились у той же сторожки, которую покинули. Отправившись в путь вторично, они уклонились еще сильнее и снова дошли до исходного пункта. То же повторилось в третий и четвертый раз. В отчаянии предприняли они пятую попытку, – но с тем же результатом. После пятого круга они отказались от дальнейших попыток выбраться из долины и дождались утра.

Еще труднее грести на море по прямой линии в темную беззвездную ночь или в густой туман. Отмечен случай, – один из многих подобных, – когда гребцы, решив переплыть в туманную погоду пролив шириной в 4 км, дважды побывали у противоположного берега, но не достигли его, а бессознательно описали два круга и высадились, наконец… в месте своего отправления (рис. 10).

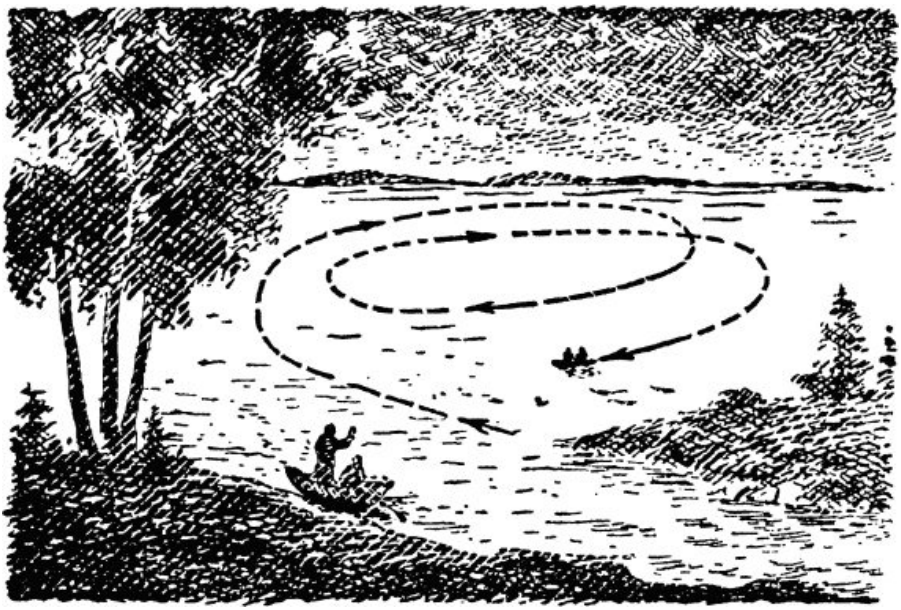


Рис. 10. Как гребцы пытались переплыть пролив в туманную погоду

То же случается и с животными. Полярные путешественники рассказывают о кругах, которые описывают в снежных пустынях животные, запряженные в сани. Собаки, которых пускают плавать с завязанными глазами, также описывают в воде круги. По кругу же летят и ослепленные птицы. Затравленный зверь, лишившийся от страха способности ориентироваться, спасается не по прямой линии, а по спирали.

Зоологи установили, что головастики, крабы, медузы, даже микроскопические амебы в капле воды – все движутся по кругу.

Чем же объясняется загадочная приверженность человека и животных к кругу, невозможность держаться в темноте прямого направления?

Вопрос сразу утратит в наших глазах окутывающую его мнимую таинственность, если мы его правильно поставим.

Спросим не о том, почему животные движутся по кругу, а о том, что им необходимо для движения по прямой линии?

Вспомните, как движется игрушечная заводная тележка. Бывает и так, что тележка катится не по прямой, а сворачивает в сторону.

В этом движении по дуге никто не увидит ничего загадочного; каждый догадается, отчего это происходит: очевидно, правые колеса не равны левым.

Понятно, что и живое существо в том лишь случае может без помощи глаз двигаться в точности по прямой лилии, если мускулы его правой и левой сторон работают совершенно

одинаково. Но в том-то и дело, что симметрия тела человека и животных неполная. У огромного большинства людей и животных мускулы правой стороны тела развиты неодинаково с мускулами левой. Естественно, что пешеход, все время выносящий правую ногу немного дальше, чем левую, не сможет держаться прямой линии; если глаза не помогут ему выправлять его путь, он неизбежно будет забирать влево. Точно так же и гребец, когда он из-за тумана лишен возможности ориентироваться, неизбежно будет забирать влево, если его правая рука работает сильнее левой. Это – геометрическая необходимость.

Представьте себе, например, что, занося левую ногу, человек делает шаг на миллиметр длиннее, чем правой ногой. Тогда, сделав попеременно каждой ногой тысячу шагов, человек опишет левой ногой путь на 1 000 мм, т. е. на целый метр, длиннее, чем правой. На прямых параллельных путях это невозможно, зато вполне осуществимо на концентрических окружностях…

По сходной причине лодочник, гребущий правой рукой сильнее, чем левой, должен неизбежно увлекать лодку по кругу, загибая в левую сторону. Животные, делающие неодинаковые шаги правыми или левыми ногами, или птицы, делающие неравной силы взмахи правым и левым крылом, также должны двигаться по кругам всякий раз, когда лишены возможности контролировать прямолинейное направление зрением. Здесь тоже достаточно весьма незначительной разницы в силе рук, ног или крыльев.

При таком взгляде на дело указанные раньше факты утрачивают свою таинственность и становятся вполне естественными. Удивительно было бы, если бы люди и животные, наоборот, могли выдерживать прямое направление, не контролируя его глазами. Ведь необходимым условием для этого является строго геометрическая симметрия тела, абсолютно невозможная для произведения живой природы. Малейшее же уклонение от математически совершенной симметрии должно повлечь за собой, как неизбежное следствие, движение по дуге. Чудо не то, чему мы здесь удивляемся, а то, что мы готовы были считать естественным.

Невозможность держаться прямого пути не составляет для человека существенной помехи: компас, дороги, карты спасают его в большинстве случаев от последствий этого недостатка.

Не то у животных, особенно у обитателей пустынь, степей, безграничного морского простора: для них несимметричность тела, заставляющая их описывать круги вместо прямых линий, – важный жизненный фактор. Словно невидимой цепью приковывает он их к месту рождения, лишая возможности

удаляться от него сколько-нибудь значительно. Лев, отважившийся уйти подальше в пустыню, неизбежно возвращается обратно. Чайки, покидающие родные скалы для полета в открытое море, не могут не возвращаться к гнезду (тем загадочнее, однако, далекие перелеты птиц, пересекающих по прямому направлению материки и океаны).

Измерение голыми руками

Майн-ридовский мальчик мог успешно разрешить свою геометрическую задачу только потому, что незадолго до путешествия измерил свой рост и твердо помнил результаты измерения. Хорошо бы каждому из нас обзавестись таким «живым метром», чтобы в случае нужды пользоваться им для измерения. Полезно также помнить, что у большинства людей расстояние между концами расставленных рук равно росту (рис. 11) – правило, подмеченное гениальным художником и ученым Леонардо да Винчи: оно позволяет пользоваться нашими «живыми метрами» удобнее, чем делал это мальчик у Майн Рида. В среднем высота взрослого человека (славянской расы) около 1,7 м, или 170 см; это легко запомнить. Но полагаться на среднюю величину не следует; каждый должен измерить свой рост и размах своих рук.

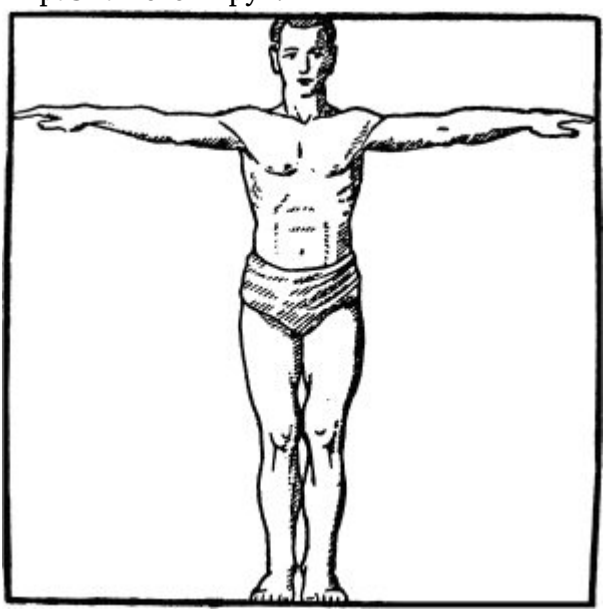


Рис. 11. Правило Леонардо да Винчи

Для отмеривания – без масштаба – мелких расстояний следует помнить длину своей «четверти», т. е. расстояние между концами расставленных большого пальца и мизинца (рис. 12). У взрослого мужчины оно составляет около 18 см – примерно 1/4 аршина (откуда и название «четверть»), но у людей молодых оно меньше и медленно увеличивается с возрастом (до 25 лет).

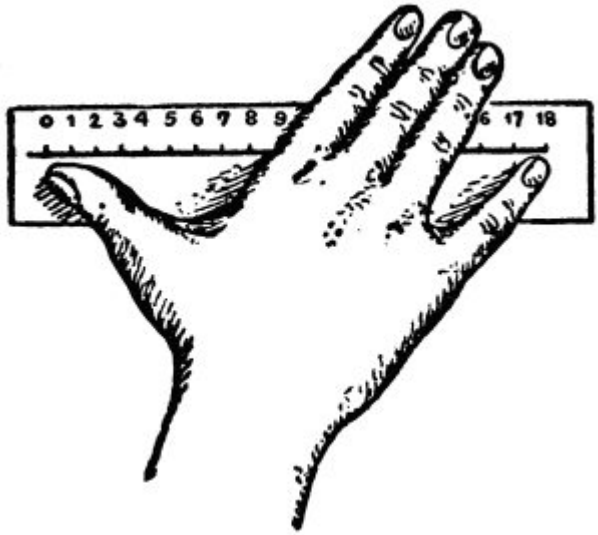


Рис. 12. Измерение расстояния между концами пальцев

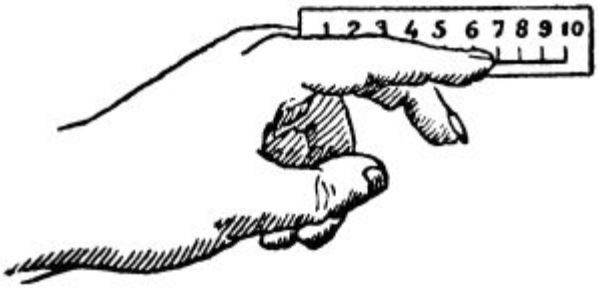


Рис. 13. Измерение длины указательного пальца

Далее, для этой же цели полезно измерить и запомнить длину своего указательного пальца, считая ее двояко: от основания среднего пальца (рис. 13) и от основания большого. Точно так же должно быть известно вам наибольшее расстояние между концами указательного и среднего пальцев, – у взрослого около 10 см (рис. 14). Надо, наконец, знать и ширину своих пальцев. Ширина трех средних пальцев, плотно сжатых, примерно 5 см.

Рис. 14. Измерение расстояния между концами двух пальцев

Вооруженные всеми этими сведениями, вы сможете довольно удовлетворительно выполнять разнообразные измерения буквально голыми руками, даже и в темноте. Пример представлен на рис. 15: здесь измеряется пальцами окружность стакана. Исходя из средних величин, можно сказать, что длина окружности стакана приблизительно равна 23 см.

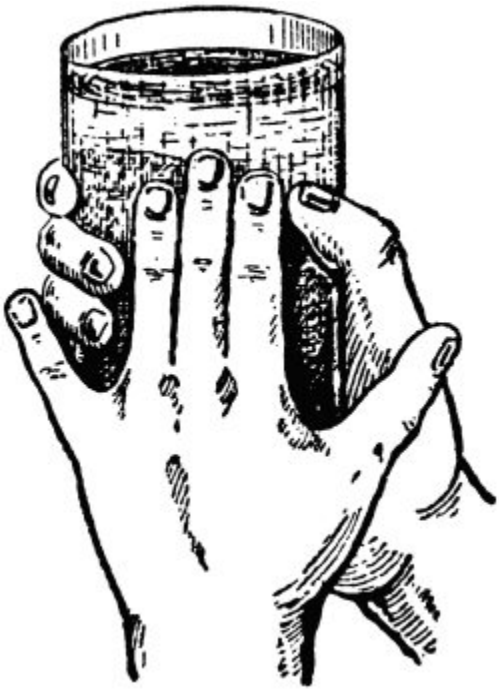


Рис. 15. Измерение окружности стакана «голыми руками»

Практическая геометрия египтян и римлян

Любой школьник вычисляет теперь длину окружности по диаметру гораздо точнее, чем мудрейший жрец древней страны пирамид или самый искусный архитектор великого Рима. Древние египтяне считали, что окружность длиннее диаметра в 3,16 раза, а римляне – в 3,12, между тем правильное отношение – 3,14159… Египетские и римские математики установили отношение длины окружности к диаметру не строгим геометрическим расчетом, как позднейшие математики, а нашли его просто из опыта. Но почему получались у них такие ошибки? Разве не могли они обтянуть какую-нибудь круглую вещь ниткой и затем, выпрямив нитку, просто измерить ее?

Без сомнения, они так и поступали; но не следует думать, что подобный способ должен непременно дать хороший результат. Вообразите, например, вазу с круглым дном диаметром в 100 мм. Длина окружности дна должна равняться 314 мм. Однако на практике, измеряя ниткой, вы едва ли получите эту длину: легко ошибиться на один миллиметр, и тогда *к* окажется равным 3,13 или 3,15. А если примете во внимание, что и диаметр вазы нельзя измерить вполне точно, что и здесь ошибка в 1 мм весьма вероятна, то убедитесь, что для *п* получаются довольно широкие пределы между

$$\frac{313}{101} \text{ и } \frac{315}{99},$$

т. е. в десятичных дробях между 3,09 и 3,18.

Вы видите, что, определяя я указанным способом, мы можем получить результат, не совпадающий с 3,14: один раз получим 3,1, другой раз 3,12, третий 3,17 и т. п. Случайно может оказаться среди них и 3,14, но в глазах вычислителя это число не будет иметь больше веса, чем другие.

Такого рода опытный путь никак не может дать сколько-нибудь приемлемого значения для *к.* В связи с этим становится более понятным, почему Древний мир не знал правильного отношения длины окружности к диаметру, и понадобился гений Архимеда, чтобы найти для я значение 31/7 – найти без измерений, одними лишь рассуждениями.

«Это я знаю и помню прекрасно»

В «Алгебре» древнего арабского математика Магомета-бен-Муза о вычислении длины окружности читаем такие строки:

«Лучший способ – это умножить диаметр на 31/7. Это самый скорый и самый легкий способ. Богу известно лучшее».

Теперь мы знаем, что и архимедово число 31/7 не вполне точно выражает отношение длины окружности к диаметру Теоретически доказано, что отношение это вообще не может быть выражено какой-либо точной дробью. Мы можем написать его лишь с тем или иным приближением, впрочем, далеко превосходящим точность, необходимую для самых строгих требований практической жизни. Математик XVI века Лудольф в Лейдене имел терпение вычислить π с 35 десятичными знаками и завещал вырезать это значение на своем могильном памятнике [53] (рис. 16).

Рис. 16. Математическая надгробная надпись

Вот оно: 3,14159265358979323846264338327950288…

Некий Шенке в 1873 г. опубликовал такое значение числа я, в котором после запятой следовало 707 десятичных знаков! Такие длинные числа, приближенно выражающие значение я, не имеют ни практической, ни теоретической ценности. Только от безделья да в погоне за дутыми «рекордами» могло в наше время возникнуть желание «переплюнуть» Шенкса: в 1946–1947 гг. Фергюсон (Манчестерский университет) и независимо от него Ренч (из Вашингтона) вычислили 808 десятичных знаков для числа π и были польщены тем, что в вычислениях Шенкса обнаружили ошибку начиная с 528 знака.

Если бы мы пожелали, например, вычислить длину земного экватора с точностью до 1 см, предполагая, что знаем длину его диаметра точно, то для этого нам вполне достаточно было бы взять всего 9 цифр после запятой в числе π . А взяв вдвое больше цифр (18), мы могли бы вычислить длину окружности, имеющей радиусом расстояние от Земли до Солнца, с погрешностью не свыше 0,0001 мм (в 100 раз меньше толщины волоса!).

Чрезвычайно ярко показал абсолютную бесполезность даже первой сотни десятичных знаков числа ***n*** наш соотечественник, математик Граве. Он подсчитал, что если представить себе шар, радиус которого равен расстоянию от Земли до Сириуса, т. е. числу километров равному 132 с десятью нулями: $132 \cdot 1010$, наполнить этот шар микробами, полагая в каждом кубическом миллиметре шара по одному биллиону микробов, затем всех этих микробов расположить на прямой линии так, чтобы расстояние между каждыми двумя соседними микробами снова равнялось расстоянию от Сириуса до Земли, то, принимая этот фантастический отрезок за диаметр окружности, можно было бы вычислить длину получившейся гигантской окружности с микроскопической точностью – до

$$\frac{1}{1\,000\,000}$$

мм, беря 100 знаков после запятой в числе π.

Правильно замечает французский астроном Араго, что «в смысле точности мы ничего не выиграли бы, если бы между длиною окружности и диаметром существовало отношение, выражающееся числом вполне точно».

Для обычных вычислений с числом π вполне достаточно запомнить два знака после запятой (3,14), а для более точных – четыре знака (3,1416: последнюю цифру берем 6 вместо 5 потому, что далее следует цифра, большая 5).

Небольшие стихотворения или яркие фразы дольше остаются в памяти, чем числа, поэтому для запоминания какого-либо числового значения π придумывают особые стихотворения или отдельные фразы. В произведениях этого вида «математической поэзии» слова подбирают так, чтобы число букв в каждом слове последовательно совпадало с соответствующей цифрой числа π.

Известно стихотворение на английском языке – в 13 слов, следовательно, дающее 12 знаков после запятой в числе π ; на немецком языке – в 24 слова, а на французском языке в 30 слов [54] (а есть и в 126 слов!).

Они любопытны, но слишком велики, тяжеловесны. Среди учеников Е.А. Терского – учителя математики одной из средних школ Москвы – пользуется популярностью придуманная им следующая строфа:

«Это я знаю и помню прекрасно»
3 1 4 1 5 9. . .

А одна из его учениц – Эся Чериковер – со свойственной нашим школьникам находчивостью сочинила остроумное, слегка ироническое продолжение:

«Пи многие знаки мне лишни, напрасны»
. . .2 6 5 3 5 8 . . .

В целом получается такое двустишие из 12 слов:

«Это я знаю и помню прекрасно,
Пи многие знаки мне лишни, напрасны».

Автор этой книги, не отваживаясь на придумывание стихотворения, в свою очередь предлагает простую и тоже вполне достаточную прозаическую фразу: «Что я знаю о кругах?» – вопрос, скрыто заключающий в себе и ответ: 3,1416.

Квадратура круга

Не может быть, чтобы читатель никогда не слыхал о «квадратуре круга» – о той знаменитейшей задаче геометрии, над которой трудились математики еще 20 веков назад. Я даже уверен, что среди читателей найдутся и такие, которые сами пытались разрешить эту задачу. Еще больше, однако, наберется читателей, которые недоумевают, в чем собственно кроется трудность этой классической неразрешимой задачи. Многие, привыкшие повторять с чужого голоса, что задача о квадратуре круга неразрешима, не отдают себе ясного отчета ни в сущности самой задачи, ни в трудности ее разрешения.

В математике есть немало задач, гораздо более интересных и теоретически и практически, нежели задача о квадратуре круга. Но ни одна не приобрела такой популярности, как эта проблема, давно вошедшая в поговорку. Два тысячелетия трудились над ней и выдающиеся математики-профессионалы и несметные толпы любителей.

«Найти квадратуру круга» – значит начертить квадрат, площадь которого в точности равна площади данного круга. Практически задача эта возникает очень часто, но как раз практически она разрешима с любой точностью. Знаменитая задача древности требует, однако, чтобы чертеж был выполнен совершенно точно при помощи всего только двух родов чертежных операций: 1) проведением окружности данного радиуса вокруг данной точки; 2) проведением прямой линии через две данные точки.

Короче говоря, необходимо выполнить чертеж, пользуясь только двумя чертежными инструментами: циркулем и линейкой.

В широких кругах нематематиков распространено убеждение, что вся трудность обусловлена тем, что отношение длины окружности к ее диаметру (знаменитое число π) не может быть выражено конечным числом цифр. Это верно лишь постольку, поскольку неразрешимость задачи зависит от особенной природы числа 71. В самом деле: превращение прямоугольника в квадрат с равной площадью – задача легко и точно разрешимая. Но проблема квадратуры круга сводится ведь к построению – циркулем и линейкой – прямоугольника, равновеликого данному кругу. Из формулы площади круга, $S=\pi r2$, или (что то же самое) $S=\pi r \times r$, ясно, что площадь круга равна площади такого прямоугольника, одна сторона которого равна r, а другая в π раз больше. Значит, все дело в том, чтобы начертить отрезок, который в π раз длиннее данного. Как известно, я не равно в

точности ни 31/7, ни 3,14, ни даже 3,14159. Ряд цифр, выражающих это число, уходит в бесконечность.

Указанная особенность числа π, его иррациональность (число называется иррациональным, если его нельзя точно выразить дробью вида

$$\frac{p}{q}$$

, где p и q – целые числа, иррациональные числа выражаются бесконечными непериодическими десятичными дробями) установлена была еще в XVIII веке математиками Ламбертом и Лежандром, которые непосредственно опирались в этом вопросе на глубокие исследования петербургского академика Эйлера (1707–1783). И все же знание иррациональности я не остановило усилий сведущих в математике «квадратуристов». Они понимали, что иррациональность π сама по себе не делает задачи безнадежной. Существуют иррациональные числа, которые геометрия умеет «строить» совершенно точно. Пусть, например, требуется начертить отрезок, который длиннее данного отрезка в

$$\sqrt{2}$$

раз. Число

$$\sqrt{2}$$

, как ил, – иррациональное. Тем не менее ничто не может быть легче, чем начертить искомый отрезок: он равен диагонали квадрата, построенного на данном отрезке.

Каждый школьник легко справляется также и с построением отрезка

$$a\sqrt{3}$$

(сторона равностороннего вписанного треугольника). Не представляет особых затруднений даже построение такого весьма сложного на вид иррационального выражения

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}},$$

потому что оно сводится к построению правильного 64-угольника.

Как видим, иррациональный множитель, входящий в данное алгебраическое выражение, не всегда делает это выражение невозможным для построения циркулем и линейкой. Неразрешимость квадратуры круга кроется не только в том, что число π – иррациональное, а в другой особенности этого же числа. Именно, число π – не алгебраическое, т. е. оно не может

быть получено в итоге решения какого бы то ни было алгебраического уравнения с рациональными коэффициентами. Такие числа называются трансцендентными.

Французский математик XVI столетия Вьета доказал, что число

$$\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots}.$$

Это выражение для я разрешало бы задачу о квадратуре круга, если бы число входящих в него операций было конечно (тогда приведенное выражение можно было бы геометрически построить). Но так как число извлечений квадратных корней в этом выражении бесконечно, то формула Вьета не помогает делу.

Итак, неразрешимость задачи о квадратуре круга обусловлена трансцендентностью числа π, т. е. тем, что оно не может получиться в итоге решения алгебраического уравнения с рациональными коэффициентами. Эта особенность числа π была строго доказана в 1882 г. немецким математиком Линдеманом. В сущности, названный ученый и должен считаться единственным человеком, разрешившим квадратуру круга, несмотря на то, что его решение – отрицательное: оно утверждает, что искомое построение геометрически невыполнимо. Таким образом, в 1882 г. завершаются многовековые усилия математиков в этом направлении, но, к сожалению, не прекращаются бесплодные попытки многочисленных любителей, недостаточно знакомых с историей задачи.

Так обстоит дело с задачей о квадратуре круга в теории. Что касается практики, то она вовсе не нуждается в точном разрешении этой знаменитой задачи. Убеждение многих, что положительное разрешение проблемы о квадратуре круга имело бы огромное значение для практической жизни, – глубокое заблуждение. Для потребностей обихода вполне достаточно располагать хорошими приближенными приемами решения этой задачи.

Практически поиски квадратуры круга стали бесполезны с того времени, как найдены были первые 7–8 верных цифр числа π. Для потребностей практической жизни вполне достаточно знать, что π = 3,1415926. Никакое измерение длины не может дать результата, выражающегося более чем семью значащими цифрами. Поэтому брать для π более восьми цифр – бесполезно: точность вычисления от этого не улучшается [55] . Если радиус выражен семью значащими цифрами, то длина окружности не

будет содержать более семи достоверных цифр, даже если взять для я сотню цифр. То, что старинные математики затратили огромный труд для получения возможно более «длинных» выражений для π, никакого практического смысла не имеет. Да и научное значение этих трудов ничтожно.

Это – попросту дело терпения. Если у вас есть охота и достаточно досуга, вы можете отыскать хоть 1000 цифр для π , пользуясь, например, следующим бесконечным рядом, найденным Лейбницем [56] :

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\ldots$$

Но это будет никому не нужное арифметическое упражнение, нисколько не изменяющее уже полученного решения знаменитой геометрической задачи.

Упомянутый ранее французский астроном Араго писал по этому поводу следующее:

«Искатели квадратуры круга продолжают заниматься решением задачи, невозможность которого ныне положительно доказана и которое, если бы даже и могло осуществиться, не представило бы никакого практического интереса. Не стоит распространяться об этом предмете: больные разумом, стремящиеся к открытию квадратуры круга, не поддаются никаким доводам».

Араго иронически заканчивает:

«Академии всех стран, борясь против искателей квадратуры, заметили, что болезнь эта обычно усиливается к весне».

Треугольник Бинга

Рассмотрим одно из приближенных решений задачи о квадратуре круга, очень удобное для надобностей практической жизни.

Способ состоит в том, что вычисляют угол a (рис. 17), под которым надо провести к диаметру *AB* хорду *AC = x,* являющуюся стороной искомого квадрата. Чтобы узнать величину этого угла, придется обратиться к тригонометрии:

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{x}{2r},$$

где *r* — радиус круга.

Значит, сторона искомого квадрата $x = 2r\cos\alpha$, площадь же его равна $4r^2\cos^2\alpha$. С другой стороны, площадь квадрата равна r^2 – площади данного круга.

Следовательно,

$4r^2\cos^2\alpha = \pi r^2$,

откуда

$$\cos^2\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} = 0{,}886.$$

По таблицам находим:

$\alpha = 27^\circ 36'$.

Итак, проведя в данном круге хорду под углом 27°36′ к диаметру, мы сразу получаем сторону квадрата, площадь которого равна площади данного круга. Практически для этого заготовляют чертежный треугольник (этот удобный способ был предложен в 1836 г. русским инженером Бингом; упомянутый чертежный треугольник носит по имени изобретателя название «треугольник Бинга»), один из острых углов которого 27°36′ (а другой – 62°24′). Располагая таким треугольником, можно для каждого данного круга сразу находить сторону равновеликого ему квадрата.

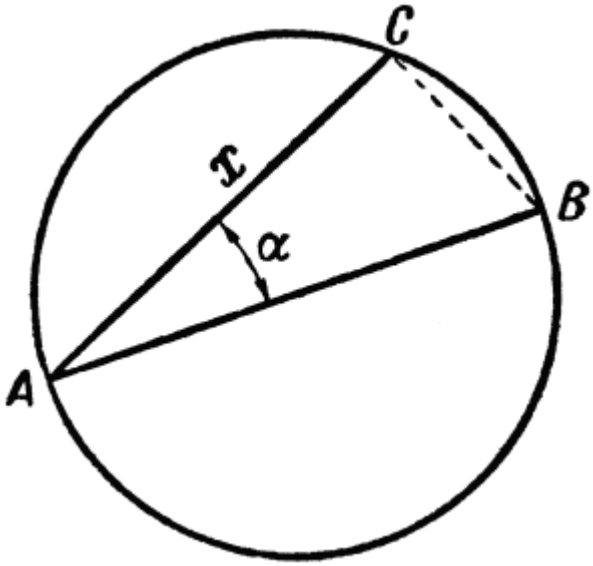


Рис. 17. Способ русского инженера Бинга (1836 г.)

Для желающих изготовить себе такой чертежный треугольник полезно следующее указание.

Так как тангенс угла 27°36′ равен 0,523, или $\frac{23}{44}$, то катеты такого треугольника относятся, как 23:44. Поэтому, изготовив треугольник, один катет которого, например, 22 см, а другой 11,5 см, мы будем иметь то, что требуется. Само собой разумеется, что таким треугольником можно пользоваться и как обыкновенным чертежным.

Тоньше паутины, но крепче стали

Поперечный разрез нити, проволоки, даже паутины, как бы мал он ни был, все же имеет определенную геометрическую форму, чаще всего форму окружности. При этом диаметр поперечного сечения или, будем говорить, толщина одной паутины составляет примерно 5 микронов

$$\left(\frac{5}{1000}\right)$$

мм. Есть ли что-нибудь тоньше паутины? Кто самая искусная «тонкопряха»? Паук или, может быть, шелковичный червь? Нет. Диаметр нити натурального шелка – 18 микронов, т. е. нить в 31/2 раза толще одной паутины.

Люди издавна мечтали о том, чтобы своим мастерством превзойти искусство паука и шелковичного червя. Известна старинная легенда об изумительной ткачихе, гречанке Арахнее. Она в таком совершенстве овладела ткацким ремеслом, что ее ткани были тонки, как паутина, прозрачны, как стекло, и легки, как воздух. С ней не могла соперничать даже сама Афина – богиня мудрости и покровительница ремесел.

Эта легенда, как и многие другие древние легенды и фантазии, в наше время стала былью. Искуснее Арахнеи оказались инженеры-химики, создавшие из обыкновенной древесины необычайно тонкое и удивительно прочное искусственное волокно. Шелковые нити, полученные, например, медноаммиачным промышленным способом, в 21/2 раза тоньше паутины, а в прочности почти не уступают нитям натурального шелка. Натуральный шелк выдерживает нагрузку до 30 кг на 1 кв. мм поперечного сечения, а медноаммиачный – до 25 кг на 1 кв. мм.

Любопытен способ изготовления медноаммиачного шелка. Древесину превращают в целлюлозу, а целлюлозу растворяют в аммиачном растворе меди. Струйки раствора через тонкие отверстия выливают в воду, вода отнимает растворитель, после чего образующиеся нити наматывают на соответствующие приспособления. Толщина нити медноаммиачного шелка – 2 микрона. На 1 микрон толще ее так называемый ацетатный, тоже искусственный, шелк. Поразительно то, что некоторые сорта ацетатного шелка крепче стальной проволоки! Если стальная проволока выдерживает нагрузку в 110 кг на один квадратный миллиметр поперечного сечения, то нить ацетатного шелка выдерживает 126 кг на 1 кв. мм.

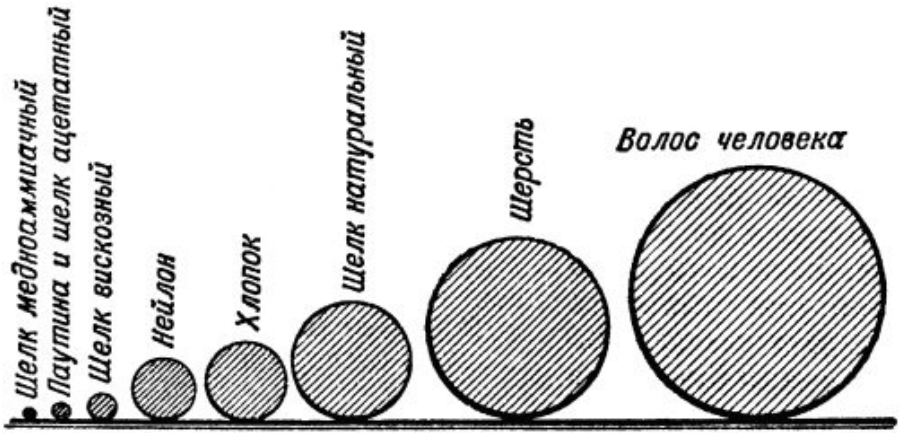


Рис. 18. Сравнительная толщина волокон

Всем вам хорошо известный вискозный шелк имеет толщину нити около 4 микронов, а предельную прочность от 20 до 62 кг на 1 кв. мм поперечного сечения. На рис. 18 приведена сравнительная толщина паутины, человеческого волоса, различных искусственных волокон, а также волокон шерсти и хлопка, а на рис. 19 – их крепость в килограммах на 1 кв. мм. Искусственное или, как его еще называют, синтетическое волокно – одно из крупнейших современных технических открытий, имеющее огромное хозяйственное значение. Вот что рассказывает инженер Буянов: «Хлопок растет медленно, и количество его зависит от климата и урожая. Производитель натурального шелка – шелковичный червь – чрезвычайно ограничен в своих возможностях. За свою жизнь он выпрядет кокон, в котором имеется лишь 0,5 г шелковой нити…

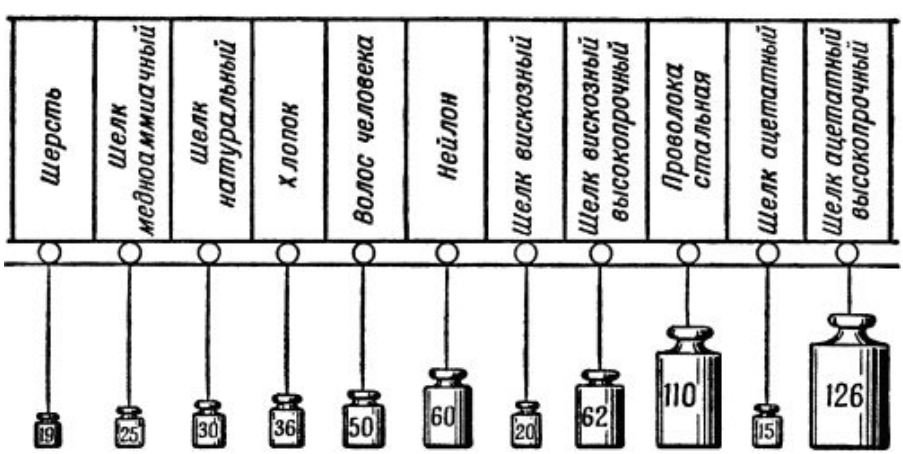


Рис. 19. Предельная прочность волокон (в кг на 1 кв. мм поперечного сечения)

Количество искусственного шелка, полученного путем

химической переработки из 1 куб. м древесины, заменяет 320 000 шелковых коконов или годовой настриг шерсти с 30 овец, или средний урожай хлопка с 1/2 га. Этого количества волокон достаточно для выработки четырех тысяч пар женских чулок или 1500 м шелковой ткани».

Две банки

Еще хуже представляем мы себе большое и малое в геометрии, где приходится сравнивать не числа, а поверхности и объемы. Каждый, не задумываясь, ответит, что 5 кг варенья больше, чем 3 кг, но не всегда сразу скажет, которая из двух банок, стоящих на столе, вместительнее.

ЗАДАЧА Которая из двух банок (рис. 20) вместительнее – правая, широкая, или левая, втрое более высокая, но вдвое более узкая?

РЕШЕНИЕ

Для многих, вероятно, будет неожиданностью, что в нашем случае высокая банка менее вместительна, нежели широкая. Между тем легко проверить это расчетом.

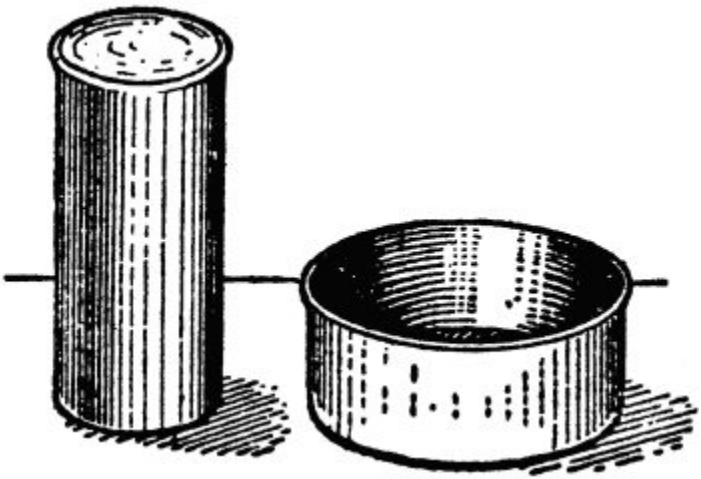


Рис. 20. Которая банка вместительнее?

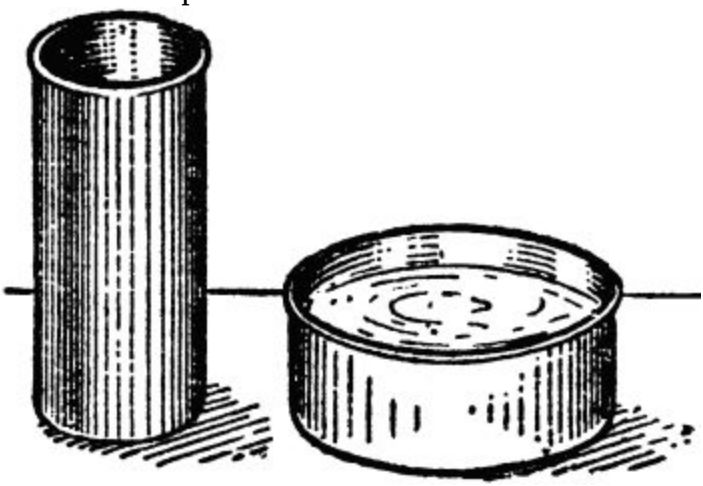


Рис. 21. Результат переливания содержимого высокой банки в широкую

Площадь основания широкой банки в 2 х 2, т. е. в четыре раза больше, чем узкой; высота же ее всего в три раза меньше. Значит, объем широкой банки в 4/3 раза больше, чем узкой. Если содержимое высокой банки перелить в широкую, оно заполнит лишь 3/4 ее объема (рис. 21).

Исполинская папироса

ЗАДАЧА

В витрине табачного треста выставлена огромная папироса, в 15 раз длиннее и в 15 раз толще обыкновенной. Если на набивку одной папиросы нормальных размеров нужно полграмма табаку, то сколько табаку понадобилось, чтобы набить исполинскую папиросу, показанную в витрине?

РЕШЕНИЕ

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 15 \times 15 = 1700 \text{ г},$$

т. е. свыше 11/2 кг.

Почему пыль и облака плавают в воздухе?

«Потому что они легче воздуха», – вот обычный ответ, который представляется многим до того бесспорным, что не оставляет никаких поводов к сомнению. Но такое объяснение при его подкупающей простоте совершенно ошибочно. Пылинки не только не легче воздуха, но они тяжелее его в сотни и даже тысячи раз.

Что такое «пылинки»? Мельчайшие частицы различных тяжелых тел: осколки камня или стекла, крупинки угля, дерева, металлов, волокна тканей и т. п. Разве все эти материалы легче воздуха? Простая справка в таблице удельных весов убедит вас, что каждый из них либо в несколько раз тяжелее воды, либо легче ее всего в два-три раза. А вода тяжелее воздуха раз в 800; следовательно, пылинки тяжелее его в несколько сот, если не тысяч раз. Теперь очевидна вся несообразность ходячего взгляда на причину плавания пылинок в воздухе.

Какова же истинная причина? Прежде всего, надо заметить, что обычно мы неправильно представляем себе самое явление, рассматривая его как *плавание.* Плавают – в воздухе (или жидкости) – только такие тела, вес которых не превышает веса равного объема воздуха (или жидкости). Пылинки же превышают этот вес во много раз, поэтому *плавать* в воздухе они не могут. Они и не плавают, а *парят,* т. е. медленно опускаются, задерживаемые в своем падении сопротивлением воздуха. Падающая пылинка должна проложить себе путь между частицами воздуха, расталкивая их или увлекая с собой. На то и другое расходуется энергия падения. Расход тем значительнее, чем больше поверхность тела (точнее – площадь поперечного сечения) по сравнению с весом. При падении крупных, массивных тел мы не замечаем замедляющего действия сопротивления воздуха, так как их вес значительно преобладает над противодействующей силой.

Но посмотрим, что происходит при уменьшении тела. Геометрия поможет нам разобраться в этом. Нетрудно сообразить, что с уменьшением объема тела вес уменьшается гораздо больше, чем площадь поперечного сечения: уменьшение веса пропорционально третьей степени линейного сокращения, а ослабление сопротивления пропорционально поверхности, т. е. второй степени линейного уменьшения.

Какое это имеет значение в нашем случае, ясно из

следующего примера. Возьмем крокетный шар диаметром в 10 см и крошечный шарик из того же материала диаметром в 1 мм. Отношение их линейных размеров равно 100, потому что 10 см больше одного миллиметра в 100 раз. Маленький шарик легче крупного в 1003 раз, т. е. в миллион раз; сопротивление же, встречаемое им при движении в воздухе, слабее только в 1002 раз, т. е. в десять тысяч раз. Ясно, что маленький шарик должен падать медленнее крупного. Короче говоря, причиной того, что пылинки держатся в воздухе, является их «парусность», обусловленная малыми размерами, а вовсе не то, что они будто бы легче воздуха. Водяная капелька радиусом 0,001 мм падает в воздухе равномерно со скоростью 0,1 мм в секунду; достаточно ничтожного, неуловимого для нас течения воздуха, чтобы помешать такому медленному падению.

Вот почему в комнате, где много ходят, пыли осаждается меньше, чем в нежилых помещениях, и днем меньше, чем ночью, хотя, казалось бы, должно происходить обратное: осаждению мешают возникающие в воздухе вихревые течения, которых обычно почти не бывает в спокойном воздухе мало посещаемых помещений.

Если каменный кубик в 1 см высотой раздробить на кубические пылинки высотой в 0,0001 см, то общая поверхность той же массы камня увеличится в 10 000 раз и во столько же раз возрастет сопротивление воздуха ее движению. Пылинки нередко достигают именно таких размеров, и понятно, что сильно возросшее сопротивление воздуха совершенно меняет картину падения.

По той же причине «плавают» в воздухе облака. Давно отвергнут устарелый взгляд, будто облака состоят из водяных пузырьков, наполненных водяным паром. Облака – скопление огромного множества чрезвычайно мелких, но сплошных водяных капелек. Капельки эти, хотя тяжелее воздуха раз в 800, все же почти не падают; они опускаются с едва заметной скоростью. Сильно замедленное падение объясняется, как и для пылинок, огромной их поверхностью по сравнению с весом.

Самый слабый восходящий поток воздуха способен поэтому не только прекратить крайне медленное падение облаков, поддерживая их на определенном уровне, но и поднять их вверх.

Главная причина, обусловливающая все эти явления, – присутствие воздуха: в пустоте и пылинки и облака (если бы могли существовать) падали бы столь же стремительно, как и тяжелые камни.

Излишне добавлять, что медленное падение человека с парашютом (около 5 м/сек) принадлежит к явлениям подобного

же порядка.

Как Пахом покупал землю

Задача Льва Толстого

Эту главу, необычное название которой станет понятным читателю из дальнейшего, начнем отрывком из общеизвестного рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли нужно».

«– А цена какая будет? – говорит Пахом.

– Цена у нас одна: 1000 руб. за день.

Не понял Пахом.

– Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?

– Мы этого, – говорит, – не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь в день, то и твое, а цена 1000 руб.

Удивился Пахом.

– Да ведь это, – говорит, – в день обойти земли много будет.

Засмеялся старшина.

– Вся твоя, – говорит. – Только один уговор, если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.

– А как же, – говорит Пахом, – отметить, где я пройду?

– А мы станем на место, где ты облюбуешь; мы стоять будем, а ты иди, делай круг, а с собой скребку возьми и, где надобно, замечай, на углах ямки рой, дерничка клади; потом с ямки на ямку плугом пройдем. Какой хочешь круг забирай, только до захода солнца приходи к тому месту, с какого взялся. Что обойдешь, все твое.

Разошлись башкирцы. Обещались завтра на зорьке собраться, до солнца на место выехать.

Приехали в степь, заря занимается. Подошел старшина к Пахому, показал рукой.

– Вот, – говорит, – все наше, что глазом окинешь. Выбирай любую.

Снял старшина шапку лисью, поставил на землю.

– Вот, – говорит, – метка будет. Отсюда поди, сюда приходи. Что обойдешь, все твое будет.

Только брызнуло из-за края солнце, вскинул Пахом скребку на плечо и пошел в степь.

Отошел с версту, остановился, вырыл ямку. Пошел дальше. Отошел еще, вырыл еще другую ямку.

Верст 5 прошел. Взглянул на солнышко, – уже время об завтраке. «Одна упряжка прошла, – думает Пахом. – А их четыре во дню, рано еще заворачивать. Дай пройду еще верст пяток, тогда влево загибать начну». Пошел еще напрямик.

«Ну, – думает, – в эту сторону довольно забрал; надо

загибать». Остановился, вырыл ямку побольше и загнул круто влево.

Прошел еще и по этой стороне много; загнул второй угол. Оглянулся Пахом на шихан (бугорок): от тепла затуманился, а сквозь мару чуть виднеются люди на шихане. «Ну, – думает, – длинны стороны взял, надо эту покороче взять». Пошел третью сторону. Посмотрел на солнце, – уж оно к полднику подходит, а по третьей стороне всего версты две прошел. И до места все те же верст 15. «Нет, – думает, – хоть кривая дача будет, а надо прямиком поспевать».

Вырыл Пахом поскорее ямку и повернул прямиком к шихану.

Идет Пахом прямо на шихан, и тяжело уж ему стало. Отдохнуть хочется, а нельзя, – не поспеешь дойти до заката. А солнце уж недалеко от края.

Идет так Пахом; трудно ему, а все прибавляет да прибавляет шагу. Шел, шел – все еще далеко; побежал рысью… Бежит Пахом, рубаха и портки от пота к телу липнут, во рту пересохло. В груди как меха кузнечные раздуваются, а сердце молотком бьет.

Бежит Пахом из последних сил, а солнце уж к краю подходит. Вот-вот закатываться станет.

Солнце близко, да и место уж вовсе недалеко. Видит шапку лисью на земле и старшину, как он на земле сидит.

Взглянул Пахом на солнце, а оно до земли дошло, уже краешком заходить стало. Наддал из последних сил Пахом, надулся, взбежал на шихан. Видит – шапка. Подкосились ноги, и упал он наперед руками, до шапки достал.

– Ай, молодец! – закричал старшина, – много земли завладел. Подбежал работник, хотел поднять его, а у него изо рта кровь течет, и он мертвый лежит…»

Отвлечемся от мрачной развязки этой истории и остановимся на ее геометрической стороне. Можно ли установить по данным, рассеянным в этом рассказе, сколько примерно десятин земли обошел Пахом? Задача – на первый взгляд как будто невыполнимая – решается, однако, довольно просто.

РЕШЕНИЕ

Внимательно перечитывая рассказ и извлекая из него все геометрические указания, нетрудно убедиться, что полученных данных вполне достаточно для исчерпывающего ответа на поставленный вопрос. Можно даже начертить план обойденного Пахомом земельного участка.

Прежде всего из рассказа ясно, что Пахом бежал по сторонам четырехугольника. О первой стороне его читаем:

«Верст пять прошел… Пройду еще верст пяток; тогда влево загибать…».

Значит, первая сторона четырехугольника имела в длину около 10 верст.

О второй стороне, составляющей прямой угол с первой, численных указаний в рассказе не сообщается.

Длина третьей стороны – очевидно, перпендикулярной ко второй, – указана в рассказе прямо: *«По третьей стороне всего версты две прошел».*

Непосредственно дана и длина четвертой стороны: *«До места все те же верст 15» [57]* .

По этим данным мы и можем начертить план обойденного Пахомом участка (рис. 22). В полученном четырехугольнике *ABCD* сторона *AB* = 10 верстам, *CD* = 2 верстам, *AD* = 15 верстам; углы *B* и C – прямые. Длину x неизвестной стороны *BC* нетрудно вычислить, если провести из *D* перпендикуляр *DE* к *AB* (рис. 23). Тогда в прямоугольном треугольнике *AED* нам известны катет *AE* = 8 верстам и гипотенуза *AD* =15 верстам.

Неизвестный катет

$$ED = \sqrt{15^2 - 8^2} = 13$$

верстам.

Итак, вторая сторона имела в длину около 13 верст. Очевидно, Пахом ошибся, считая вторую сторону короче первой.

Как видите, можно довольно точно начертить план того участка, который обежал Пахом. Несомненно, Л.Н. Толстой имел перед глазами чертеж наподобие рис. 22, когда писал свой рассказ.

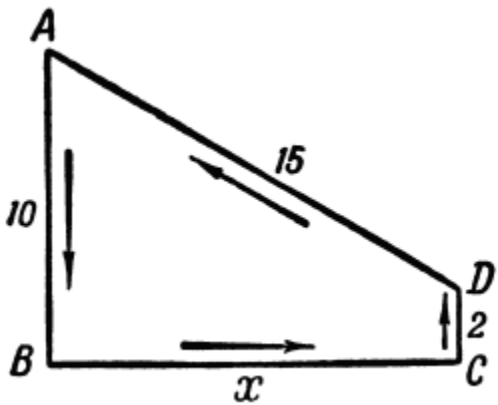


Рис. 22. Маршрут Пахома

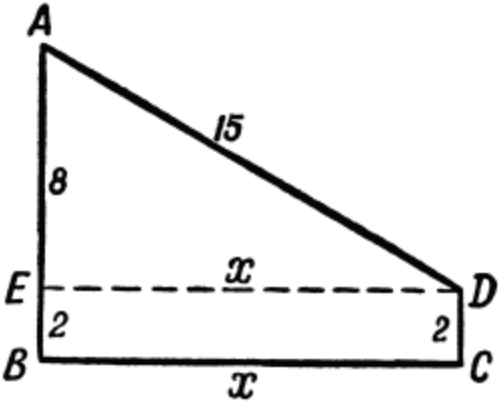


Рис. 23. Уточнение маршрута

Теперь легко вычислить и площадь трапеции *ABCD,* состоящей из прямоугольника *EBCD* и прямоугольного треугольника *AED* . Она равна

$$2 \times 13 + \frac{1}{2} \times 8 \times 13 = 78 \text{ кв. верстам.}$$

Вычисление по формуле трапеции дало бы, конечно, тот же результат:

$$\frac{AB + CD}{2} \times BC = \frac{10 + 2}{2} \times 13 = 78 \text{ кв. верстам.}$$

Мы узнали, что Пахом обежал обширный участок площадью в 78 кв. верст, или около 8000 десятин. Десятина обошлась бы ему в 12 1/2 копеек.

Трапеция или прямоугольник?

ЗАДАЧА

В роковой для своей жизни день Пахом прошел $10+13+2+15 = 40$ верст, идя по сторонам трапеции. Его первоначальным намерением было идти по сторонам прямоугольника; трапеция же получилась случайно, в результате плохого расчета. Интересно определить: выгадал ли он или прогадал от того, что участок его оказался не прямоугольником, а трапецией? В каком случае должен он был получить большую площадь земли?

РЕШЕНИЕ

Прямоугольников с обводом в 40 верст может быть очень много, и каждый имеет другую площадь. Вот ряд примеров:

$14 \times 6 = 84$ кв. верст

$13 \times 7 = 91$»»

$12 \times 8 = 96$»»

$11 \times 9 = 99$»»

Мы видим, что у всех этих фигур при одном и том же периметре в 40 верст площадь больше, чем у нашей трапеции. Однако возможны и такие прямоугольники с периметром в 40 верст, площадь которых меньше, чем у трапеции:

$18 \times 2 = 36$ кв. верст

$19 \times 1 = 19$ » »

$19\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 9\frac{3}{4}$ » »

Следовательно, на вопрос задачи нельзя дать определенного ответа. Есть прямоугольники с большей площадью, чем трапеция, но есть и с меньшей, при одном и том же обводе. Зато можно дать вполне определенный ответ на вопрос: какая из всех прямоугольных фигур с заданным периметром заключает самую большую площадь? Сравнивая наши прямоугольники, мы замечаем, что чем меньше разница в длине сторон, тем площадь прямоугольника больше. Естественно заключить, что когда этой разницы не будет вовсе, т. е. когда прямоугольник превратится в квадрат, площадь фигуры достигнет наибольшей величины. Она будет равна тогда 10 х 10 = 100 кв. верст.

Легко видеть, что этот квадрат действительно превосходит по площади любой прямоугольник одинакового с ним периметра. Пахому следовало идти по сторонам квадрата, чтобы получить

участок наибольшей площади – на 22 кв. версты больше, чем он успел охватить.

Замечательное свойство квадрата

Замечательное свойство квадрата – заключать в своих границах наибольшую площадь по сравнению со всеми другими прямоугольниками того же периметра – многим неизвестно. Приведем поэтому строгое доказательство этого положения.

Обозначим периметр прямоугольной фигуры через *P*. Если взять квадрат с таким периметром, то каждая сторона его должна равняться

$$\frac{P}{4}$$

. Докажем, что, укорачивая одну его сторону на какую-нибудь величину *b* при таком же удлинении смежной стороны, мы получим прямоугольник одинакового с ним периметра, но меньшей площади. Другими словами, докажем, что площадь

$$\left(\frac{P}{4}\right)^2$$

квадрата больше площади

$$\left(\frac{P}{4}-b\right)\left(\frac{P}{4}+b\right)$$

прямоугольника:

$$\left(\frac{P}{4}\right)^2 > \left(\frac{P}{4}-b\right)\left(\frac{P}{4}+b\right).$$

Так как правая сторона этого неравенства равна

$$\left(\frac{P}{4}\right)^2 - b^2$$

, то все выражение принимает вид

$0 > -b\,2$, или $b\,2 > 0$.

Но последнее неравенство очевидно: квадрат всякого количества, положительного или отрицательного, больше 0. Следовательно, справедливо и первоначальное неравенство, которое привело нас к этому.

Итак, квадрат имеет наибольшую площадь из всех прямоугольников с таким же периметром.

Отсюда следует, между прочим, и то, что из всех прямоугольных фигур с одинаковыми площадями квадрат имеет

наименьший периметр. В этом можно убедиться следующим рассуждением. Допустим, что это неверно и что существует такой прямоугольник *A,* который при равной с квадратом *B* площади имеет периметр меньший, чем у него. Тогда, начертив квадрат С того же периметра, как у прямоугольника *A,* мы получим квадрат, имеющий бóльшую площадь, чем у *A,* и, следовательно, большую, чем у квадрата *B.* Что же у нас вышло? Что квадрат С имеет периметр меньший, чем квадрат *B,* а площадь большую, чем он. Это очевидно невозможно: раз сторона квадрата С меньше, чем сторона квадрата *B,* то и площадь должна быть меньше. Значит, нельзя было допустить существование прямоугольника *A,* который при одинаковой площади имеет периметр меньший, чем у квадрата. Другими словами, из всех прямоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет квадрат.

Знакомство с этими свойствами квадрата помогло бы Пахому правильно рассчитать свои силы и получить прямоугольный участок наибольшей площади. Зная, что он может пройти в день без напряжения, скажем, 36 верст, он пошел бы по границе квадрата со стороной 9 верст и к вечеру был бы обладателем участка в 81 кв. версту, – на 3 кв. версты больше, чем он получил со смертельным напряжением сил. И, наоборот, если бы он наперед ограничился какой-нибудь определенной площадью прямоугольного участка, например в 36 кв. верст, то мог бы достичь результата с наименьшей затратой сил, идя по границе квадрата, сторона которого – 6 верст.

Участки другой формы

Но, может быть, Пахому еще выгоднее было бы выкроить себе участок вовсе не прямоугольной формы, а какой-нибудь другой – четырехугольной, треугольной, пятиугольной и т. д.?

Этот вопрос может быть рассмотрен строго математически; однако из опасения утомить нашего читателя мы не станем входить здесь в это рассмотрение и познакомим его только с результатами.

Можно доказать, во-первых, что из всех четырехугольников с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет квадрат. Поэтому, желая иметь четырехугольный участок, Пахом никакими ухищрениями не мог бы овладеть более чем 100 кв. верстами (считая, что максимальный дневной пробег его – 40 верст).

Во-вторых, можно доказать, что квадрат имеет большую площадь, чем всякий треугольник равного периметра. Равносторонний треугольник такого же периметра имеет площадь равную 77 кв. верстам, т. е. меньше даже, чем у той трапеции, которую Пахом обошел. Из всех треугольников с равными периметрами равносторонний обладает наибольшей площадью. Значит, если даже этот наибольший треугольник имеет площадь, меньшую площади квадрата, то все прочие треугольники того же периметра по площади меньше, чем квадрат.

Но если будем сравнивать площадь квадрата с площадью пятиугольника, шестиугольника и т. д. равного периметра, то здесь первенство его прекращается: правильный пятиугольник обладает большей площадью, правильный шестиугольник – еще большей и т. д. Легко убедиться в этом на примере правильного шестиугольника.

Избери Пахом для своего участка форму правильного шестиугольника, он при том же напряжении сил овладел бы площадью на 37 кв. верст больше, чем в действительности, и на 15 кв. верст больше, чем дал бы ему квадратный участок (но для этого, конечно, пришлось бы ему пуститься в путь с угломерным инструментом).

ЗАДАЧА Из шести спичек сложить фигуру с наибольшей площадью.

РЕШЕНИЕ Из шести спичек можно составить довольно разнообразные фигуры: равносторонний треугольник, прямоугольник, множество параллелограммов, целый ряд неправильных пятиугольников, ряд неправильных шестиугольников и, наконец, правильный шестиугольник. Геометр, не сравнивая между собой площади этих фигур, заранее

знает, какая фигура имеет наибольшую площадь: правильный шестиугольник.

Фигуры с наибольшей площадью

Можно доказать строго геометрически, что чем больше сторон у правильного многоугольного участка, тем большую площадь заключает он при одной и той же длине границ. А самую большую площадь при данном периметре охватывает окружность. Если бы Пахом бежал по кругу, то, пробежав те же 40 верст, он получил бы площадь в 127 кв. верст.

Большей площадью при данном периметре не может обладать никакая другая фигура, безразлично – прямолинейная или криволинейная.

Легко доказать справедливость и такого положения: из всех фигур равной площади круг имеет наименьший периметр. Для этого нужно применить к кругу те рассуждения, которые мы раньше приложили к квадрату.

Гвозди

ЗАДАЧА

Какой гвоздь труднее вытащить – круглый, квадратный или треугольный, – если они забиты одинаково глубоко и имеют одинаковую площадь поперечного сечения?

РЕШЕНИЕ

Будем исходить из того, что крепче держится тот гвоздь, который соприкасается с окружающим материалом по большей поверхности. У какого же из наших гвоздей большая боковая поверхность? Мы уже знаем, что при равных площадях периметр квадрата меньше периметра треугольника, а окружность меньше периметра квадрата. Если сторону квадрата принять за единицу, то вычисление дает для этих трех величин значения: 4,53; 4; 3,55. Следовательно, крепче других должен держаться треугольный гвоздь.

Таких гвоздей, однако, не изготовляют, по крайней мере в продаже они не встречаются. Причина кроется, вероятно, в том, что подобные гвозди легче изгибаются и ломаются.

Тело наибольшего объема

Свойством, сходным со свойством круга, обладает и шаровая поверхность: она имеет наибольший объем при данной величине поверхности. И наоборот, из всех тел одинакового объема наименьшую поверхность имеет шар.

Эти свойства не лишены значения в практической жизни. Шарообразный самовар обладает меньшей поверхностью, чем цилиндрический или какой-либо иной формы, вмещающий столько же стаканов, а так как тело теряет теплоту только с поверхности, то шарообразный самовар остывает медленнее, чем всякий другой того же объема. Напротив, резервуар градусника быстрее нагревается и охлаждается (т. е. принимает температуру окружающих предметов), когда ему придают форму не шарика, а цилиндра.

По той же причине земной шар, состоящий из твердой оболочки и ядра, должен уменьшаться в объеме, т. е. сжиматься, уплотняться, от всех причин, изменяющих форму его поверхности: его внутреннему содержимому должно становиться тесно всякий раз, когда наружная его форма претерпевает какое-либо изменение, отклоняясь от шара. Возможно, что этот геометрический факт находится в связи с землетрясениями и вообще с тектоническими явлениями, но об этом должны иметь суждение геологи.

Из книги «Занимательная алгебра»

Пятое действие

Алгебру называют нередко «арифметикой семи действий», подчеркивая, что к четырем общеизвестным математическим операциям она присоединяет три новых: возведение в степень и два ему обратных действия.

Наши алгебраические беседы начнутся с «пятого действия» – возведения в степень.

Вызвана ли потребность в этом новом действии практической жизнью? Безусловно. Мы очень часто сталкиваемся с ним в реальной действительности. Вспомним о многочисленных случаях вычисления площадей и объемов, где обычно приходится возводить числа во вторую и третью степени. Далее: сила всемирного тяготения, электростатическое и магнитное взаимодействия, свет, звук ослабевают пропорционально второй степени расстояния. Продолжительность обращения планет вокруг Солнца (и спутников вокруг планет) связана с расстояниями от центра обращения также степенной зависимостью: вторые степени времен обращения относятся между собою, как третьи степени расстояний.

Не надо думать, что практика сталкивает нас только со вторыми и третьими степенями, а более высокие показатели существуют только в упражнениях алгебраических задачников. Инженер, производя расчеты на прочность, сплошь и рядом имеет дело с четвертыми степенями, а при других вычислениях (например, диаметра паропровода) – даже с шестой степенью. Исследуя силу, с какой текучая вода увлекает камни, гидротехник наталкивается на зависимость также шестой степени: если скорость течения в одной реке вчетверо больше, чем в другой, то быстрая река способна перекатывать по своему ложу камни в 46, т. е. в 4096 раз более тяжелые, чем медленная [58] .

С еще более высокими степенями встречаемся мы, изучая зависимость яркости раскаленного тела – например, нити накала в электрической лампочке – от температуры. Общая яркость растет при белом калении с двенадцатой степенью температуры, а при красном – с тридцатой степенью температуры («абсолютной», т. е. считаемой от минус 273°). Это означает, что тело, нагретое, например, от 2000° до 4000° (абсолютных), т. е. в два раза сильнее, становится ярче в 212, иначе говоря, более чем в 4000 раз.

Астрономические числа

Никто, пожалуй, не пользуется так широко пятым математическим действием, как астрономы. Исследователям Вселенной на каждом шагу приходится встречаться с огромными числами, состоящими из одной-двух значащих цифр и длинного ряда нулей.

Изображение обычным образом подобных числовых исполинов, справедливо называемых «астрономическими числами», неизбежно вело бы к большим неудобствам, особенно при вычислениях. Расстояние, например, до туманности Андромеды, написанное обычным порядком, представляется таким числом километров:

95 000 000 000 000 000 000.

При выполнении астрономических расчетов приходится к тому же выражать зачастую небесные расстояния не в километрах или более крупных единицах, а в сантиметрах. Рассмотренное расстояние изобразится в этом случае числом, имеющим на пять нулей больше:

9 500 000 000 000 000 000 000 000.

Массы звезд выражаются еще большими числами, особенно если их выражать, как требуется для многих расчетов, в граммах. Масса нашего Солнца в граммах равна:

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

Легко представить себе, как затруднительно было бы производить вычисления с такими громоздкими числами и как легко было бы при этом ошибиться. А ведь здесь приведены далеко еще не самые большие астрономические числа.

Пятое математическое действие дает вычислителям простой выход из этого затруднения. Единица, сопровождаемая рядом нулей, представляет собой определенную степень десяти:

$100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $10\,0\,00 = 10^4$ и т. д.

Приведенные раньше числовые великаны могут быть поэтому представлены в таком виде:

первый…… $950 \cdot 10^{23}$

второй…… $1983 \cdot 10^{30}$

Делается это не только для сбережения места, но и для облегчения расчетов. Если бы потребовалось, например, оба эти числа перемножить, то достаточно было бы найти произведение $95 \cdot 1983 = 188\,385$ и поставить его впереди множителя $1023 + 30 = 1053$:

$950 \cdot 10^{23} \cdot 1983 \cdot 10^{30} = 188\,385 \cdot 10^{53}$.

Это, конечно, гораздо удобнее, чем выписывать сначала число

с 21 нулем, затем с 30 и, наконец, с 53 нулями, – не только удобнее, но и надежнее, так как при писании десятков нулей можно проглядеть один-два нуля и получить неверный результат.

Сколько весит весь воздух

Чтобы убедиться, насколько облегчаются практические вычисления при пользовании степенным изображением больших чисел, выполним такой расчет: определим, во сколько раз масса земного шара больше массы всего окружающего его воздуха.

На каждый кв. сантиметр земной поверхности воздух давит, мы знаем, с силой около килограмма. Это означает, что вес того столба атмосферы, который опирается на 1 кв. см, равен 1 кг. Атмосферная оболочка Земли как бы составлена вся из таких воздушных столбов; их столько, сколько кв. сантиметров содержит поверхность нашей планеты; столько же килограммов весит вся атмосфера. Заглянув в справочник, узнаем, что величина поверхности земного шара равна 510 млн. кв. км, т. е. 51·107 кв. км.

Рассчитаем, сколько квадратных сантиметров в квадратном километре. Линейный километр содержит 1000 м, по 100 см в каждом, т. е. равен 105 см, а кв. километр содержит (105)2 = 1010кв. сантиметров. Во всей поверхности земного шара заключается поэтому:

51·107 -1010 = 51·1017

кв. сантиметров. Столько же килограммов весит и атмосфера Земли. Переведя в тонны, получим:

51·1017: 1000 = 51·1017: 103 = 51·1017-3 = 51·1014.

Масса же земного шара выражается числом:

6 · 1021 тонн.

Чтобы определить, во сколько раз наша планета тяжелее ее воздушной оболочки, производим деление:

6 · 1021:51·1014 ≈ 106,

т. е. масса атмосферы составляет примерно миллионную долю массы земного шара.

Горение без пламени и жара

Если вы спросите у химика, почему дрова или уголь горят только при высокой температуре, он скажет вам, что соединение углерода с кислородом происходит, строго говоря, при *всякой* температуре, но при низких температурах процесс этот протекает чрезвычайно медленно (т. е. в реакцию вступает весьма незначительное число молекул) и потому ускользает от нашего наблюдения. Закон, определяющий скорость химических реакций, гласит, что с понижением температуры на 10° скорость реакции (число участвующих в ней молекул) *уменьшается в два раза.*

Применим сказанное к реакции соединения древесины с кислородом, т. е. к процессу горения дров. Пусть при температуре пламени 600° сгорает ежесекундно 1 грамм древесины. Во сколько времени сгорит 1 грамм дерева при 20°? Мы уже знаем, что при температуре, которая на 580 = 58–10 градусов ниже, скорость реакции меньше в

258 раз,

т. е. 1 грамм дерева сгорит в 258 секунд.

Скольким годам равен такой промежуток времени? Мы можем приблизительно подсчитать это, не производя 57 повторных умножений на два и обходясь без логарифмических таблиц. Воспользуемся тем, что

$210 = 1024 \approx 103$.

Следовательно,

$$2^{58} = 2^{60-2} = 2^{60} : \ 2^2 = \frac{1}{4} \cdot 2^{60} = \frac{1}{4} \cdot \left(2^{10}\right)^6 \approx \frac{1}{4} \cdot 10^{18} \ ,$$

т. е. около четверти триллиона секунд. В году около 30 млн., т. е. 3·107, секунд; поэтому

$$\left(\frac{1}{4} \times 10^{18}\right) : \left(3 \times 10^7\right) = \frac{1}{12} \times 10^{11} = 10^{10} \ .$$

Десять миллиардов лет! Вот во сколько примерно времени сгорел бы грамм дерева без пламени и жара.

Итак, дерево, уголь горят и при обычной температуре, не будучи вовсе подожжены. Изобретение орудий добывания огня ускорило этот страшно медленный процесс в миллиарды раз.

Разнообразие погоды

ЗАДАЧА

Будем характеризовать погоду только по одному признаку, – покрыто ли небо облаками или нет, т. е. станем различать лишь дни ясные и пасмурные. Как вы думаете, много ли при таком условии возможно недель с различным чередованием погоды?

Казалось бы, немного: пройдет месяца два, и все комбинации ясных и пасмурных дней в неделе будут исчерпаны; тогда неизбежно повторится одна из тех комбинаций, которые уже наблюдались прежде.

Попробуем, однако, точно подсчитать, сколько различных комбинаций возможно при таких условиях. Это – одна из задач, неожиданно приводящих к пятому математическому действию.

Итак: сколькими различными способами могут на одной неделе чередоваться ясные и пасмурные дни?

РЕШЕНИЕ

Первый день недели может быть либо ясный, либо пасмурный; имеем, значит, пока две «комбинации».

В течение двухдневного периода возможны следующие чередования ясных и пасмурных дней:

ясный и ясный

ясный и пасмурный

пасмурный и ясный

пасмурный и пасмурный.

Итого в течение двух дней 22 различного рода чередований. В трехдневный промежуток каждая из четырех комбинаций первых двух дней сочетается с двумя комбинациями третьего дня; всех родов чередований будет

$22 \cdot 2 = 23.$

В течение четырех дней число чередований достигнет

$23 \cdot 2 = 24.$

За пять дней возможно 25, за шесть дней 26 и, наконец, за неделю $27 = 128$ различного рода чередований.

Отсюда следует, что недель с различным порядком следования ясных и пасмурных дней имеется 128. Спустя $128 \cdot 7 = 896$ дней непременно должно повториться одно из прежде бывших сочетаний; повторение, конечно, может случиться и раньше, но 896 дней – срок, по истечении которого такое повторение неизбежно. И обратно: может пройти целых два года, даже больше (2 года и 166 дней), в течение которых ни одна неделя по погоде не будет похожа на другую.

Замо́к с секретом

ЗАДАЧА

В одном советском учреждении обнаружен был несгораемый шкаф, сохранившийся с дореволюционных лет. Отыскался и ключ к нему, но чтобы им воспользоваться, нужно было знать секрет замка; дверь шкафа открывалась лишь тогда, когда имевшиеся на двери 5 кружков с алфавитом на их ободах (36 букв) устанавливались на определенное слово. Так как никто этого слова не знал, то, чтобы не взламывать шкафа, решено было перепробовать все комбинации букв в кружках. На составление одной комбинации требовалось 3 секунды времени.

Можно ли надеяться, что шкаф будет открыт в течение ближайших 10 рабочих дней?

РЕШЕНИЕ

Подсчитаем, сколько всех буквенных комбинаций надо было перепробовать.

Каждая из 36 букв первого кружка может сопоставляться с каждой из 36 букв второго кружка. Значит, двухбуквенных комбинаций возможно

$36 \cdot 36 = 362.$

К каждой из этих комбинаций можно присоединить любую из 36 букв третьего кружка. Поэтому трехбуквенных комбинаций возможно

$362 \cdot 36 = 363.$

Таким же образом определяем, что четырехбуквенных комбинаций может быть 364, а пятибуквенных 365, или 60 466 176. Чтобы составить эти 60 с лишним миллионов комбинаций, потребовалось бы времени, считая по 3 секунды на каждую,

$3 \cdot 60\,466\,176 = 181\,398\,528$

секунд. Это составляет более 50 000 часов, или почти 6300 восьмичасовых рабочих дней – более 20 лет.

Значит, шансов на то, что шкаф будет открыт в течение ближайших 10 рабочих дней, имеется 10 на 6300, или один из 630. Это очень малая вероятность.

Итоги повторного удвоения

Разительный пример чрезвычайно быстрого возрастания самой маленькой величины при повторном ее удвоении дает общеизвестная легенда о награде изобретателю шахматной игры [59] . Не останавливаясь на этом классическом примере, приведу другие, не столь широко известные.

ЗАДАЧА

Инфузория парамеция каждые 27 часов (в среднем) делится пополам. Если бы все нарождающиеся таким образом инфузории оставались в живых, то сколько понадобилось бы времени, чтобы потомство одной парамеции заняло объем, равный объему Солнца?

Данные для расчета: 40-е поколение парамеций, не погибающих после деления, занимает в объеме 1 куб. м; объем Солнца примем равным 1027 куб. м.

РЕШЕНИЕ

Задача сводится к тому, чтобы определить, сколько раз нужно удваивать 1 куб. м, чтобы получить объем в 1027 куб. м. Делаем преобразования:

$1027 = (103)9 \approx (210)9 = 290,$

так как $210 \approx 1000$.

Значит, сороковое поколение должно претерпеть еще 90 делений, чтобы вырасти до объема Солнца. Общее число поколений, считая от первого, равно 40 + 90 = 130. Легко сосчитать, что это произойдет на 147-е сутки.

Заметим, что фактически одним микробиологом (Метальниковым) наблюдалось 8061 деление парамеции. Предоставляю читателю самому рассчитать, какой колоссальный объем заняло бы последнее поколение, если бы ни одна инфузория из этого количества не погибла…

Вопрос, рассмотренный в этой задаче, можно предложить, так сказать, в обратном виде.

Вообразим, что наше Солнце разделилось пополам, половина также разделилась пополам и т. д. Сколько понадобится таких делений, чтобы получились частицы величиной с инфузорию?

Хотя ответ уже известен читателям – 130, он все же поражает своею несоразмерной скромностью.

Мне предложили ту же задачу в такой форме.

Листок бумаги разрывают пополам, одну из полученных половин снова делят пополам и т. д. Сколько понадобится делений, чтобы получить частицы атомных размеров?

Допустим, что бумажный лист весит 1 г, и примем для веса

атома величину порядка $\frac{1}{10^{24}}$ г. Так как в последнем выражении можно заменить 1024 приближенно равным ему выражением 280, то ясно, что делений пополам потребуется всего 80, а вовсе не миллионы, как приходится иногда слышать в ответ на вопрос этой задачи.

Тремя двойками

Всем, вероятно, известно, как следует написать три цифры, чтобы изобразить ими возможно большее число. Надо взять три девятки и расположить их так:

$$9^{9^9},$$

т. е. написать третью «сверхстепень» от 9.

Число это столь чудовищно велико, что никакие сравнения не помогают уяснить себе его грандиозность. Число электронов видимой Вселенной ничтожно по сравнению с ним. В моей «Занимательной арифметике» (глава десятая) уже говорилось об этом. Возвращаюсь к этой задаче лишь потому, что хочу предложить здесь по ее образцу другую.

Тремя двойками, не употребляя знаков действий, написать возможно большее число.

РЕШЕНИЕ

Под свежим впечатлением трехъярусного расположения девяток вы, вероятно, готовы дать и двойкам такое же расположение:

$$2^{2^2}.$$

Однако на этот раз ожидаемого эффекта не получается. Написанное число невелико – меньше даже, чем 222. В самом деле: ведь мы написали всего лишь 24, т. е. 16.

Подлинно наибольшее число из трех двоек – не 222 и не 222 (т. е. 484), а

$222 = 4\,194\,304$.

Пример очень поучителен. Он показывает, что в математике опасно поступать по аналогии; она легко может повести к ошибочным заключениям.

Тремя тройками

ЗАДАЧА

Теперь, вероятно, вы осмотрительнее приступите к решению следующей задачи.

Тремя тройками, не употребляя знаков действий, написать возможно большее число.

РЕШЕНИЕ

Трехъярусное расположение и здесь не приводит к ожидаемому эффекту, так как

3^{3^3}, т.е. 3^{27}, меньше, чем 3^{33}.

Последнее расположение и дает ответ на вопрос задачи.

Тремя четверками

ЗАДАЧА

Тремя четверками, не употребляя знаков действий, написать возможно большее число.

РЕШЕНИЕ

Если в данном случае вы поступите по образцу двух предыдущих задач, т. е. дадите ответ

444,

то ошибетесь, потому что на этот раз трехъярусное расположение

$$4^{4^4}$$

как раз дает большее число. В самом деле, $44 = 256$, а 4256 больше, чем 444.

Тремя одинаковыми цифрами

Попытаемся углубиться в это озадачивающее явление и установить, почему одни цифры порождают числовые исполины при трехъярусном расположении, другие – нет. Рассмотрим общий случай.

Тремя одинаковыми цифрами, не употребляя знаков действий, изобразить возможно большее число. Обозначим цифру буквой *a.* Расположению

222, 333, 444

соответствует написание

a 10 *a* + *a* , т. е. *a* 11 *a* .

Расположение же трехъярусное представится в общем виде так:

$$a^{a^a}.$$

Определим, при каком значении *a* последнее расположение изображает большее число, нежели первое. Так как оба выражения представляют степени с равными целыми основаниями, то бóльшая величина отвечает большему показателю. Когда же

aa > 11a?

Разделим обе части неравенства на *a.* Получим:

aa-1 > 11.

Легко видеть, что *aa-1* больше 11 только при условии, что *a* больше 3, потому что

44–1 > 11,

между тем как степени

32 и 21

меньше 11.

Теперь понятны те неожиданности, с которыми мы сталкивались при решении предыдущих задач: для двоек и троек надо было брать одно расположение, для четверок и больших чисел – другое.

Четырьмя единицами

ЗАДАЧА

Четырьмя единицами, не употребляя никаких знаков математических действий, написать возможно большее число.

РЕШЕНИЕ

Естественно приходящее на ум число – 1111 – не отвечает требованию задачи, так как степень

1111

во много раз больше. Вычислять это число десятикратным умножением на 11 едва ли у кого хватит терпения. Но можно оценить его величину гораздо быстрее с помощью логарифмических таблиц.

Число это превышает 285 миллиардов и, следовательно, больше числа 1111 в 25 с лишним млн. раз.

Четырьмя двойками

ЗАДАЧА

Сделаем следующий шаг в развитии задач рассматриваемого рода и поставим наш вопрос для четырех двоек.

При каком расположении четыре двойки изображают наибольшее число?

РЕШЕНИЕ

Возможны 8 комбинаций:

$$2222,\ 222^2,\ 22^{22},\ 2^{222},$$

$$22^{2^2},\ 2^{22^2},\ 2^{2^{22}},\ 2^{2^{2^2}}.$$

Какое же из этих чисел наибольшее?

Займемся сначала верхним рядом, т. е. числами в двухъярусном расположении.

Первое – 2222, – очевидно меньше трех прочих. Чтобы сравнить следующие два —

2222 и 2222,

преобразуем второе из них:

2222 = 22211 = (222)11 = 48411.

Последнее число больше, нежели 2222, так как и основание, и показатель у степени 48411 больше, чем у степени 2222.

Сравним теперь 2222 с четвертым числом первой строки – с 2222. Заменим 2222 большим числом 3222 и покажем, что даже это большее число уступает по величине числу 2222. В самом деле,

3222 = (25)22 = 2110

– степень меньшая, нежели 2222.

Итак, наибольшее число верхней строки – 2222. Теперь нам остается сравнить между собой пять чисел – сейчас полученное и следующие четыре:

$$22^{2^2},\ 2^{22^2},\ 2^{2^{22}},\ 2^{2^{2^2}}.$$

Последнее число, равное всего 216, сразу выбывает из состязания. Далее, первое число этого ряда, равное 224 и меньшее, чем 324 или 220, меньше каждого из двух следующих. Подлежат сравнению, следовательно, три числа, каждое из которых есть степень 2. Больше, очевидно, та степень 2, показатель которой больше. Но из трех показателей

222,484 и 220 + 2 (= 210·2·22 ≈ 106·4)

последний – явно наибольший.

Поэтому наибольшее число, какое можно изобразить четырьмя двойками, таково:

$$2^{2^{22}}.$$

Не обращаясь к услугам логарифмических таблиц, мы можем составить себе приблизительное представление о величине этого числа, пользуясь приближенным равенством
$210 \approx 1000$.

В самом деле,

$$2^{22} = 2^{20} \cdot 2^2 \approx 4 \cdot 10^6,$$

$$2^{2^{22}} \approx 2^{4000000} > 10^{1200000}.$$

Итак, в этом числе – свыше миллиона цифр.

Искусство отгадывать числа

Каждый из вас, несомненно, встречался с «фокусами» по отгадыванию чисел. Фокусник обычно предлагает выполнить действия следующего характера: задумай число, прибавь 2, умножь на 3, отними 5, отними задуманное число и т. д. – всего пяток, а то и десяток действий. Затем фокусник спрашивает, что у вас получилось в результате, и, получив ответ, мгновенно сообщает задуманное вами число.

Секрет «фокуса», разумеется, очень прост, и в основе его лежат все те же уравнения.

Пусть, например, фокусник предложил вам выполнить программу действий, указанную в левой колонке следующей таблицы:

Задумай число,	x
прибавь 2,	$x + 2$
умножь результат на 3,	$3x + 6$
отними 5,	$3x + 1$
отними задуманное число,	$2x + 1$
умножь на 2,	$4x + 2$
отними 1	$4x + 1$

Затем фокусник просит вас сообщить окончательный результат и, получив его, моментально называет задуманное число. Как он это делает?

Чтобы понять это, достаточно обратиться к правой колонке таблицы, где указания фокусника переведены на язык алгебры. Из этой колонки видно, что если вы задумали какое-то число x, то после всех действий у вас должно получиться $4x + 1$. Зная это, нетрудно «отгадать» задуманное число.

Пусть, например, вы сообщили фокуснику, что получилось 33. Тогда фокусник быстро решает в уме уравнение $4x + 1 = 33$ и находит: $x = 8$. Иными словами, от окончательного результата надо отнять единицу ($33 – 1 = 32$) и затем полученное число разделить на 4 ($32: 4 = 8$); это и дает задуманное число (8). Если же у вас получилось

25, то фокусник в уме проделывает действия $25 – 1 = 24$, $24:4 = 6$ и сообщает вам, что вы задумали 6.

Как видите, все очень просто: фокусник заранее знает, что надо сделать с результатом, чтобы получить задуманное число.

Поняв это, вы можете еще более удивить и озадачить ваших

приятелей, предложив им *самим,* по своему усмотрению, выбрать характер действий над задуманным числом. Вы предлагаете приятелю задумать число и производить в любом порядке действия следующего характера: прибавлять или отнимать известное число (скажем: прибавить 2, отнять 5 и т. д.), умножать [60] на известное число (на 2, на 3 и т. п.), прибавлять или отнимать задуманное число. Ваш приятель нагромождает, чтобы запутать вас, ряд действий. Например, он задумывает число 5 (этого он вам не сообщает) и, выполняя действия, говорит:

– Я задумал число, умножил его на 2, прибавил к результату 3, затем прибавил задуманное число; теперь я прибавил 1, умножил на 2, отнял задуманное число, отнял 3, еще отнял задуманное число, отнял 2. Наконец, я умножил результат на 2 и прибавил 3.

Решив, что уже совершенно вас запутал, он с торжествующим видом сообщает вам:

– Получилось 49.

К его изумлению вы немедленно сообщаете ему, что он задумал число 5.

Как вы это делаете? Теперь это уже достаточно ясно. Когда ваш приятель сообщает вам о действиях, которые он выполняет над задуманным числом, вы одновременно действуете в уме с неизвестным x Он вам говорит: «Я задумал число…», а вы про себя твердите: «значит, у нас есть x». Он говорит: «…умножил его на 2…» (и он в самом деле производит умножение чисел), а вы про себя продолжаете: «теперь *2x*». Он говорит: «…прибавил к результату 3…», и вы немедленно следите: $2x + 3$, и т. д. Когда он «запутал» вас окончательно и выполнил все те действия, которые перечислены выше, у вас получилось то, что указано в следующей таблице (левая колонка содержит то, что вслух говорит ваш приятель, а правая – те действия, которые вы выполняете в уме):

Я задумал число,	x
умножил его на 2,	$2x$
прибавил к результату 3,	$2x + 3$
затем прибавил задуманное число,	$3x + 3$
теперь я прибавил 1,	$3x + 4$
умножил на 2,	$6x + 8$
отнял задуманное число,	$5x + 8$
отнял 3,	$5x + 5$
еще отнял задуманное число,	$4x + 5$
отнял 2,	$4x + 3$
наконец, я умножил результат на 2	$8x + 6$
и прибавил 3	$8x + 9$

В конце концов вы про себя подумали: окончательный результат $8x + 9$. Теперь он говорит: «У меня получилось 49». А у вас готово уравнение: $8x + 9 = 49$. Решить его – пара пустяков, и вы немедленно сообщаете ему, что он задумал число 5.

Фокус этот особенно эффектен потому, что не вы предлагаете те операции, которые надо произвести над задуманным числом, а сам товарищ ваш «изобретает» их.

Есть, правда, один случай, когда фокус не удается. Если, например, после ряда операций вы (считая про себя) получили $x + 14$, а затем ваш товарищ говорит: «…теперь я отнял задуманное число; у меня получилось 14», то вы следите за ним: $(x + 14) - x = 14$ – в самом деле получилось 14, но никакого уравнения нет и отгадать задуманное число вы не в состоянии. Что же в таком случае делать? Поступайте так: как только у вас получается результат, не содержащий неизвестного x, вы прерываете товарища словами: «Стоп! Теперь я могу, ничего не спрашивая, сказать, сколько у тебя получилось: у тебя 14». Это уже совсем озадачит вашего приятеля – ведь он совсем ничего вам не говорил! И, хотя вы так и не узнали задуманное число, фокус получился на славу!

Вот пример (по-прежнему в левой колонке стоит то, что говорит ваш приятель):

Я задумал число,	x
прибавил к нему 2	$x + 2$
и результат умножил на 2,	$2x + 4$
теперь я прибавил 3,	$2x + 7$
отнял задуманное число,	$x + 7$
прибавил 5,	$x + 12$
затем я отнял задуманное число...	12

В тот момент, когда у вас получилось число 12, т. е. выражение, не содержащее больше неизвестного *x,* вы и прерываете товарища, сообщив ему, что теперь у него получилось 12.

Немного поупражнявшись, вы легко сможете показывать своим приятелям такие «фокусы».

Уравнение думает за нас

Если вы сомневаетесь в том, что уравнение бывает иной раз предусмотрительнее нас самих, решите следующую задачу.

Отцу 32 года, сыну 5 лет. Через сколько лет отец будет в 10 раз старше сына?

Обозначим искомый срок через *x*. Спустя *x* лет отцу будет 32 + x лет, сыну 5 + x. И так как отец должен тогда быть в 10 раз старше сына, то имеем уравнение

32 + x = 10– (5 + x).

Решив его, получаем *x* = —*2*.

«Через минус 2 года» означает «два года назад». Когда мы составляли уравнение, мы не подумали о том, что возраст отца никогда *в будущем* не окажется в 10 раз превосходящим возраст сына – такое соотношение могло быть только *в прошлом*. Уравнение оказалось вдумчивее нас и напомнило о сделанном упущении.

Цифры 1, 5 и 6

Вероятно, все заметили, что от перемножения ряда чисел, оканчивающихся единицей или пятеркой, получается число, оканчивающееся той же цифрой. Менее известно, что сказанное относится и к числу 6. Поэтому,

между прочим, всякая степень числа, оканчивающегося шестеркой, также оканчивается шестеркой. Например, 462 = 2116; 463 = 97 3 36.

Эту любопытную особенность цифр 1, 5 и 6 можно обосновать алгебраическим путем. Рассмотрим ее для 6.

Числа, оканчивающиеся шестеркой, изображаются так:

10a + 6, 10 b + 6 и т. д.,

где a и b — целые числа.

Произведение двух таких чисел равно

100 ab + 60 b + 60a + 36 = 10 · (10 ab + 6b + 6 a) + 30 + 6 = 10 · (10 ab + 6b + 6a + 3) + 6.

Как видим, произведение составляется из некоторого числа десятков и из цифры 6, которая, разумеется, должна оказаться на конце.

Тот же прием доказательства можно приложить к

1 и к 5.

Сказанное дает нам право утверждать, что, например,

386^{2567} оканчивается на 6,
815^{723} » » 5,
491^{1732} » » 1 и т.п.

Числа 25 и 76

Имеются и двузначные числа, обладающие тем же свойством, как и числа 1, 5 и 6. Это число 25 и – что, вероятно, для многих будет неожиданностью, – число 76. Всякие два числа, оканчивающиеся на 76, дают в произведении число, оканчивающееся на 76.

Докажем это. Общее выражение для подобных чисел таково:

100*a* + 76, 100*b* + 76 и т. д.

Перемножим два числа этого вида; получим:

10 000 *ab* + 7600*b* + 7600*a* + 5776 = 10 000*аб* + 7600*b* + 7600*a* + 5700 + 76 = 100 · (100*аб* + 76*b* + 76*a* + 57) + 76.

Положение доказано: произведение будет оканчиваться числом 76.

Отсюда следует, что всякая *степень* числа, оканчивающегося на 76, есть подобное же число:

376^2 = 14 1 376, 576^3 = 191 102 9 76 и т. п.

Бесконечные «числа»

Существуют и более длинные группы цифр, которые, находясь на конце чисел, сохраняются и в их произведении. Число таких групп цифр, как мы покажем, бесконечно велико.

Мы знаем двузначные группы цифр, обладающие этим свойством: это 25 и 76. Для того чтобы найти трехзначные группы, нужно *приписать* к числу 25 или 76 спереди такую цифру, чтобы полученная трехзначная группа цифр тоже обладала требуемым свойством.

Какую же цифру следует приписать к числу 76? Обозначим ее через *к*. Тогда искомое трехзначное число изобразится:

$100\,k + 76$.

Общее выражение для чисел, оканчивающихся этой группой цифр, таково:

1000a + 100A: + 76, 10006 + 100A: + 76 и т. д.

Перемножим два числа этого вида; получим:

$1\,000\,000\,ab + 100\,000\,ak + 100\,000\,bk + 76\,000\,a + 76\,000\,b + 10\,000\,k\,2 + 15\,200\,k + 5776$.

Все слагаемые, кроме двух последних, имеют на конце не менее трех нулей. Поэтому произведение оканчивается на 100£ + 76, если разность

$15\,200\,k + 5776 - (100\,k + 76) = 15\,100\,k + 5700 = 15\,000\,k + 5000 + 100 \cdot (k + 7)$

делится на 1000. Это, очевидно, будет только при $к = 3$.

Итак, искомая группа цифр имеет вид 376. Поэтому и всякая степень числа 376 оканчивается на 376. Например:

$3762 = 14\,1\,376$.

Если мы теперь захотим найти четырехзначную группу цифр, обладающую тем же свойством, то должны будем приписать к 376 еще одну цифру спереди. Если эту цифру обозначим через l, то придем к задаче: при каком l произведение

$(10\,000a + 1000\,l + 376) \cdot (10\,000b + 1000\,l + 376)$

оканчивается на $1000\,l + 376$? Если в этом произведении раскрыть скобки и отбросить все слагаемые, которые оканчиваются на четыре нуля и более, то останутся члены

$752\,000\,l + 141\,376$.

Произведение оканчивается на $1000\,l + 376$, если разность

$752\,000\,l + 141\,376 - (1000\,l + 376) = 751\,000\,l + 141\,000 = (750\,000\,l + 140\,000) + 1000 \cdot (l + 1)$

делится на 10 000. Это, очевидно, будет только при $l = 9$.

Искомая четырехзначная группа цифр 9376. Полученную четырехзначную группу цифр можно дополнить еще одной

цифрой, для чего нужно рассуждать точно так же, как и выше. Мы получим 09 376. Проделав еще один шаг, найдем группу цифр 109 376, затем 7 109 376 и т. д.

Такое приписывание цифр слева можно производить неограниченное число раз. В результате мы получим «число», у которого *бесконечно много* цифр:

…7 109 376.

Подобные «числа» можно складывать и умножать по обычным правилам: ведь они записываются *справа налево,* а сложение и умножение («столбиком») также производятся справа налево, так что в сумме и произведении двух таких чисел можно вычислять одну цифру за другой – сколько угодно цифр.

Интересно, что написанное выше бесконечное «число» удовлетворяет, как это ни кажется невероятным, уравнению

x2 = x

В самом деле, квадрат этого «числа» (т. е. произведение его на себя) оканчивается на 76, так как каждый из сомножителей имеет на конце 76; по той же причине квадрат написанного «числа» оканчивается на 376; оканчивается на 9376 и т. д. Иначе говоря, вычисляя одну за другой цифры «числа» x2, где x =…7 109 376, мы будем получать те же цифры, которые имеются в числе x, так что x2 = x.

Мы рассмотрели группы цифр, оканчивающиеся на 76 [61] . Если аналогичные рассуждения провести для групп цифр, оканчивающихся на 5, то мы получим такие группы цифр:

5, 25, 625, 0625, 90 625, 890 625, 2 890 625 и т. д.

В результате мы сможем написать еще одно бесконечное «число»

…2 890 625,

также удовлетворяющее уравнению x2=x. Можно было бы показать, что это бесконечное «число» «равно»

$$\left(\left(\left(5^2\right)^2\right)^2\right)^2.$$

Полученный интересный результат на языке бесконечных «чисел» формулируется так: уравнение x2 = x имеет (кроме обычныхx = 0 их = 1) два «бесконечных» решения:

x=…*l* 109 376 их =…2 890 625,

а других решений (в десятичной системе счисления) не имеет.

Пифагоровы числа

Удобный и очень точный способ, употребляемый землемерами для проведения на местности перпендикулярных линий, состоит в следующем. Пусть через точку *A* требуется к прямой *MN* провести перпендикуляр (рис. 1). Откладывают от *A* по направлению *AM* три раза какое-нибудь расстояние *a.* Затем завязывают на шнуре три узла, расстояния между которыми равны 4 *a* и *5a.* Приложив крайние узлы к точкам *A* и *B,* натягивают шнур за средний узел. Шнур расположится треугольником, в котором угол *A* — прямой.

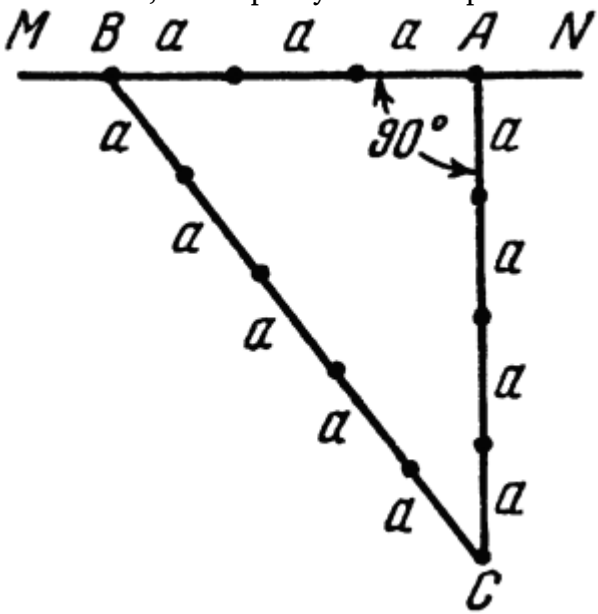


Рис. 1

Этот древний способ, по-видимому, применявшийся еще тысячелетия назад строителями египетских пирамид, основан на том, что каждый треугольник, стороны которого относятся, как 3:4:5, согласно общеизвестной теореме Пифагора, – прямоугольный, так как

32 + 42 = 52.

Кроме чисел 3, 4, 5 существует, как известно, бесчисленное множество целых положительных чисел *a, Ь, c,* удовлетворяющих соотношению

a2 + Ь2 = c2.

Они называются *пифагоровыми числами.* Согласно теореме Пифагора такие числа могут служить длинами сторон некоторого прямоугольного треугольника; поэтому *a* и *b* называют

«катетами», а *c* — «гипотенузой».
Ясно, что если *a, Ь, c* есть тройка пифагоровых чисел, то и *pa, pb, pc,* где *p* — целочисленный множитель, – пифагоровы числа. Обратно, если пифагоровы числа имеют общий множитель, то на этот общий множитель можно их все сократить, и снова получится тройка пифагоровых чисел…

Сто тысяч за доказательство теоремы

Одна задача из области неопределенных уравнений приобрела громкую известность, так как за правильное ее решение было завещано целое состояние: 100 000 немецких марок!

Задача состоит в том, чтобы доказать следующее положение, носящее название теоремы, или «великого предложения» Ферма.

Сумма одинаковых степеней двух целых чисел не может быть той же степенью какого-либо третьего целого числа. Исключение составляет лишь вторая степень, для которой это возможно.

Иначе говоря, надо доказать, что уравнение

$xn + yn = zn$

неразрешимо в целых числах для $n > 2$. Поясним сказанное. Мы видели, что уравнения

$x\,2 + y\,2 = z\,2$,

$x\,3 + y\,3 + z\,3 = t\,3$

имеют сколько угодно целочисленных решений. Но попробуйте подыскать три целых положительных числа, для которых было бы выполнено равенство $x\ 3 + y\ 3 + z\ 3$ ваши поиски останутся тщетными.

Тот же неуспех ожидает вас и при подыскании примеров для четвертой, пятой, шестой и т. д. степеней. Это и утверждает «великое предложение Ферма́».

Что же требуется от соискателей премии? Они должны доказать это положение для всех тех степеней, для которых оно верно. Дело в том, что теорема Ферма еще не доказана и висит, так сказать, в воздухе [62] .

Величайшие математики трудились над этой проблемой, однако в лучшем случае им удавалось доказать теорему лишь для того или иного отдельного показателя или для групп показателей, необходимо же найти *общее* доказательство для *всякого* целого показателя.

Замечательно, что неуловимое доказательство теоремы Ферма, по-видимому, однажды уже было найдено, но затем вновь утрачено. Автор теоремы, гениальный математик XVII в. Пьер Ферма [63] , утверждал, что ее доказательство ему известно. Свое «великое предложение» он записал (как и ряд других теорем из теории чисел) в виде заметки на полях сочинения Диофанта, сопроводив его такой припиской:

«Я нашел поистине удивительное доказательство этого

предложения, но здесь мало места, чтобы его привести».

Ни в бумагах великого математика, ни в его переписке, нигде вообще в другом месте следов этого доказательства найти не удалось.

Последователям Ферма́ пришлось идти самостоятельным путем.

Вот результаты этих усилий: Эйлер (1797) доказал теорему Ферма́ для третьей и четвертой степеней; для пятой степени ее доказал Лежандр (1823), для седьмой [64] – Ламе и Лебег (1840). В 1849 г. Куммер доказал теорему для обширной группы степеней и, между прочим, – для всех показателей, меньших ста. Эти последние работы далеко выходят за пределы той области математики, какая знакома была Ферма, и становится загадочным, как мог последний разыскать общее доказательство своего «великого предложения». Впрочем, возможно, он ошибался.

Интересующимся историей и современным состоянием задачи Ферма́ можно рекомендовать брошюру А.Я. Хинчина «Великая теорема Ферма». Написанная специалистом, брошюра эта предполагает у читателя лишь элементарные знания из математики.

Шестое действие

Сложение и умножение имеют по одному обратному действию, которые называются вычитанием и делением. Пятое математическое действие – возведение в степень – имеет *два* обратных: разыскание основания и разыскание показателя. Разыскание основания есть *шестое* математическое действие и называется извлечением корня. Нахождение показателя – *седьмое* действие – называется логарифмированием. Причину того, что возведение в степень имеет два обратных действия, в то время как сложение и умножение – только по одному, понять нетрудно: оба слагаемых (первое и второе) равноправны, их можно поменять местами; то же верно относительно умножения; однако числа, участвующие в возведении в степень, т. е. основание и показатель степени, неравноправны между собой; переставить их, вообще говоря, нельзя (например, $35 \neq 53$). Поэтому разыскание каждого из чисел, участвующих в сложении и умножении, производится одинаковыми приемами, а разыскание основания степени и показателя степени выполняется различным образом.

Алгебраические комедии

ЗАДАЧА 1

Шестое математическое действие дает возможность разыгрывать настоящие алгебраические комедии и фарсы на такие сюжеты, как 2–2 = 5,2 = 3 и т. п. Юмор подобных математических представлений кроется в том, что ошибка – довольно элементарная – несколько замаскирована и не сразу бросается в глаза. Исполним две пьесы этого комического репертуара из области алгебры.

Первая:

2 = 3.

На сцене сперва появляется неоспоримое равенство 4-10 = 9-15.

В следующем «явлении» к обеим частям равенства прибавляется по равной величине

$$6\frac{1}{4};$$

$$4-10+6\frac{1}{4}=9-15+6\frac{1}{4}$$

Дальнейший ход комедии состоит в преобразованиях:

$$2^2-2\cdot 2\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2=3^2-2\cdot 3\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2,$$

$$\left(2-\frac{5}{2}\right)^2=\left(3-\frac{5}{2}\right)^2.$$

Извлекая из обеих частей равенства квадратный корень, получают:

$$2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2}.$$

Прибавляя по

$$\frac{5}{2}$$

к обеим частям, приходят к нелепому равенству

2 = 3.

В чем же кроется ошибка?

РЕШЕНИЕ

Ошибка проскользнула в следующем заключении: из того, что

$$\left(2-\frac{5}{2}\right)^2=\left(3-\frac{5}{2}\right)^2,$$

был сделан вывод, что

$$2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2}.$$

Но из того, что квадраты равны, вовсе не следует, что равны первые степени. Ведь (—5)2 = 52, но —5 не равно 5. Квадраты могут быть равны и тогда, когда первые степени разнятся знаками. В нашем примере мы имеем именно такой случай:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

но

$$-\frac{1}{2}$$

не равно $\frac{1}{2}$.

ЗАДАЧА 2

Другой алгебраический фарс (рис. 2)

2-2 = 5

разыгрывается по образцу предыдущего и основан на том же трюке. На сцене появляется не внушающее сомнения равенство

16 – 36 = 25–45.

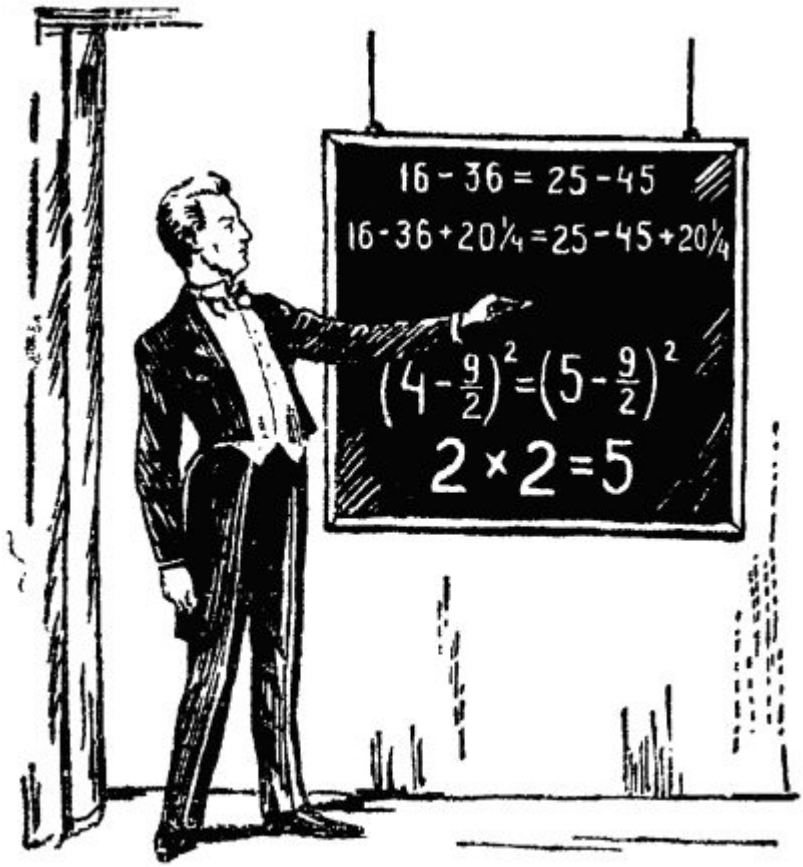


Рис. 2

Прибавляются равные числа:

$$16 - 36 + 20\frac{1}{4} = 25 - 45 + 20\frac{1}{4},$$

и делаются следующие преобразования:

$$4^2 - 2\cdot 4\cdot\frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2\cdot 5\cdot\frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2,$$

$$\left(4-\frac{9}{2}\right)^2 = \left(5-\frac{9}{2}\right)^2.$$

Затем с помощью того же незаконного заключения переходят к финалу:

$$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2},$$

$4 = 5,$

$2 \cdot 2 = 5.$

Эти комические случаи должны предостеречь малоопытного математика от неосмотрительных операций с уравнениями, содержащими неизвестное под знаком корня.

Предусмотрительность уравнений

…Приведем пример, когда уравнение оказывается словно предусмотрительнее того, кто его составил.

Мяч брошен вверх со скоростью 25 м в секунду. Через сколько секунд он будет на высоте 20 м над землей?

РЕШЕНИЕ

Для тел, брошенных вверх при отсутствии сопротивления воздуха, механика устанавливает следующее соотношение между высотой подъема тела над землей (h), начальной скоростью (v), ускорением тяжести (g) и временем (t):

$$h = vt - \frac{gt^2}{2}.$$

Сопротивлением воздуха мы можем в данном случае пренебречь, так как при незначительных скоростях оно не столь велико. Ради упрощения расчетов примем g равным не 9,8 м, а 10 м (ошибка всего в 2 %). Подставив в приведенную формулу значения h, v и g, получаем уравнение

$$20 = 25t - \frac{10t^2}{2},$$

а после упрощения

$t\,2 - 5\,t + 4 = 0$. Решив уравнение, имеем:

$t\,1 = 1$ и $t\,2 = 4$.

Мяч будет на высоте 20 м дважды: через 1 секунду и через 4 секунды.

Это может, пожалуй, показаться невероятным, и, не вдумавшись, мы готовы второе решение отбросить. Но так поступить было бы ошибкой! Второе решение имеет полный смысл; мяч должен действительно дважды побывать на высоте 20 м: раз при подъеме и вторично при обратном падении. Легко рассчитать, что мяч при начальной скорости 25 м в секунду должен лететь вверх 2.5 секунды и залететь на высоту 31,25 м. Достигнув через 1 секунду высоты 20 м, мяч будет подниматься еще 1.5 секунды, затем столько же времени опускаться вниз снова до уровня 20 м и, спустя секунду, достигнет земли.

Седьмое действие

Мы упоминали уже, что пятое действие – возвышение в степень – имеет два обратных. Если

$ab = c$,

то разыскание a есть одно обратное действие – извлечение корня; нахождение же b — другое, логарифмирование. Полагаю, что читатель этой книги знаком с основами учения о логарифмах в объеме школьного курса. Для него, вероятно, не составит труда сообразить, чему, например, равно такое выражение:

$$a^{\lg_a b}.$$

Нетрудно понять, что если основание логарифмов a возвысить в степень логарифма числа b , то должно получиться это число b .

Для чего были придуманы логарифмы? Конечно, для ускорения и упрощения вычислений. Изобретатель первых логарифмических таблиц, Непер, так говорит о своих побуждениях:

«Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики».

В самом деле, логарифмы чрезвычайно облегчают и ускоряют вычисления, не говоря уже о том, что они дают возможность производить такие операции, выполнение которых без их помощи очень затруднительно (извлечение корня любой степени).

Не без основания писал Лаплас, что «изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней, словно удваивает жизнь астрономов». Великий математик говорит об астрономах, так как им приходится делать особенно сложные и утомительные вычисления. Но слова его с полным правом могут быть отнесены ко всем вообще, кому приходится иметь дело с числовыми выкладками.

Нам, привыкшим к употреблению логарифмов и к доставляемым ими облегчениям выкладок, трудно представить себе то изумление и восхищение, которое вызвали они при своем появлении. Современник Непера, Бригг, прославившийся позднее изобретением десятичных логарифмов, писал, получив сочинение Непера: «Своими новыми и удивительными логарифмами Непер заставил меня усиленно работать и головой и руками. Я надеюсь увидеть его летом, так как никогда не читал книги, которая нравилась бы мне больше и приводила бы в большее изумление». Бригг осуществил свое намерение и направился в Шотландию, чтобы посетить изобретателя логарифмов. При встрече Бригг

сказал:
«Я предпринял это долгое путешествие с единственной целью видеть вас и узнать, помощью какого орудия остроумия и искусства были вы приведены к первой мысли о превосходном пособии для астрономии – логарифмах. Впрочем, теперь я больше удивляюсь тому, что никто не нашел их раньше, – настолько кажутся они простыми после того, как о них узнаешь».

Логарифмы на эстраде

Самый поразительный из номеров, выполняемых перед публикой профессиональными счетчиками, без сомнения, следующий. Предуведомленные афишей, что счетчик-виртуоз будет извлекать в уме корни высоких степеней из многозначных чисел, вы заготовляете дома путем терпеливых выкладок 31-ю степень какого-нибудь числа и намерены сразить счетчика 35-значным числовым линкором. В надлежащий момент вы обращаетесь к счетчику со словами:

– А попробуйте извлечь корень 31-й степени из следующего 35-значного числа! Запишите, я продиктую.

Виртуоз-вычислитель берет мел, но прежде чем вы успели открыть рот, чтобы произнести первую цифру, у него уже написан результат: 13.

Не зная числа, он извлек из него корень, да еще 31-й степени, да еще в уме, да еще с молниеносной быстротой!..

Вы изумлены, уничтожены, а между тем во всем этом нет ничего сверхъестественного. Секрет просто в том, что существует только *одно* число, именно 13, которое в 31-й степени дает 35-значный результат. Числа, меньшие 13, дают меньше 35 цифр, большие – больше.

Откуда, однако, счетчик знал это? Как разыскал он число 13? Ему помогли логарифмы, *двузначные* логарифмы, которые он помнит наизусть для первых 15–20 чисел. Затвердить их вовсе не так трудно, как кажется, особенно если пользоваться тем, что логарифм составного числа равен сумме логарифмов его простых множителей. Зная твердо логарифмы 2, 3 и 7 (напомним, что

$$\lg 5 = \lg \frac{10}{2} = 1 - \lg 2$$

, вы уже знаете логарифмы чисел первого десятка; для второго десятка требуется помнить логарифмы еще четырех чисел.

Как бы то ни было, эстрадный вычислитель мысленно располагает следующей табличкой двузначных логарифмов.

Числа	Лог.	Числа	Лог.
2	0,30	11	1,04
3	0,48	12	1,08
4	0,60	13	1,11
5	0,70	14	1,15
6	0,78	15	1,18
7	0,85	16	1,20
8	0,90	17	1,23
9	0,95	18	1,26
		19	1,28

Изумивший вас математический трюк состоял в следующем:

$$\lg \sqrt[31]{(35\ цифр)} = \frac{34,\ldots}{31}.$$

Искомый логарифм может заключаться между

$$\frac{34}{31} \text{ и } \frac{34,99}{31}, \text{ или между } 1,09 \text{ и } 1,13.$$

В этом интервале имеется логарифм только одного целого числа, именно 1,11 – логарифм 13. Таким путем и найден ошеломивший вас результат. Конечно, чтобы быстро проделать все это в уме, надо обладать находчивостью и сноровкой профессионала, но, по существу, дело, как видите, достаточно просто. Вы и сами можете теперь проделывать подобные фокусы, если не в уме, то на бумаге.

Пусть вам предложена задача: извлечь корень 64-й степени из 20-значного числа.

Не осведомившись о том, что это за число, вы можете объявить результат извлечения: корень равен 2.

В самом деле

$$\lg \sqrt[64]{(20\ цифр)} = \frac{19,\ldots}{64}$$

; он должен, следовательно, заключаться между

$$\frac{19}{64}$$

и

$$\frac{19,99}{64}$$

, т. е. между 0,29 и 0,32. Такой логарифм для целого числа только один: 0,30…, т. е. логарифм числа 2.

Вы даже можете окончательно поразить загадчика, сообщив ему, какое число он собирался вам продиктовать: знаменитое «шахматное» число

$264 =$ 18 446 744 073 709 551 616.

Из книги «Занимательная арифметика. Загадки и диковинки в мире чисел»

Позволю себе начать с задачи, которую я придумал лет пятнадцать тому назад для читателей одного распространенного тогда журнала в качестве «задачи на премию». Вот она:

Загадочная автобиография

В бумагах одного чудака-математика найдена была его автобиография. Она начиналась следующими строками:

«Я окончил курс университета 44-х лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком, я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в возрасте – всего 11 лет – способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из 10 детей. Жалованья я получал в месяц всего 200 рублей, из которых 1/10 приходилось отдавать сестре, так что мы с детьми жили на 130 руб. в месяц» и т. д.

Чем объяснить странные противоречия в числах этого отрывка?

Решение задачи подсказывается названием этой главы: недесятичная система счисления – вот единственная причина кажущейся противоречивости приведенных чисел. Напав на эту мысль, нетрудно догадаться, в какой именно системе счисления изображены числа чудаком-математиком. Секрет выдается фразой: «спустя год (после 44 лет), 100-летним молодым человеком…» Если от прибавления одной единицы число 44 преображается в 100, то, значит, цифра 4 – наибольшая в этой системе (как 9 – в десятичной), а, следовательно, основанием системы является 5. Чудаку-математику пришла фантазия написать все числа своей биографии по пятиричной системе счисления, т. е. по такой, в которой единица высшего разряда не в 10, а в 5 раз больше единицы низшего; на первом справа месте стоят в ней простые единицы (не свыше четырех), на втором – не десятки, а пятерки; на третьем не сотни, а «двадцати-пятерки», и т. д. Поэтому число, изображенное в тексте записки «44», означает не 4 х 10 + 4, как в десятичной системе, а 4 х 5 + 4, т. е. 24.

Точно так же число «100» в автобиографии означает одну единицу третьего разряда в пятиричной системе, т. е. 25. Остальные числа записки соответственно означают:

«34» = 3 × 5+4 = 19
«11» = 5 + 1 = 6
«200» = 2 × 25 = 50
«10» = 5
«1/10» = 1/5
«130» = 25 + 3 × 5 = 40

Восстановив истинный смысл чисел записки, мы видим, что в ней никаких противоречий нет:

«Я окончил курс 24 лет от роду. Спустя год, 25-летним молодым человеком, я женился на 19-летней девушке. Незначительная разница в возрасте – всего 6 лет – способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет, у меня была уже и маленькая семья из 5 детей. Жалованья я получал 50 рублей, из которых 1/5 приходилось отдавать сестре, так что мы с детьми жили на 40 руб. в месяц».

Трудно ли изображать числа в других системах счисления? Нисколько. Положим, вы желаете число 119 изобразить в пятиричной системе. Делите 119 на 5, чтобы узнать, сколько в нем единиц первого разряда:

119: 5 = 23, остаток 4.

Значит, число простых единиц будет 4. Далее, 23 пятерки не могут стоять все во втором разряде, так как высшая цифра в пятиричной системе – 4, и больше 4 единиц ни в одном разряде быть не должно. Делим поэтому 23 на 5:

23: 5 = 4, остаток 3.

Это показывает, что во втором разряде («пятерок») будет цифра 3, а в третьем («двадцатипятерок») – 4. Итак, 119 = 4x25 + 3x5 + 4, или в пятиричной системе – «434».

Простейшая система счисления

Нетрудно сообразить, что в каждой системе высшая цифра, какая может понадобиться, равна основанию этой системы без единицы. Например, в десятичной системе высшая цифра 9, в шестиричной – 5, в троичной – 2, в пятнадцатиричной – 14, и т. д.

Самая простая система счисления, конечно, та, для которой требуется всего меньше цифр. В десятичной системе нужны 10 цифр (считая и 0), в пятиричной – всего 5 цифр, в троичной – 3 цифры (1, 2 и 0), в двоичной – только 2 цифры (1 и 0).

Существует ли и «единичная» система? Конечно: это система, в которой единицы высшего разряда в один раз больше единицы низшего, т. е. равны ей; другими словами, «единичной» можно назвать такую систему, в которой единицы всех разрядов имеют одинаковое значение. Это самая примитивная «система»; ею пользовался первобытный человек, делая на дереве зарубки по числу сосчитываемых предметов. Но между нею и всеми другими системами счета есть громадная разница: она лишена главного преимущества нашей нумерации – так называемого поместного значения цифр. Действительно: в «единичной» системе знак, стоящий на третьем или на пятом месте, имеет то же значение, что и стоящий на первом месте. Между тем даже в двоичной системе единица на третьем месте (справа) уже в 4 раза (2 х 2) больше, чем на первом, а на пятом – в 16 раз больше (2 х 2 х 2 х 2). Для изображения какого-нибудь числа по «единичной» системе нужно ровно столько же знаков, сколько было сосчитано предметов: чтобы записать сто предметов, нужно сто знаков, в двоичной же – только семь («1100100»), а в пятиричной – всего три («400»).

Вот почему «единичную» систему едва ли можно назвать «системой», по крайней мере, ее нельзя поставить рядом с остальными, так как она принципиально от них отличается, не давая никакой экономии в изображении чисел. Если же ее откинуть, то простейшей системой счисления нужно признать систему двоичную, в которой употребляются всего две цифры:

1 и 0. При помощи единицы и нуля можно изобразить все бесконечное множество чисел. На практике система эта мало удобна – получаются слишком длинные числа; но теоретически она имеет все права считаться простейшей…

Арифметическая кунсткамера

В мире чисел, как и в мире живых существ, встречаются подлинные диковинки, редкие экземпляры, обладающие исключительными свойствами. Из таких необыкновенных чисел можно было бы составить своего рода музей числовых редкостей, настоящую «арифметическую кунсткамеру». В ее витринах нашли бы себе место не только числовые исполины, но и числа скромных размеров, зато выделяющиеся из ряда других какими-либо необычайными свойствами. Некоторые из них уже по внешности привлекают к себе интерес и внимание; другие открывают свои диковинные особенности лишь при более близком знакомстве.

Представленные в нашей «галерее» любопытные особенности некоторых чисел не имеют ничего общего с теми воображаемыми диковинками, которые усматривают в иных числах любители таинственного. Образчиком подобных числовых суеверий может служить следующее арифметическое соображение, неосторожно высказанное знаменитым французским писателем Виктором Гюго:

«Три – число совершенное. Единица для числа 3 то же, что диаметр для круга. Среди прочих чисел 3 то же, что круг среди фигур. Число 3 – единственное, имеющее центр. Остальные числа – эллипсы, имеющие два фокуса. Отсюда следующая особенность, присущая единственно числу 3: сложите цифры любого числа, кратного 3, сумма всегда делится без остатка на 3».

В этом туманном и мнимо глубокомысленном откровении все неверно: что ни фраза, то либо вздор, либо вовсе бессмыслица. Верно только замечание о свойстве суммы цифр, но свойство это не вытекает из сказанного и к тому же не представляет исключительной особенности числа 3: им отличается в десятичной системе также и число 9, а во всех вообще системах – числа, на единицу меньшие основания.

Диковинки нашей галереи – иного рода: в них нет ничего таинственного или неразгаданного.

Приглашаю читателя пройтись со мною по галерее таких числовых диковинок и познакомиться с некоторыми из них.

Пройдем, не останавливаясь, мимо первых витрин, заключающих числа, свойства которых нам уже знакомы. Мы знаем уже, почему попало в арифметическую кунсткамеру число 2: не потому, что оно первое четное число (первым четным числом можно, впрочем, считать не 2, а 0), а потому, что оно – основание самой удобной системы счисления.

Не удивимся мы, встретив здесь 5 – одно из наших любимейших чисел, играющее важную роль при всяких «округлениях». Не будет неожиданностью для нас найти здесь и число 9, – конечно, не как символ постоянства [65] , а как число, облегчающее нам поверку арифметических действий. Но вот витрина, за стеклом которой мы видим

Число 12

Чем оно замечательно? Это число месяцев в году и число единиц в дюжине. Но что, в сущности, особенного в дюжине? Не многим известно, что 12 – старинный и едва не победивший соперник числа 10 за почетный пост основания системы счисления. Культурнейший народ древнего Востока – вавилоняне и их предшественники, населявшие Двуречье, вели счет в двенадцатиричной системе счисления. И если бы не пересилившее влияние Индии, подарившей нам десятичную систему, мы, вероятно, унаследовали бы от Вавилона двенадцатиричную систему. Кое в чем мы и до сих пор платим дань этой системе, несмотря на победу десятичной. Наше пристрастие к дюжинам и россам [66] , наше деление суток на 2 дюжины часов, деление часа на 5 дюжин минут, деление минуты на столько же секунд, наконец, деление фута на 12 дюймов (фут равен 30,479 см) – не свидетельствует разве все это (и многое другое) о том, как велико в наши дни влияние этой древней системы.

Хорошо ли, что в борьбе между дюжиной и десяткой победила последняя? Конечно, сильными союзницами десятки были и остаются наши собственные руки с десятью пальцами – живые счетные машины. Но если бы не это, то следовало бы безусловно отдать предпочтение 12 перед 10. Гораздо удобнее производить расчеты по двенадцатиричной системе, нежели по десятичной. Причина та, что число 10 делится без остатка только на 2 и на 5, между тем как 12 делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 6. У 10 всего два делителя, у 12 – четыре. Преимущества двенадцатиричной системы станут вам яснее, если вы примете в соображение, что в 12-ричной системе число, оканчивающееся нулем, кратно и 2, и 3, и 4, и 6: подумайте, как удобно дробить число, когда и 1/2, и 1/3, и 1/4 и 1/6 его должны быть целыми числами. Если же выраженное в двенадцатиричной системе число оканчивается двумя нулями, то оно должно делиться без остатка на 144, а следовательно, и на все множители 144, т. е. на следующий длинный ряд чисел:

2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144.

Четырнадцать делителей – вместо тех восьми, которые имеют числа, написанные в 10-тичной системе, если оканчиваются двумя нулями (2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 и 100). В нашей системе только дроби вида 1/2, 1/4, 1/5, 1/20 и т. д. превращаются в конечные десятичные; в двенадцатиричной же системе можно написать без знаменателя гораздо более разнообразные дроби, и

прежде всего дроби: 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/9, 1/12, 1/36, 1/18, 1/24, 1/36, 1/48, 1/72, 1/344, которые соответственно изобразятся так:

0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,16; 0,14; 0,1; 0,09; 0,08; 0,06; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01.

Было бы, однако, большим заблуждением думать, что делимость числа может зависеть от того, в какой системе счисления оно изображено. Если орехи, заключающиеся в данном мешке, могут быть разложены в пять одинаковых куч, то это свойство их, конечно, не изменится от того, будет ли число орехов в мешке выражено числом в той или иной системе счисления, или отложено на счетах, или написано прописью, или, наконец, изображено каким-либо иным способом. Если число, написанное в двенадцатиричной системе, делится на 6 или на 72, то, будучи выражено в другой системе счисления, например в десятичной, оно должно иметь те же делители. Разница лишь в том, что в двенадцатиричной системе делимость на 6 или на 72 легче обнаружить (число оканчивается одним или двумя нолями). Когда говорят о преимуществе двенадцатиричной системы в смысле делимости на большее число делителей, то имеют в виду, что, благодаря склонности нашей к «круглым» числам, на практике будут чаще встречаться числа, оканчивающиеся в двенадцатиричной системе нолями.

При таких очевидных преимуществах двенадцатиричной системы неудивительно, что среди математиков раздавались голоса за полный переход на двенадцатиричную систему. Однако мы уже чересчур тесно сжились с десятичной системой, чтобы решаться на такую реформу.

Великий французский математик Лаплас так высказался по этому вопросу 100 лет назад: «Основание нашей системы нумерации не делится на 3 и на 4, то есть на два делителя, весьма употребительные по их простоте. Присоединение двух новых знаков (цифр) дало бы системе счисления это преимущество; но такое нововведение было бы, несомненно, отвергнуто. Мы потеряли бы выгоду, породившую нашу арифметику, – именно возможность счета по пальцам рук».

Напротив, следовало бы ради единообразия перейти также в измерении дуг от употребительных градусов и минут к новым, десятичным.

Такую реформу пытались провести во Франции, но она не привилась. Не кто иной, как упомянутый Лаплас, был горячим сторонником этой реформы. Его знаменитая книга «Изложение системы мира» последовательно проводит десятичное подразделение углов: градусом он называет не 90-ю, а 100-ю

долю прямого угла, минутой – 100-ю часть градуса и т. д. Лаплас высказался даже за десятичное подразделение часов и минут. «Однообразие системы мер требует, чтобы день был разделен на 100 часов, час на 100 минут и минута на 100 секунд», – писал он.

Вы видите, следовательно, что дюжина имеет за собой длинную историю и что число 12 не без основания очутилось в галерее числовых диковинок. Зато его соседка – «чертова дюжина», 13, фигурирует здесь не потому, что чем-либо замечательна, а скорее именно потому, что ничем не замечательна, хотя и пользуется такой мрачной славой: разве не удивительно в самом деле, что ровно ничем не выделяющееся число могло стать столь «страшным» для суеверных людей?

Как было распространено это суеверие (зародившееся в древнем Вавилоне), видно из того, что царское правительство при устройстве электрического трамвая в Петербурге долго не решалось вводить маршрут № 13 и пропустило его, перейдя сразу на № 14: власти думали, что публика не станет ездить в вагонах с таким «роковым» номером. Любопытно и то, что в Петербурге было немало домов, где 13-й номер квартиры был пропущен… В гостинице также нередко отсутствовала комната № 13, заменяемая № 12а. Для борьбы с этим ничем не обоснованным числовым суеверием кое-где на Западе (например, в Англии) учреждались даже особые «клубы числа 13»…

В следующей витрине арифметической кунсткамеры перед нами

Число 365

Оно замечательно не только тем, что определяет число дней в году. Прежде всего, оно при делении на 7 дает в остатке 1; эта несущественная, казалось бы, особенность числа 365 имеет большое значение для нашего семидневного календаря.

Другая особенность числа 365 не связана с календарем:

$365 = 10 \times 10 + 11 \times 11 + 12 \times 12$,

то есть 365 равно сумме квадратов трех последовательных чисел, начиная с 10-ти:

$102 + 112 + 122 = 100 + 121 + 144 = 365$.

Но и это еще не все – тому же равна сумма квадратов двух следующих чисел – 13 и 14:

$132 + 142 = 169 + 196 = 365$.

На этом свойстве числа 365 основана задача С.А. Рачинского, изображенная на известной картине «Трудная задача» Богданова-Вельского:

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}.$$

Таких чисел не много наберется в нашей галерее арифметических диковинок.

Три девятки

В следующей витрине выставлено наибольшее из всех трехзначных чисел: 999.

Любопытная особенность числа 999 проявляется при умножении на него всякого другого трехзначного числа. Получается шестизначное произведение: первые три цифры которого есть умножаемое число, только уменьшенное на единицу, а остальные три цифры – дополнения первых до 9. Например:

$$573 \times 999 \underset{999}{\overset{572}{=}} 572427 .$$

Стоит лишь взглянуть на следующую строку, чтобы понять происхождение этой особенности:

$$573 \times 999 = 573 \times (1000 - 1) = \left\{ \begin{array}{r} 573000 \\ - \quad 573 \\ \hline 572427 \end{array} \right. .$$

Зная эту особенность, мы можем «мгновенного» умножать любое трехзначное число на 999:

947 x 999 = 846153

509 x 999 = 508491

981 x 999 = 980019 и т. д.

А так как

999 = 9 x 111 = 3 x 3 x 3 x 37,

то вы можете, опять-таки с молниеносной быстротой, писать целые колонны шестизначных чисел, кратных 37; незнакомый со свойствами числа 999, конечно, сделать этого не в состоянии. Короче говоря, вы можете устраивать перед непосвященными маленькие сеансы «мгновенного умножения и деления».

Число Шехеразады

Следующим на очереди у нас 1001, прославленное число Шехеразады. Вы, вероятно, и не подозревали, что в самом названии сборника волшебных арабских сказок заключается также своего рода чудо, которое могло бы поразить воображение сказочного султана не менее многих других чудес Востока, если бы он способен был интересоваться арифметическими диковинками.

Чем же так замечательно число 1001? С виду оно кажется весьма обыкновенным. Оно даже не принадлежит к избранному разряду так называемых «простых» чисел. Оно делится без остатка, на 7, на 11 и на 13 – на три последовательных простых числа, произведением которых оно и является. Не в том диковинка, что число 1001 = 7 x 11 x 13, – здесь нет еще ничего волшебного. Замечательнее то, что при умножении на него трехзначного числа получается результат, состоящий из умноженного числа, только написанного дважды, например:

873 x 1001 = 873873;

207 x 1001 = 207207 и т. д.

И хотя этого и следовало ожидать, так как 873 x 1001 = 873 x 1000 + 873 = 878000 + 873, – все же, пользуясь указанным свойством числа Шехеразады, можно достичь результатов, совсем неожиданных, – по крайней мере, человеку неподготовленному.

Сейчас поясним в чем дело.

Товарищей, не посвященных в арифметические тайны, вы можете поразить следующим фокусом. Пусть кто-нибудь напишет на бумажке, секретно от вас трехзначное число, какое хочет, и затем пусть припишет к нему еще раз то же самое число. Получится шестизначное число, состоящее из трех повторяющихся цифр. Предложите тому же товарищу или его соседу разделить секретно от вас это число на 7, при этом вы заранее предсказываете, что остатка не получится. Результат передается новому соседу, который по вашему предложению делит его на 11; и хотя вы не знаете делимого, вы все же смело утверждаете, что и оно разделится без остатка. Полученный результат вы направляете следующему соседу, которого просите разделить это число на **13** – деление снова выполняется без остатка, о чем вы заранее предупреждаете. Результат третьего деления вы, не глядя на полученное число, вручаете первому товарищу со словами:

– Вот число, которое вы задумали!

– Так и есть: ты угадал.

Какова разгадка фокуса?

Этот красивый арифметический фокус, производящий на непосвященных впечатление волшебства, объясняется очень просто: вспомните, что приписать к трехзначному числу его само – значит умножить его на 1001, т. е. на произведение 7 х 11 х 13. Шестизначное число, которое ваш товарищ получит после того, как припишет к задуманному числу его само, должно будет поэтому делиться без остатка и на 7, и на 11, и на 13, а после деления последовательно на эти три числа (т. е. на их произведение – 1001) должно снова дать первоначальное число.

Число 10101

После сказанного о числе 1001 для вас уже не будет неожиданностью увидеть в витринах нашей галереи число 10101. Вы догадаетесь, какому именно свойству число это обязано такою честью. Оно, как и число 1001, дает удивительный результат при умножении, но не трехзначных, а двузначных чисел: каждое двузначное число, умноженное на 10101, дает в результате само себя, написанное трижды. Например:

73 x 10101 = 737373;

21 x 10101 = 212121.

Причина уясняется из следующей строки:

$$73 \times 10101 = 73\,(10000 + 100 + 1) = \begin{cases} 730000 \\ +\quad 7300 \\ \underline{\qquad\quad 73} \\ 737373 \end{cases}.$$

Можно ли проделывать с помощью этого числа фокусы необычайного отгадывания, как с помощью числа 1001?

Да, можно. Здесь возможно даже обставить фокус разнообразнее, если иметь в виду, что 10101 есть произведение четырех простых чисел:

10101 = 3 x 7 x 13 x 37.

Предложив товарищу задумать какое-нибудь двузначное число, вы предлагаете второму приписать к нему то же число, а третьему – приписать то же число еще раз. Четвертого вы просите разделить получившееся шестизначное число, например, на 7; пятый товарищ должен разделить полученное частное на 3; шестой делит то, что получилось, на 37, и, наконец, седьмой делит этот результат на 13, причем все четыре деления выполняются без остатка. Результат последнего деления вы просите передать первому товарищу: это – задуманное им число.

При повторении фокуса вы можете внести в него некоторое разнообразие, обращаясь каждый раз к новым делителям. А именно вместо множителей

3 x 7 x 13 x 37 можете взять следующие группы множителей:

21 **x** 13 **x** 37; 7 **x** 39 **x** 37; 3 **x** 91 **x** 37; 7 **x** 13 **x** 111.

Число это – 10101, – пожалуй, даже удивительнее волшебного числа Шехеразады, хотя и менее его известно своими поразительными свойствами. О нем писалось, впрочем, еще двести лет тому назад в «Арифметике» Магницкого, в главе, где

приводятся примеры умножения «с некоим удивлением». С тем большим основанием должны мы включить его в наше собрание арифметических диковинок.

Число 10001

С этим числом вы также можете проделать фокусы вроде предыдущих, хотя, пожалуй, не столь эффектные. Дело в том, что оно представляет собой произведение только двух простых чисел:

10001 = 73 x 137.

Как воспользоваться этим для выполнения арифметических действий «с удивлением», читатель, надеюсь, после всего сказанного выше догадается сам.

Шесть единиц

В следующей витрине мы видим новую диковинку арифметической кунсткамеры – число, состоящее из шести единиц. Благодаря знакомству с волшебными свойствами числа 1001, мы сразу соображаем, что

111111 = 111 x 1001.

Но 111 = 3 x 37, а 1001 = 7 x 11 x 13. Отсюда следует, что наш новый числовой феномен, состоящий из одних лишь единиц, представляет собою произведение пяти простых множителей. Соединяя же эти пять множителей в две группы на всевозможные лады, мы получаем 15 пар множителей, дающих в произведении одно и то же число 111111, а именно:

$3 \times (7 \times 11 \times 13 \times 37) = 3 \times 37037 = 111111$
$7 \times (3 \times 11 \times 13 \times 37) = 7 \times 15873 = 111111$
$11 \times (3 \times 7 \times 13 \times 37) = 11 \times 10101 = 111111$
$13 \times (3 \times 7 \times 11 \times 37) = 13 \times 8547 = 111111$
$37 \times (3 \times 7 \times 11 \times 13) = 37 \times 3003 = 111111$
$(3 \times 7) \times (11 \times 13 \times 37) = 21 \times 5291 = 111111$
$(3 \times 11) \times (7 \times 13 \times 37) = 33 \times 3367 = 111111$
и т. д.

Вы можете, значит, засадить кружок из 15 товарищей за работу умножения, и хотя каждый будет перемножать другую пару чисел, все получат один и тот же оригинальный результат: 111111.

То же число, 111111, пригодно и для отгадывания задуманных чисел наподобие того, как выполняется это с помощью чисел 1001 и 10101. В данном случае нужно предлагать задумывать число однозначное, т. е. цифру, и повторять 6 раз. Делителями здесь могут служить пять простых чисел: 3,7, 11, 13, 37 и получающиеся из них составные: 21, 33, 39 и т. д. Это дает возможность до крайности разнообразить выполнение фокуса. Как надо поступать в этих случаях, предоставляю подумать читателю.

На примере числа 111111 читатель видит, как можно использовать для арифметических фокусов число, состоящее из одних лишь единиц, если оно разлагается на множители. К счастью для любителей подобных фокусов, многие числа такого начертания составные, а не простые.

Из первых 17 чисел этого рода только два наименьшие – 1 и 11 – простые, остальные – составные. Вот как разлагаются на простые множители первые десять из составных чисел этого начертания:

$$111 = 3 \times 7$$
$$1111 = 11 \times 101$$
$$11111 = 41 \times 271$$
$$111111 = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$
$$1111111 = 239 \times 4649$$
$$11111111 = 11 \times 73 \times 101 \times 137$$
$$111111111 = 9 \times 37 \times 333667$$
$$1111111111 = 11 \times 41 \times 271 \times 9091$$
$$11111111111 = 21649 \times 513239$$
$$111111111111 = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37 \times 101 \times 9901$$

Не все приведенные здесь числа удобно использовать для отгадывания; в некоторых случаях выполнение фокуса возложило бы на загадчика чересчур обременительную работу. Но числа из 3, из 4, из 5, из 6, из 8, из 9, из 12 единиц более или менее пригодны для этой цели.

Числовые пирамиды

В следующих витринах галереи нас поражают числовые достопримечательности совсем особого рода – некоторое подобие пирамид, составленных из чисел. Рассмотрим поближе первую из таких пирамид.

Пирамида 1

$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$
$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$
$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

Как объяснить эти своеобразные результаты умножения?

Чтобы постичь эту странную закономерность, возьмем для примера какой-нибудь из средних рядов нашей числовой пирамиды:

123456 x 9 + 7.

Вместо умножения на 9, можно умножить на (10 – 1), т. е. приписать 0 и вычесть умножаемое:

$$123456 \times 9 + 7 = 1234560 + 7 - 123456 = \begin{cases} 1234567 \\ -\ 123456 \\ \hline 1111111 \end{cases}.$$

Достаточно взглянуть на последнее вычитание, чтобы понять, почему тут получается результат, состоящий только из одних единиц.

Мы можем уяснить себе это исходя и из других рассуждений. Чтобы число вида 12345… превратилось в число вида 11111… нужно из второй его цифры вычесть

1, из третьей – 2, из четвертой – 3, из пятой – 4 и т. д. – иначе говоря, вычесть из него то же число вида 12345…, вдесятеро уменьшенное и предварительно лишенное последней цифры. Теперь понятно, что для получения искомого результата нужно наше число умножить на 10, прибавить к нему следующую за последней цифру и вычесть из результата первоначальное число

(а умножить на 10 и отнять множимое – значит умножить на 9).
Сходным образом объясняется образование и следующей числовой пирамиды, получающейся при умножении определенного ряда цифр на 8 и прибавлении последовательно возрастающих цифр:

Пирамида 2

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$
$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

Особенно интересна в этой пирамиде последняя строка, где в результате умножения на 8 и прибавления 9 происходит превращение полного натурального ряда цифр в такой же ряд, но с обратным расположением. Объясним эту особенность.

Получение странных результатов уясняется из следующей строки: [67]

$$12345 \times 8 + 5 = \left\{ \begin{array}{c} 12345 \times 9 + 6 \\ - \\ 12345 \times 1 + 1 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 111111^{1} \\ - \\ 12346 \end{array} \right\},$$

то есть 12345 x 8 + 5 = 111111 – 12346. Но вычитая из числа 111111 число 12346, составленное из ряда возрастающих цифр, мы, как легко понять, должны получить ряд убывающих цифр – 98765.

Вот наконец третья числовая пирамида, также требующая объяснения:

Пирамида 3

$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 3 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 888888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 8888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 88888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 888888888$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 8888888888$$

Эта пирамида является следствием первых двух. Связь эта устанавливается очень легко. Из первой пирамиды мы знаем уже, что, например:
12345 x 9 + 6 = 111111.

Умножив обе части на 8, имеем: (12345 x 8 x 9) + (6 x 8) = 888888.

Но из второй пирамиды известно, что 12345 x 8 + 5 = 98765, или что 12345 x 8 = 98760.

Значит: 888888 = (12345 x 8 x 9) + (6 x 8) = (98760 x 9) + 48 = (98760 x 9) + (5 x 9) + 3 = (98760 + 5) x 9 + 3 = 98765 x 9 + 3.

Вы убеждаетесь, что все эти числовые пирамиды не так уже загадочны, как кажутся с первого взгляда.

Девять одинаковых цифр

Конечная строка первой из только что рассмотренных «пирамид»

12345678 x 9 + 9 = 111111111

представляет образчик целой группы интересных арифметических курьезов, собранной в нашем музее в следующую таблицу:

12345679 × 9 = 111111111
12345679 × 18 = 222222222
12345679 × 27 = 333333333
12345679 × 36 = 444444444
12345679 × 45 = 555555555
12345679 × 54 = 666666666
12345679 × 63 = 777777777
12345679 × 72 = 888888888
12345679 × 81 = 999999999

Откуда такая закономерность в результатах?

Примем во внимание, что

12345678 x 9 + 9 = (12345678 + 1) x 9 = 12345679 x 9.

Поэтому 12345679 x 9 = 111111111.

А отсюда прямо следует, что

12345679 x 9 x 2 = 222222222
12345679 x 9 x 3 = 333333333
12345679 x 9 x 4 = 444444444 и т. д.

Цифровая лестница

Любопытно, что получится, если число 111111111, с которым мы сейчас имели дело, умножить само на себя? Заранее можно предвидеть, что результат должен быть диковинный, – но какой именно?

Если вы обладаете способностью четко рисовать в воображении ряды цифр, вам удастся найти интересующий нас результат, даже не прибегая к выкладкам на бумаге. В сущности здесь дело сводится только к надлежащему расположению частных произведений, потому что умножать приходится все время лишь единицу на единицу – действие, могущее затруднить разве лишь фонвизинского Митрофанушку, размышлявшего о результате умножения «единожды один». Сложение же частных произведений сводится к простому счету единиц. Вот результат этого единственного в своем роде умножения (при выполнении которого не приходится нигде прибегать к действию умножения):

```
          1 1 1 1 1 1 1 1 1
          1 1 1 1 1 1 1 1 1
          ---------------
          1 1 1 1 1 1 1 1 1
        1 1 1 1 1 1 1 1 1
      1 1 1 1 1 1 1 1 1
    1 1 1 1 1 1 1 1 1
  1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1
-----------------------
1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1
```

Все девять цифр выстроены в стройном порядке, симметрично убывая от середины в обе стороны.

Те из читателей, которых утомило обозрение числовых диковинок, могут покинуть здесь эту галерею и перейти в следующие отделения, где показываются фокусы и выставлены числовые великаны и карлики; я хочу сказать: они могут прекратить чтение этой главы и обратиться к дальнейшим. Но кто

желает познакомиться еще с несколькими интересными достопримечательностями мира чисел, приглашаю осмотреть со мною несколько ближайших витрин.

Магические кольца

Что за странные кольца выставлены в следующей витрине нашей галереи?

Перед нами три плоских кольца, вращающихся одно в другом (рис. 1). На каждом кольце написаны шесть цифр в одном и том же порядке, именно – обозначено число: 142857. Кольца обладают следующим удивительным свойством: как бы ни были они повернуты, мы при сложении двух написанных на них чисел, считая от любой цифры в направлении часовой стрелки, получим во всех случаях шестизначное число (если только результат вообще будет шестизначный), лишь немного подвинутое!

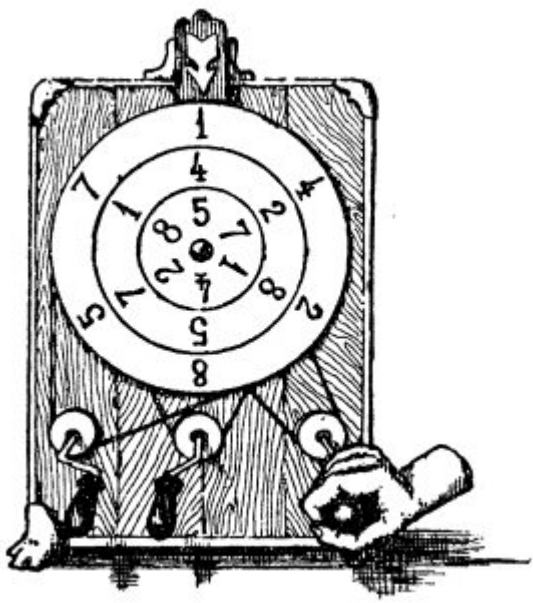


Рис. 1. Вращающиеся числовые кольца

В том, например, положении, какое изображено на прилагаемом чертеже, мы получаем при сложении двух наружных колец:

$$\begin{array}{r} 142857 \\ +\ 428571 \\ \hline 571428 \end{array},$$

т. е. опять тот же ряд цифр: 142857, только цифры 5 и 7 перенеслись из конца в начало.

При другом расположении колец относительно друг друга

(рис. 2) имеем такие случаи:

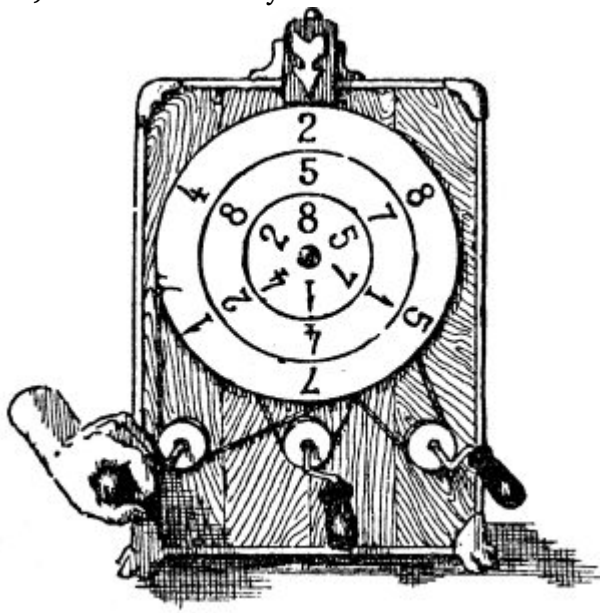


Рис. 2. Другое расположение колец

$$\begin{array}{r} 285714 \\ +\ 571428 \\ \hline 857142 \end{array}, \qquad \begin{array}{r} 714285 \\ +\ 142857 \\ \hline 857142 \end{array} \text{ и т.п.}$$

Исключение составляет случай, когда в результате получается 999999 (рис. 3):

$$\begin{array}{r} 285714 \\ +\ 714285 \\ \hline 999999 \end{array}.$$

(Причину других отступлений от указанного правила читатель поймет, когда дочитает эту статью до конца.)

Мало того. Тот же ряд цифр в той же последовательности мы получим и при вычитании чисел, написанных на кольцах.

Например:

$$\begin{array}{r} 428571 \\ -\ 142857 \\ \hline 285714 \end{array}, \qquad \begin{array}{r} 571428 \\ -\ 285714 \\ \hline 285714 \end{array}, \qquad \begin{array}{r} 714285 \\ -\ 142857 \\ \hline 571428 \end{array}.$$

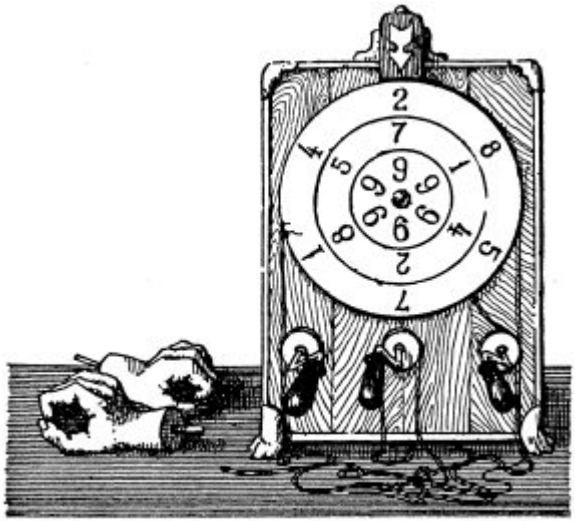


Рис. 3. Исключение составляет случай, когда в результате получается 999999

Исключение составляет случай, когда приведены к совпадению одинаковые цифры; тогда, разумеется, разность равна нулю.

Но и это еще не все. Умножьте число 142857 на 2, на 3, на 4, на 5 или на 6 – и вы получите снова то же число, лишь передвинутое в круговом порядке на одну или несколько цифр:

$142857 \times 2 = 285714$
$142857 \times 3 = 428571$
$142857 \times 4 = 571428$
$142857 \times 5 = 714285$
$142857 \times 6 = 857142$

Чем же все загадочные особенности нашего числа обусловлены?

Мы нападем на путь к разгадке, если продлим немного последнюю табличку и попробуем умножить наше число на 7: в результате получится 999999. Значит, число 142857 не что иное, как седьмая часть 999999; и, следовательно, дробь

$$\frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}.$$

Действительно, если станете превращать 1/7 в десятичную дробь, вы получите:

$1:7=0{,}142857...$, т.е. $1/7=0{,}(142857)$.

$$
\begin{array}{r|l}
10 & \\
\hline
30 & \\
\hline
20 & \\
\hline
60 & \\
\hline
40 & \\
\hline
50 & \\
\hline
1 &
\end{array}
$$

Наше загадочное число есть период бесконечной периодической дроби, которая получается при превращении 1/7 в десятичную. Становится понятным теперь, почему при удвоении, утроении и т. д. этого числа происходит лишь перестановка одной группы цифр на другое место. Ведь умножение этого числа на 2 делает его равным 2/7 и, следовательно, равносильно превращению в десятичную дробь уже не 1/7, а 2/7. Начав же превращать дробь 2/7 в десятичную, вы сразу заметите, что цифра 2 – один из тех остатков, которые у нас уже получались при превращении 1/7; ясно, что должен повториться и прежний ряд цифр частного, но начнется он с другой цифры. Иными словами, должен получиться тот же период, но только несколько начальных цифр его очутятся на конце. То же самое произойдет и при умножении на 3, на 4, на 5 и на 6, то есть на все числа, получающиеся в остатках. При умножении же на 7 мы должны получить единицу, или – что то же самое – 0,9999…

Любопытные результаты сложения и вычитания чисел на кольцах находят себе объяснение в том же факте, что 142857 есть период дроби, равной 1/7. В самом деле: что мы собственно делаем, поворачивая кольцо на несколько цифр? Переставляем группу цифр с начала строки на конец, то есть согласно только что сказанному умножаем число 142857 на 2, на 3, на 4 и т. д. Следовательно, все действия сложения или вычитания чисел, написанных на кольцах, сводятся к сложению или вычитанию дробей 1/7, 2/7, 3/7 и т. д. В результате мы должны получить, конечно, несколько седьмых долей, то есть опять-таки наш ряд цифр 142857 в той или иной круговой перестановке. Отсюда надо исключить лишь случаи, когда складываются такие числа седьмых долей, которые в сумме дают единицу или больше 1.

Но и последние случаи исключаются не вполне: они дают результат, правда, не тождественный с рассмотренными, но все же сходный с ними. Рассмотрим внимательнее, что должно получиться от умножения нашего загадочного числа на множитель больше 7, то есть на 8, на 9 и т. д. Умножить 142857,

например, на 8 мы можем так: умножить сначала на 7 и к произведению (то есть к 999999) прибавить наше число:

142857 x 8 = 142857 x 7 + 142857 = 999999 + 142857 = 1000000 – 1 + 142857 = 1000000 + (142857 – 1).

Окончательный результат – 1142856 – отличается от умножаемого 142857 только тем, что впереди стоит еще одна единица, а последняя цифра на единицу же уменьшена. По сходному правилу составляются произведения 142857 на всякое другое число больше 7, как легко усмотреть из следующих строк:

142807 x 8 = (142857 x 7) + 142857 = 1000000 – 1 + 142857 = 1142856

142857 x 9 = (142857 x 7) + (142857 x 2) = 1000000 – 1 +285714= 1285713

142857 x 10 = (142857 x 7) + (142857 x 3) = 1000000 – 1 +428571 = 1428570

142857 x 16 = (142857 x 7 x 2) + (142857 x 2) = 2000000 -2 + 285714 = 2285713

142857 x 39 = (142857 x 7 x 5) + (142857 x 4) = 5000000 -5 + 571428 = 5571427

Общее правило здесь такое: при умножении 142857 на любой множитель нужно умножить лишь на остаток от деления множителя на 7; впереди этого произведения ставится число, показывающее, сколько семерок в множителе, и то же число вычитается из результата [68] . Пусть мы желаем умножить 142857 на 88. Множитель 88 при делении на 7 дает в частном 12 и в остатке 4. Следовательно, результат умножения таков:

12 571 428– 12 = 12 571 416.

От умножения 142857 на 365 мы получим (так как 365 при делении на 7 дает в частном 52, а в остатке 1):

52 142 857 – 52 = 52 142 805.

Усвоив это простое правило и запомнив результаты умножения нашего диковинного числа на множители от 2 до 6 (что весьма нетрудно, нужно помнить лишь, с какой цифры они начинаются), вы можете изумлять непосвященных молниеносным умножением шестизначного числа. А чтобы не забыть этого удивительного числа, заметим, что оно произошло от 1/7, или, что то же самое, от 2/14; вот вам первые три цифры нашего числа: 142. Остальные три получаются вычитанием первых трех из 999:

$$\begin{array}{r} 999 \\ -\ 142\ 857 \\ \hline 857 \end{array}.$$

Мы уже имели дело с такими числами – именно когда знакомились со свойствами числа 999. Вспомнив сказанное там, мы сразу сообразим, что число 142857 есть, очевидно, результат умножения 143 на 999:

142 857 = 143 x 999.

Но 143 = 13 x 11. Припомнив замеченное раньше о числе 1001, равном 7 x 11 x 13, мы будем в состоянии, не выполняя действия, предсказать, что должно получиться от умножения 142857 x 7:

142857 x 7 = 143 x 999 x 7 = 999 x 11 x 13 x 7 = 999 x 1001 = 999 999

(все эти преобразования мы, конечно, можем проделать в уме).

Чисел, подобных тому, с которым мы познакомились, существует множество. Они составляют словно одно семейство, так как объединены общим происхождением – от превращения простых дробей в бесконечные десятичные. Но не всякий период десятичной дроби обладает рассмотренным выше любопытным свойством давать при умножении круговую перестановку цифр. Не вдаваясь в тонкости теории, отметим, что это имеет место только для тех дробей, число цифр периода которых на единицу меньше знаменателя соответствующей простой дроби. Так, например:

1/7 дает в периоде 6 цифр.

1/17»»» 16»

1/19»»» 18»

1/23»»» 22»

Вы можете убедиться испытанием, что периоды дробей, получающихся от превращения 1/17,1/19,1/23 и 1 /29 в десятичные, обладают теми же особенностями, как и рассмотренный нами период дроби 1/7.

Например, от 1/29 получаем число

0 344 827 586 206 896 551 724 137 931.

Если указанное сейчас условие (относительно чисел цифр периода) не соблюдено, то соответствующий период дает число, не принадлежащее к занимающей нас семье интересных чисел. Например, 1/13 дает десятичную дробь с шестью (а не с 12) цифрами в периоде:

1/13 = 0,076923.

Помножив на 2, получаем совершенно иное число:

2/13 = 0,153846.

Почему? Потому что среди остатков от деления 1:13 не было числа 2. Различных остатков было столько, сколько цифр в периоде, то есть 6; различных же множителей для дроби 1/13 у

нас 12; следовательно, не все множители будут среди остатков, а только 6. Легко убедиться, что эти множители следующие: 1, 3,4, 9,10, 12. Умножение на эти 6 чисел дает круговую перестановку (076 923 x 3 = 230 769), на остальные – нет. Вот почему от 1/13 получается число, лишь отчасти пригодное для «магического кольца». То же надо сказать и о ряде других периодов.

Мнимая неожиданность

В 1916 году, в разгар империалистической войны, некоторые газеты нейтральной Швейцарии занимались арифметическим «гаданием» о… грядущей судьбе императоров Германии и Австрии. «Пророки» складывали следующие столбцы чисел:

Для Вильгельма II:

Год рождения 1859
Год вступления на престол 1888
Число лет царствования..... 28
Возраст..... 57
Сумма ... 3832

Для Франца-Иосифа:

Год рождения 1830
Год вступления на престол 1848
Число лет царствования 68
Возраст 86
Сумма 3832

В совпадении сумм «пророки» видели мрачное предзнаменование для коронованных особ, и так как каждый итог представлял собой удвоенный 1916 год, то обоим императорам предрекали гибель именно в этом году.

Между тем совпадение результатов с математической стороны не является неожиданным. Стоит немного изменить порядок слагаемых – и станет понятно, почему они дают в итоге удвоенный 1916 год. В самом деле, разместим слагаемые так:

год рождения,
возраст,
год вступления на престол,
число лет царствования.

Что должно получиться, если к году рождения прибавить возраст? Разумеется, дата того года, когда производится вычисление. Точно так же, если к году вступления на престол прибавить число лет царствования, получится опять год, когда производится расчет. Ясно, что итог сложения четырех наших слагаемых может быть не чем иным, как удвоенным годом выполнения расчета. Очевидно, судьба императоров абсолютно не зависит от подобной арифметики…

Так как о сказанном выше не все догадываются, то можно воспользоваться этим для забавного арифметического фокуса. Предложите кому-нибудь написать тайно от вас четыре числа:

год рождения,

год поступления в школу (на завод и т. п.),

возраст,

число лет обучения в школе (работы на заводе и т. п.).

Вы беретесь отгадать сумму этих чисел, хотя ни одно из них вам не известно. Для этого вы удваиваете год выполнения фокуса и объявляете итог. (Если, например, фокус показывается в 1954 году, то сумма – 3908.)

Чтобы иметь возможность, не обнаруживая секрета, с успехом проделывать этот фокус несколько раз подряд, вы заставляете слушателя проводить над суммой какие-нибудь арифметические действия, маскируя этим свой прием.

Мгновенное деление

Из многочисленных разновидностей фокусов этого рода опишем один, основанный на знакомом уже нам свойстве множителя, состоящего из ряда одних девяток; когда умножают на него число со столькими же цифрами, получается результат, состоящий из двух половин: первая – это умножаемое число, уменьшенное на единицу; вторая – результат вычитания первой половины из множителя. Например: 247 х 999 = 246 753; 1372 х 999 = 13 718 628 и т. д. Причину легко усмотреть из следующей строки:

247 х 999 = 247 х (1000 – 1) = 247 000–247 = 246 999–246.

Пользуясь этим, вы предлагаете группе товарищей произвести деление многозначных чисел:

одному – 68 933 106: 6894,

другому – 8 765 112 348: 9999,

третьему – 543 456: 544,

четвертому – 12 948 705: 1295 и т. д.,

а сами беретесь обогнать их всех, выполняя те же задачи. И прежде чем они успеют приняться за дело, вы уже вручаете каждому бумажку с полученным вами безошибочным результатом деления:

первому – 9999,

второму – 87 652,

третьему – 999,

четвертому – 9999.

Вы можете сами придумать по указанному образцу ряд других способов поражать непосвященных мгновенным выполнением деления: для этого воспользуйтесь некоторыми свойствами тех чисел, которые помещены в «Галерее числовых диковинок».

Любимая цифра

Попросите кого-нибудь сообщить вам любимую его цифру. Допустим, вам назвали цифру 6.

– Вот удивительно! – восклицаете вы. – Да ведь это как раз самая замечательная из всех значащих цифр.

– Чем же она замечательна? – осведомляется заинтересованный собеседник.

– Вот посмотрите: умножьте вашу любимую цифру на число значащих цифр, то есть на 9, и полученное число (54) подпишите множителем под числом 12 345 679:

$$\begin{array}{r} 12\,345\,679 \\ \times \quad 54 \\ \hline \end{array} .$$

Что получится в произведении?

Ваш собеседник выполняет умножение – и с изумлением получает результат, состоящий сплошь из его любимых цифр: 666 666 666.

– Видите, какой у вас тонкий арифметический вкус, – заканчиваете вы. – Вы сумели избрать из всех цифр как раз ту, которая обладает столь замечательным свойством!

Однако в чем тут дело?

Точно такой же изысканный вкус оказался бы у вашего собеседника, если бы он избрал какую угодно другую из девяти значащих цифр, потому что каждая из них обладает тем же свойством:

$$\begin{array}{r} 12\,345\,679 \\ \times \quad 4 \times 9 \\ \hline 444\,444\,444 \end{array} , \qquad \begin{array}{r} 12\,345\,679 \\ \times \quad 7 \times 9 \\ \hline 777\,777\,777 \end{array} , \qquad \begin{array}{r} 12\,345\,679 \\ \times \quad 9 \times 9 \\ \hline 999\,999\,999 \end{array} .$$

Почему это так, вы сообразите, если припомните то, что говорилось о числе 12 345 679 в «Галерее числовых диковинок».

Угадать дату рождения

Фокусы, относящиеся к этой категории, могут быть изменяемы на разные лады.

Опишу один из видов этого фокуса, довольно сложный, но именно потому и производящий сильное впечатление.

Допустим, что вы родились 18 мая и что вам теперь 23 полных года. Я, конечно, не знаю ни даты вашего рождения, ни вашего возраста. Тем не менее я берусь отгадать то и другое, заставив вас проделать лишь некоторый ряд вычислений.

А именно: порядковый номер месяца (май, 5-й месяц) я прошу вас умножить на 100, прибавить к произведению число месяца (18), сумму удвоить, к результату прибавить 8, полученное число умножить на 5, к произведению прибавить 4, помножить результат на 10, прибавить 4 и к полученному числу прибавить ваш возраст (23).

Когда вы все это проделаете, вы сообщаете мне окончательный результат вычислений. Я вычитаю из него 444, а разность разбиваю на грани, справа налево, по две цифры в каждой: получаю сразу как месяц и число вашего рождения, так и ваш возраст.

Действительно. Проделаем последовательно все указанные вычисления:

$5 \times 100 = 500$
$500 + 18 = 518$
$518 \times 2 = 1036$
$1036 + 8 = 1044$
$1044 \times 5 = 5220$
$5220 + 4 = 5224$
$5224 \times 10 = 52240$
$52240 + 4 = 52244$
$52244 + 20 = 52264$

Произведя вычитание 52 267–444, получаем число 51 823.

Теперь разобьем это число на грани, справа налево, по две цифры в каждой. Имеем:
5-18-23,

то есть 5-го месяца (мая), числа 18; возраст 23 года. Почему же так получилось?

Секрет наш легко понять из рассмотрения следующего равенства:

$\{[(100\ m + t) \times 2 + 8] \times 5 + 4\} \times 10 + 4 + n - 444 = 10000m + 100t + n.$

Здесь буква m обозначает порядковый номер месяца, t – число

месяца, n – возраст. Левая часть равенства выражает все последовательно произведенные вами действия, а правая – то, что должно получиться, если раскрыть скобки и проделать возможные упрощения.

В выражении $10000\ m + 100t + n$ ни m, ни t, ни n не могут быть более чем двузначными числами; поэтому число, получающееся в результате, всегда должно при делении на грани, по две цифры в каждой, расчлениться на три части, выраженные искомыми числами m, t и n.

Предоставляем изобретательности читателя придумать видоизменения фокуса, то есть другие комбинации действий, дающие подобный же результат.

Отгадывание чисел

В заключение, ничего у вас не спрашивая, я отгадаю результат, который вы получите в итоге выкладок над задуманным вами числом.

Задумайте любую цифру, кроме ноля. Умножьте ее на 37. Полученное умножьте на 3. Последнюю цифру произведения зачеркните, а оставшееся число разделите на первоначально задуманную цифру; остатка не будет.

Я могу сказать вам, какое число вы получили, хотя все это я написал задолго до того, как вы приступили к чтению книги.

У вас получилось число 11.

Второй раз проделаем фокус на иной лад. Задумайте двузначное число. Припишите к нему справа то же число еще раз. Полученное четырехзначное число разделите на то, которое вы первоначально задумали: деление выполнится нацело. Все цифры частного сложите.

У вас получилось 2.

Если не так, то проверьте внимательно свои вычисления и убедитесь, что ошиблись вы, а не я.

В чем разгадка этих фокусов?

Наш читатель теперь достаточно уже опытен в разгадывании фокусов и не потребует от меня долгих объяснений. В первом опыте отгадывания задуманное число умножалось сначала на 37, потом на 3. Но 37х3 = 111,а умножить цифру 111 – значит составить число из трех таких же одинаковых цифр (например, 4 х 37 х 3 = 444). Что мы проделали далее? Мы зачеркнули последнюю цифру и, следовательно, получили число из двух одинаковых цифр (44), которое, конечно, должно делиться на задуманную цифру и дать в частном 11.

Во втором опыте задуманное двузначное число мы писали дважды кряду – например, задумав 29, писали 2929. Это все равно, что умножить задуманное число на 101 (в самом деле, 29 х 101 = 2929). Раз я это знаю, я могу с уверенностью предвидеть, что от деления такого четырехзначного числа на задуманное число получится 101 и что, следовательно, сумма цифр частного (1 + 0 + 1) равна 2.

Как видите, отгадывание основано на свойствах чисел 111 и 101; мы вправе поместить оба эти числа в нашу арифметическую кунсткамеру.

Математические загадки пирамиды Хеопса

Высочайшая пирамида древнего Египта – Хеопсова, уже пять тысячелетий обвеваемая знойным воздухом пустыни, представляет, без сомнения, самую удивительную постройку, сохранившуюся от Древнего мира. Высотой почти в 150 м, она покрывает своим основанием площадь в 40 000 кв. м и сложена из 200 рядов исполинских камней. 10 000 рабов в течение 30 лет трудились над возведением этого сооружения, сначала подготовляя 10 лет дорогу для перевозки камней от каменоломни до места постройки, а затем громоздя их

20 лет друг на друга с помощью несовершенных машин того времени.

Было бы странно, чтобы такое огромное сооружение воздвигнуто было с единственной целью – служить гробницей для правителя страны. Поэтому некоторые исследователи стали доискиваться: не раскроется ли тайна пирамиды из соотношения ее размеров?

Им посчастливилось, по их мнению, найти ряд удивительных соотношений, свидетельствующих о том, что жрецы, руководители работ по постройке, обладали глубокими познаниями по математике и астрономии и эти познания воплотили в каменных формах пирамиды.

«Геродот [69] рассказывает, – читаем мы в книге французского астронома Море («Загадки науки», 1926, т. 1), – что египетские жрецы открыли ему следующее соотношение между стороной основания пирамиды и ее высотой: квадрат, построенный на высоте пирамиды, в точности равен площади каждого из боковых треугольников. Это вполне подтверждается новейшими измерениями. Вот доказательство, что во все времена пирамида Хеопса рассматривалась как памятник, пропорции которого рассчитаны математически.

Приведу более позднее доказательство: мы знаем, что отношение между длиной окружности и ее диаметром есть постоянная величина, хорошо известная современным школьникам. Чтобы вычислить длину окружности, достаточно умножить ее диаметр на 3,1416.

Математики древности знали это отношение лишь грубо приближенно.

Но вот, если сложить четыре стороны основания пирамиды, мы получим для ее обвода 931,22 м. Разделив же это число на

удвоенную высоту (2 х 148,208), имеем в результате 3,1416, то есть отношение длины окружности к диаметру [70] .
Этот единственный в своем роде памятник представляет собою, следовательно, материальное воплощение числа «пи», игравшего столь важную роль в истории математики. Египетские жрецы имели, как видим, точные представления по ряду вопросов, которые считаются открытиями ученых позднейших веков [71] .

Еще удивительнее другое соотношение: если сторону основания пирамиды разделить на точную длину года – 365,2422 суток, то получается как раз 10000000-я доля земной полуоси – с точностью, которой могли бы позавидовать современные астрономы…

Далее: высота пирамиды составляет ровно миллиардную долю расстояния от Земли до Солнца – величины, которая европейской науке стала известна лишь в конце XVIII века. Египтяне 5000 лет назад знали, оказывается, то, чего не знали еще ни современники Галилея и Кеплера, ни ученые эпохи Ньютона. Неудивительно, что изыскания этого рода породили на Западе обширную литературу.

А между тем все это – не более как игра цифрами. Дело представится совсем в другом свете, если подойти к нему с оценкой результатов приближенных вычислений.
Рассмотрим же по порядку те примеры, которые мы привели.

1. О числе «пи». Арифметика приближенных чисел утверждает, что если в результате действия деления желаем получить число с шестью верными цифрами (3,14159), мы должны иметь в делимом и делителе по крайней мере столько же верных цифр. Это значит – в применении к пирамиде, – что для получения шестизначного «пи» надо было измерить стороны основания и высоту пирамиды с точностью до миллионных долей результата, то есть до 1 мм. Астроном Море приводит для высоты пирамиды 148,208 м, на первый взгляд как будто действительно с точностью до 1 мм.

Но кто поручится за такую точность измерения пирамиды? Вспомним, что в лабораториях Института мер (ВИМС), где производятся точнейшие в мире измерения, не могут при измерении длины добиться такой точности (получают при измерении длины лишь шесть верных цифр). Понятно, насколько грубее может быть выполнено измерение каменной громады в пустыне. Правда, при точнейших землемерных работах (при измерении так называемых «базисов») можно и на местности достичь такой же точности, как и в лаборатории, то есть ручаться за шесть десятичных знаков. Но, конечно, невозможно осуществить это в условиях измерения пирамиды. К тому же

истинных, первоначальных размеров пирамиды давно нет в натуре, так как облицовка сооружения выветрилась, и никто не знает, какой она была толщины. Чтобы быть добросовестным, надо брать размеры пирамиды в целых метрах, а тогда получается довольно грубое «пи», не более точное, чем то, которое давно известно из математического папируса Ринда.

Если пирамида действительно есть каменное воплощение числа «пи», то воплощение это, как видим, далеко не совершенное. Но вполне допустимо, что пирамида не сооружена ради выражения именно этого соотношения. В пределы приближенных трехзначных чисел для размеров пирамиды хорошо укладываются и другие допущения. Возможно, например, что для высоты пирамиды было взято 2/3 ребра пирамиды или 2/3 диагонали ее основания. Вполне допустимо и то соотношение, которое было указано Геродотом: что высота пирамиды есть квадратный корень из площади боковой грани. Все это – догадки, столь же вероятные, как и «гипотеза пи».

2. Следующее утверждение касается продолжительности года и длины земного радиуса: если разделить сторону основания пирамиды на точную длину года (число из семи цифр), то получим в точности 10000000-ю долю земной оси (число из пяти цифр). Но раз мы уже знаем, что в делимом у нас не больше трех верных цифр, то ясно, какую цену имеют здесь эти семь и пять знаков в делителе и в частном. Арифметика может ручаться в этом случае только за три цифры в длине года и земного радиуса. Год в 365 суток и земной радиус около 6400 км – вот числа, о которых мы вправе здесь говорить.

3. Что же касается расстояния от Земли до Солнца, то здесь недоразумение иного рода. Странно даже, как приверженцы теории могут не замечать допускаемой ими здесь логической ошибки. Ведь если, как они утверждают, сторона пирамиды составляет известную долю земного радиуса, а высота – известную долю основания, то нельзя уже говорить, будто та же высота составляет определенную долю расстояния до Солнца. Что-нибудь одно – либо то, либо другое. А если случайно тут обнаруживается любопытное соответствие обеих длин, то оно всегда существовало в нашей планетной системе, и никакой заслуги жрецов в этом быть не может.

Сторонники рассматриваемой теории идут еще далее: они утверждают, что масса пирамиды составляет ровно одну тысячебиллионную долю массы земного шара. Это соотношение, по их мнению, не может быть случайным и свидетельствует о том, что древнеегипетские жрецы знали не только геометрические размеры нашей планеты, но и задолго до Ньютона и Кавендиша

исчислили ее массу – «взвесили» земной шар.

Здесь та же самая нелогичность, что и в примере с расстоянием от Земли до Солнца. Совершенно нелепо говорить о том, будто масса пирамиды «выбрана» в определенном соответствии с массой земного шара. Масса пирамиды определилась с того момента, как назначены были размеры ее основания и высоты.

Нельзя одновременно сообразовать высоту пирамиды с основанием, составляющим определенную долю земного радиуса, и независимо от этого ставить ее массу в связь с массой Земли. Одно определяется другим.

Значит, должны быть отвергнуты всякие домыслы о знании египтянами массы земного шара. Это не более как числовая эквилибристика (то есть изворотливость).

Искусно оперируя с числами, опираясь на случайные совпадения, можно доказать, пожалуй, все что угодно.

Мы видим, на каких шатких основаниях покоится легенда о непостижимой учености жрецов-архитекторов пирамиды.

Попутно мы имеем тут и маленькую наглядную демонстрацию пользы того отдела арифметики, который занимается приближенными числами.

Как велик миллион?

Для тех, кто не отдает себе достаточно ясного отчета в огромности миллиона и миллиарда, остаются не вполне осознанными колоссальные достижения нашего социалистического строительства, выражающиеся миллионными и миллиардными числами.

Чтобы ощутить грандиозность подобных чисел, стоит затратить немного времени на «арифметическую гимнастику», развивающую способность правильно оценивать подлинные размеры больших чисел.

Начнем с миллиона – старейшего числового великана (наименование миллион впервые появилось в 1500 году в Италии [72]).

Если хотите ощутить истинные размеры миллиона, попробуйте хотя бы проставить в чистой тетради миллион точек. Я не предлагаю вам доводить такую работу до конца (едва ли у кого на это хватит терпения); уже одно начало работы, медленный ее ход дадут вам почувствовать, что такое «настоящий» миллион.

Миллион секунд

Здесь я предлагаю доступный для каждого способ развить в себе возможно отчетливое представление о величине миллиона. Для этого нужно дать себе труд поупражняться в мысленном миллионном счете мелких, но хорошо знакомых нам единиц – шагов, минут, спичек, стаканов и т. п. Результаты получаются нередко неожиданные и поразительные.

Приведем несколько примеров.

Сколько времени отняла бы у вас работа – пересчитать миллион каких-либо предметов, по одному в каждую секунду?

Оказывается, что, считая безостановочно по 10 часов в сутки, вы закончили бы подсчет в месяц времени! Приблизительно удостовериться в этом нетрудно устным вычислением: в часе 3600 секунд, в 10 часах – 36 000; в трое суток вы, следовательно, пересчитаете всего около 100 000 предметов; а так как миллион в 10 раз больше, то, чтобы досчитать до него, понадобится 30 дней [73] . Отсюда следует, между прочим, что предложенная ранее работа – поставить в тетради миллион точек – потребовала бы многих недель самого усердного и неустанного труда.

В миллион раз толще волоса

Тонкость волоса вошла чуть не в поговорку. Все часто видят волос и хорошо знают, насколько он тонок.

Толщина человеческого волоса – около 0,07 мм. Мы округлим ее для удобства вычислений до 0,1 мм. Представьте себе, что рядом, бок о бок, положен миллион волос. Какой ширины получилась бы полоса? Можно ли было бы, например, протянуть ее поперек двери от косяка до косяка?

Если вы никогда не задумывались над такой задачей, то можно поручиться, что, не проделав вычисления, вы дадите грубо ошибочный ответ. Вы будете, пожалуй, даже оспаривать правильный ответ – настолько покажется он неправдоподобным. Каков же он?

Оказывается, что волос, увеличенный по толщине в миллион раз, имел бы около сотни метров в поперечнике! Это кажется невероятным, но дайте себе труд сделать подсчет, и вы убедитесь, что так и есть:

0,1 мм х 1 000 000 = 0,1 м х 1000 = 0,1 км = 100 м.

Упражнения с миллионом

Проделайте – лучше всего устно – еще ряд упражнений, чтобы освоиться надлежащим образом с величиной миллиона.

1. Величина обыкновенной комнатной мухи общеизвестна – около 7 мм в длину. Но какова была бы ее длина при увеличении в миллион раз?

РЕШЕНИЕ

Умножим 7 мм на 1 000 000, получим 7 км – примерно ширина Москвы или Ленинграда. Значит, муха, увеличенная линейно в миллион раз, могла бы покрыть своим телом столичный город!

2. Увеличьте мысленно в миллион раз (по ширине) ваши карманные часы – и получите снова поражающий результат (едва ли вам удастся предугадать его без расчета). Какой?

РЕШЕНИЕ

Часы имели бы в ширину километров 50, а каждая цифра простиралась бы на географическую милю (7 км).

3. Какого роста достигал бы человек, увеличенный в миллион раз?

РЕШЕНИЕ

1700 километров! Он был бы всего в 8 раз меньше поперечника земного шара. Буквально одним шагом мог бы он перешагнуть из Ленинграда в Москву, а если бы лег, то растянулся бы от Финского залива до Крыма…

Приведу еще несколько готовых подсчетов того же рода, предоставляя проверку их читателю.

Миллион человек, выстроенных в одну шеренгу плечом к плечу, растянулись бы на 250 км.

Миллион точек типографского шрифта – например, этой книги, – поставленных рядом вплотную, вытянулись бы в линию длиной в сотни метров.

Зачерпывая миллион раз наперстком, вы вычерпаете около тонны воды.

Книга в миллион страниц имела бы в толщину метров 50.

Миллион букв заключает книга убористой печати в 600–800 страниц среднего формата.

Миллион дней – более 27 столетий. От начала нашей эры не прошло еще миллиона дней!

Миллиард

Миллиард – самое молодое из названий чисел. Оно вошло в употребление лишь со времени окончания франко-прусской войны (1871 год), когда французам пришлось уплатить Германии контрибуцию в 5 000 000 000 франков. Как и «миллион», слово «миллиард» происходит от корня – тысяча – и представляет собой итальянское увеличительное от этого существительного.

Чтобы составить себе представление об огромности миллиардов, подумайте о том, что в книжке, которую вы сейчас читаете, заключается немногим более 200 000 букв. В пяти таких книжках окажется миллион букв. А миллиард букв будет заключать в себе стопка из 5000 экземпляров этой книжки – стопка, которая, будучи аккуратно сложена, составила бы столб высотой с Исаакиевский собор (его высота – 101,52 м – примерно два с половиной шестнадцатиэтажных дома, поставленных друг на друга. – *Ред*).

В 1 куб. м содержится кубических миллиметров ровно миллиард (1000 х 1000 х 1000). Попробуем подсчитать, какой высоты получился бы столб, если бы все эти крошечные миллиметровые кубики были поставлены один на другой. Итог получается поразительный – 1000 км!

Миллиард минут составляет более 19 столетий; человечество всего 50 с лишним лет назад начало считать второй миллиард минут от первого дня нашей эры.

От великанов к карликам

Гулливер в своих странствованиях, покинув карликов-лилипутов, очутился среди великанов. Мы путешествуем в обратном порядке: познакомившись с числовыми исполинами, переходим к миру лилипутов – к числам, которые во столько же раз меньше единицы, во сколько единица меньше арифметического великана.

Разыскать представителей этого мира не составляет никакого труда: для этого достаточно написать ряд чисел, обратных миллиону, миллиарду, биллиону и т. д., то есть делить единицу на эти числа. Получающиеся дроби

$$\frac{1}{1\,000\,000}, \frac{1}{1\,000\,000\,000}, \frac{1}{1\,000\,000\,000\,000} \text{ и т.д.}$$

есть типичные числовые лилипуты, такие же пигмеи по сравнению с единицей, каким является единица по сравнению с миллионом, миллиардом, биллионом и прочими числовыми исполинами.

Вы видите, что каждому числу-исполину соответствует число-лилипут и что, следовательно, числовых лилипутов существует не меньше, чем исполинов. Для них также придуман сокращенный способ обозначения. Мы уже упоминали, что весьма большие числа в научных сочинениях (по астрономии, физике) обозначаются так:

1 000 000……106

10 000 000……107

400 000 000……..$4 \cdot 10^8$

6 квадриллионов…….$6 \cdot 10^{15}$ и т. д.

Соответственно этому числовые лилипуты обозначаются следующим образом:

$$\frac{1}{1\,000\,000} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10^{-6}$$

$$\frac{1}{1\,000\,000\,000} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 10^{-8}$$

$$\frac{1}{1\,000\,000\,000\,000} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3 \cdot 10^{-9} \text{ и т.д.}$$

Есть ли, однако, реальная надобность в подобных дробях? Приходится ли когда-нибудь действительно иметь дело со столь мелкими долями единицы?
Об этом интересно побеседовать подробнее.

Лилипуты времени

Секунда, по обычному представлению, – настолько малый промежуток времени, что с весьма мелкими частями ее не приходится иметь дела ни при каких обстоятельствах. Легко написать

$$\frac{1}{1000}$$

секунды, но это чисто бумажная величина, потому что ничего будто бы не может произойти в такой ничтожный промежуток времени.

Так думают многие, но ошибаются, потому что в тысячную долю секунды могут успеть совершиться весьма многие явления.

Поезд, проходящий 36 км в час, делает в секунду 10 м и, следовательно, в течение 1000-й доли секунды успевает продвинуться на сантиметр. Звук в воздухе переносится в течение 1000-й доли секунды на 33 см, а пуля, покидающая ружейный ствол со скоростью 700–800 м в секунду, переносится за тот же промежуток времени на 70 см. Земной шар перемещается каждую 1000-ю долю секунды, в своем обращении вокруг Солнца, на 30 м. Струна, издающая высокий тон, делает в 1000-ю долю секунды два-четыре и более полных колебания; даже комар успевает в это время взмахнуть вверх или вниз своими крылышками. Молния длится гораздо меньше 1000-й доли секунды: в течение этого промежутка времени успевает возникнуть и прекратиться столь значительное явление природы (молния простирается в длину на целые километры).

Но – возразите вы – 1000-ю долю секунды еще нельзя признать за лилипута, как никто не назовет тысячу числовым гигантом. Вот если взять миллионную долю секунды, то уж наверное можно утверждать, что это величина нереальная – промежуток времени, в течение которого ничего произойти не может. Ошибаетесь! Даже и одна 1 000 000-я доля секунды – для современного физика, например, – вовсе не чрезмерно маленький промежуток. В области явлений световых (и электрических) ученому сплошь и рядом приходится иметь дело с гораздо более мелкими частями секунды. Напомним прежде всего, что световой луч пробегает ежесекундно (в пустоте) 300 000 км; следовательно, в 1 000 000-ю долю секунды свет успевает перенестись на расстояние 300 м – примерно на столько же, на сколько переносится в воздухе звук в течение целой секунды.

Далее: свет есть явление волнообразное, и число световых

волн, минующих ежесекундно каждую точку пространства, исчисляется сотнями биллионов. Те световые волны, которые, действуя на наши глаза, вызывают ощущение красного света, имеют частоту колебаний 400 биллионов в секунду; это значит, что в течение одной 1 000 000-й доли секунды в наш глаз вступает 400 миллионов волн, а одна волна вступает в глаз в течение 400 000 000 000 000-й доли секунды. Вот подлинный числовой лилипут!

Но этот несомненный, реально существующий лилипут является истинным великаном по сравнению с еще более мелкими долями секунды, с которыми физик встречается при изучении рентгеновых лучей. Эти удивительные лучи, обладающие свойством проникать через многие непрозрачные тела, представляют собой, как и видимые лучи, волнообразное явление, но частота колебаний у них значительно больше, чем у видимых: она достигает 2500 биллионов в секунду. Волны следуют тут одна за другой в 60 раз чаще, чем в лучах видимого красного света. Значит, и в мире лилипутов существуют свои великаны и карлики. Гулливер был выше лилипутов всего в дюжину раз и казался им великаном. Здесь же один лилипут больше другого в пять дюжин раз и, следовательно, имеет право именоваться по отношению к нему исполином.

Лилипуты пространства

Интересно рассмотреть теперь, какие наименьшие расстояния приходится отмеривать и оценивать современным исследователям природы.

В метрической системе мер наименьшая единица длины для обиходного употребления – миллиметр; он примерно вдвое меньше толщины спички. Чтобы измерять предметы, видимые простым глазом, такая единица длины достаточно мелка. Но для измерения бактерий и других мелких объектов, различимых только в сильные микроскопы, миллиметр чересчур крупен.

Ученые обращаются для таких измерений к более мелкой единице – микрону, который в 1000 раз меньше миллиметра. Так называемые красные кровяные тельца, которые насчитываются десятками миллионов в каждой капельке нашей крови, имеют в длину 7 микронов и в толщину 2 микрона. Стопка из 1000 таких телец имеет толщину спички.

Как ни мелок кажется нам микрон, он все же оказывается чрезмерно крупным для расстояний, которые приходится измерять современному физику. Мельчайшие, недоступные даже микроскопу частицы – молекулы, – из которых состоит вещество всех тел природы, и слагающие их еще более мелкие – атомы – имеют размеры от одной 100-й до одной 1000-й доли микрона. Если остановиться на последней величине, то и тогда окажется, что миллион таких крупинок (а мы уже знаем, как велик миллион), будучи расположен на одной прямой, вплотную друг к другу, занял бы всего миллиметр.

Чтобы представить себе наглядную чрезвычайную малость атомов, обратимся к такой картине. Вообразите, что все предметы на земном шаре увеличились в миллион раз. Эйфелева башня в Париже (300 м высоты) уходила бы тогда своей верхушкой на 300 000 км в мировое пространство и находилась бы в недалеком соседстве от орбиты Луны. Люди были бы величиной в 1/4 земного радиуса – в 1700 км; один шаг такого человека-гиганта унес бы его на 600–700 км. Мельчайшие красные тельца, миллиардами плавающие в его крови, имели бы каждое более 7 м в поперечнике. Волос имел бы 100 м в толщину. Мышь достигала бы 100 км в длину, муха – 7 км. Каких же размеров будет при таком чудовищном увеличении атом вещества?

Положительно не верится: его размеры предстанут пред вами в виде… типографской точки шрифта этой книги!

Достигаем ли мы здесь крайних пределов пространственной малости, за которые не приходится переступать даже физику с его

изощренными приемами измерений? Еще не особенно давно думали так; но теперь установлено, что атом – целый мир, состоящий из гораздо более мелких частиц и являющийся ареной действия могущественных сил. Например, атом водорода состоит из центрального ядра и быстро обращающегося вокруг него электрона. Не входя в другие подробности, скажем только, что поперечник электрона измеряется биллионными долями миллиметра. Другими словами, поперечник электрона почти в миллион раз меньше поперечника атома. Если же пожелаете сравнить размеры электрона с размерами пылинки, то расчет покажет вам, что электрон меньше пылинки примерно во столько же раз, во сколько пылинка меньше – чего бы вы думали? – земного шара!

Вы видите, что атом – лилипут среди лилипутов – является в то же время настоящим исполином по сравнению с электроном, входящим в его состав, – таким же исполином, каким вся Солнечная система является по отношению к земному шару.

Можно составить следующую поучительную лестницу, в которой каждая ступень является исполином по отношению к предыдущей ступени и лилипутом по отношению к последующей:

электрон
атом
пылинка
дом
земной шар
Солнечная система
расстояние до Полярной звезды
Млечный Путь.

Каждый член этого ряда примерно в четверть миллиона раз больше предыдущего и во столько же раз меньше последующего (имеются в виду линейные размеры (а не объемы), то есть поперечник атома, диаметр Солнечной системы, высота или длина дома и т. п.). Ничто не доказывает так красноречиво всю относительность понятий «большой» и «малый», как эта табличка. В природе нет безусловно большого или безусловно малого предмета. Каждая вещь может быть названа и подавляюще огромной и исчезающе малой, в зависимости от того, как на нее взглянуть, с чем ее сравнить.

Сверхисполин и сверхлилипут

Наши беседы о великанах и карликах из мира чисел были бы неполны, если бы мы не рассказали читателю об одной изумительной диковинке этого рода – диковинке, правда, не новой, но стоящей дюжины новинок. Чтобы подойти к ней, начнем со следующей, на вид весьма незамысловатой задачи:

Какое самое большое число можно написать тремя цифрами, не употребляя никаких знаков действия?

Хочется ответить: 999, – но, вероятно, вы уже подозреваете, что ответ другой, иначе задача была бы чересчур проста. И действительно, правильный ответ пишется так:

$$9^{9^9}.$$

Выражение это означает: «девять в степени девять в девятой степени» (на языке математики такое выражение называется «третьей сверхстепенью девяти»). Другими словами: нужно составить произведение из стольких девяток, сколько единиц в результате умножения:

$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$.

Достаточно только начать вычисление, чтобы ощутить огромность предстоящего результата. Если у вас хватит терпения выполнить перемножение девяти девяток, вы получите число:

387 420 489.

Главная работа только начинается: теперь нужно найти

9387420489

то есть произведение 387 420 489 девяток. Придется сделать круглым счетом 400 миллионов умножений…

У вас, конечно, не будет времени довести до конца подобное вычисление. Но я лишен возможности сообщить вам готовый результат – по трем причинам, которые нельзя не признать уважительными. Во-первых, число это никогда и никем еще не было вычислено (известен только приближенный результат). Во-вторых, если бы даже оно и было вычислено, то, чтобы напечатать его, понадобилось бы не менее тысячи таких книг, как эта, потому что число наше состоит из 369 693 061 цифры; набранное обыкновенным шрифтом, оно имело бы в длину 1000 км – от Ленинграда до Горького. Наконец, если бы меня снабдили достаточным количеством бумаги и чернил, я и тогда не мог бы удовлетворить вашего любопытства. Вы легко можете сообразить почему: если я способен писать, скажем, без перерыва по две

цифры в секунду, то в час я напишу 7200 цифр, а в сутки, работая непрерывно день и ночь, – не более 172 800 цифр. Отсюда следует, что, не отрываясь ни на секунду от пера, трудясь круглые сутки изо дня в день без отдыха, я просидел бы за работой не менее 7 лет, прежде чем написал бы это число…

Могу сообщить вам, что это число начинается цифрами 428 124773 175 747 048 036 987 118 и кончается 89. Что находится между этим началом и концом – неизвестно. А ведь там 369 693 061 цифра!..

Вы видите, что уже число цифр нашего результата невообразимо огромно. Как же велико само число, выражаемое этим длиннейшим рядом цифр? Трудно дать хотя бы приблизительное представление о его громадности, потому что такого множества вещей, считая даже каждый электрон за отдельную вещь, нет в целой Вселенной!

Архимед вычислил некогда, сколько песчинок заключал бы в себе мир, если бы весь он, до неподвижных звезд, наполнен был тончайшим песком. У него получился результат, не превышающий единицы с 63 нолями. Наше число состоит не из 64, а почти из 370 миллионов цифр – следовательно, оно неизмеримо превышает огромное число Архимеда.

Поступим же по примеру Архимеда, но вместо «исчисления песчинок» произведем «исчисление электронов». Вы уже знаете, что электрон меньше песчинки примерно во столько же раз, во сколько раз песчинка меньше земного шара. Для радиуса видимой Вселенной примем расстояние в миллиард световых лет. Так как свет пробегает в секунду 300 000 км, а в году 31 миллион секунд, то можно считать, что световой год равен круглым счетом 10 биллионам километров (гнаться за большей точностью здесь бесполезно). Значит, для радиуса всей известной нам Вселенной получаем величину 10 миллиардов биллионов километров, или, прибегая к способу изображения числовых великанов, объясненному раньше, 10^{22} км.

Объем шара такого радиуса можно вычислить по правилам геометрии: он равен (с округлением) $44 \cdot 10^{66}$ куб. км. Умножив это число на число кубических сантиметров в кубическом километре (10^{15}), получим для объема видимой Вселенной величину 10^{81} куб. см (небезынтересно отметить, что Архимед в своем исчислении песчинок определял объем Вселенной в $5 \cdot 10^{54}$ куб. см).

Теперь представим себе, что весь этот объем сплошь заполнен самыми тяжелыми из известных нам атомов – атомами элемента урана, которых идет на грамм около 10^{22} штук. Их поместилось бы в шаре указанного объема 10^{103} штуки. Дознано, что в

каждом атоме урана содержится 238 электронов (внешних и внутренних). Поэтому во всей доступной нашему исследованию Вселенной могло бы поместиться не более 10106 электронов.

Число, состоящее «всего лишь» из 107 цифр… Как это мизерно по сравнению с нашим числовым великаном почти из 370 миллионов цифр!

Вы видите, что, наполняя сплошь видимую Вселенную электронами, мы не исчерпали и небольшой доли того исполинского числа, которое скромно скрывается под изображением:

$$9^{9^9}.$$

Познакомившись с этим замаскированным гигантом, обратимся к его противоположности.

Соответствующий числовой лилипут получится, если разделим единицу на это число. Будем иметь:

$$\frac{1}{9^{9^9}},$$

что равно:

$$\frac{1}{9^{387\,420\,489}}.$$

Мы имеем здесь знакомое нам огромное число в знаменателе. Сверхвеликан превратился в сверхлилипута.

Необходимо сделать существенное замечание о великане из трех девяток. Я получил немало писем от читателей с утверждением, что выражение это вовсе не так трудно вычислить; ряд читателей даже выполнили требуемый расчет, употребив на него сравнительно немного времени. Результат оказался несравненно скромнее того, о котором у меня рассказано. В самом деле, пишут они,

99 = 387 420 489;

возвысив же 387 420 489 в 9-ю степень, получаем число «всего лишь» из 72 цифр. Это хотя и не мало, но до 370 миллионов цифр от него еще очень далеко…

Читатели недоумевают, а между тем ошибка их в том, что ими неправильно понят смысл трехъярусного выражения из девяток. Они понимают его так:

$$\left(9^9\right)^9,$$

в то время как правильное его понимание иное:

$$9^{(9^9)}.$$

Отсюда огромная разница в итогах вычисления.

Оба способа понимания приводят к одинаковому результату только в одном случае: когда мы имеем выражение

$$2^{2^2}.$$

Тут безразлично, как вести вычисление: в обоих случаях получается один результат – 16.

Любопытно, что сейчас приведенное выражение вовсе не означает самого большого числа, какое можно изобразить тремя двойками. Можно получить гораздо большее число, если расположить двойки так:

22.

Это выражение равно 4 194 304, то есть значительно больше 16. Как видите, третья сверхстепень не во всех случаях выражает наибольшее число, какое можно изобразить тремя одинаковыми цифрами.

Из книги «Живая математика. Математические рассказы и головоломки»

Завтрак с головоломками

1. Белка на поляне

– Сегодня утром я с белкой в прятки играл, – рассказывал во время завтрака один из собравшихся за столом дома отдыха. – Вы знаете в нашем лесу круглую полянку с одинокой березой посредине? За этим деревом и пряталась от меня белка. Выйдя из чащи на полянку, я сразу заметил беличью мордочку с живыми глазками, уставившуюся на меня из-за ствола. Осторожно, не приближаясь, стал я обходить по краю полянки, чтобы взглянуть на зверька. Раза четыре обошел я дерево – но плутовка отступала по стволу в обратную сторону, по-прежнему показывая только мордочку. Так и не удалось мне обойти вокруг белки.

– Однако, – возразил кто-то, – сами же вы говорите, что четыре раза обошли вокруг дерева.

– Вокруг дерева, но не вокруг белки!

– Но белка-то на дереве?

– Что же из того?

– То, что вы кружились и вокруг белки.

– Хорошо кружился, если ни разу не видел ее спинки.

– При чем тут спинка? Белка в центре, вы ходите по кругу, значит, ходите вокруг белки.

– Ничуть не значит. Вообразите, что я хожу около вас по кругу, а вы поворачиваетесь ко мне все время лицом, пряча спину. Скажете вы разве, что я кружусь вокруг вас?

– Конечно, скажу. Как же иначе?

– Кружусь, хотя не бываю позади вас, не вижу вашей спины?

– Далась вам спина! Вы замыкаете вокруг меня путь – вот в чем суть дела, а не в том, чтобы видеть спину.

– Позвольте: что значит кружиться вокруг чего-нибудь? По-моему, это означает только одно: становиться последовательно в такие места, чтобы видеть предмет со всех сторон. Ведь правильно, профессор? – обратился спорящий к сидевшему за столом старику.

– Спор идет у вас в сущности о словах, – ответил ученый. – А в таких случаях надо начинать всегда с того, о чем вы сейчас только завели речь: надо договориться о значении слов. Как понимать слова: «двигаться вокруг предмета»? Смысл их может быть двоякий. Можно, во-первых, разуметь под ними перемещение по замкнутой линии, внутри которой находится предмет. Это одно понимание. Другое: двигаться по отношению к предмету так, чтобы видеть его со всех сторон. Держась первого понимания, вы должны признать, что четыре раза обошли вокруг

белки. Придерживаясь же второго, – обязаны заключить, что не обошли вокруг нее ни разу. Поводов для спора здесь, как видите, нет, если обе стороны говорят на одном языке, понимают слова одинаково.

– Прекрасно, можно допустить двоякое понимание. Но какое все же правильнее?

– Так ставить вопрос не приходится. Уславливаться можно о чем угодно. Уместно только спросить, что более согласно с общепринятым пониманием. Я сказал бы, что лучше вяжется с духом языка первое понимание и вот почему. Солнце, как известно, делает полный оборот вокруг своей оси немного более, чем за 25 суток.

– Солнце вертится?

– Конечно, как и Земля вокруг оси. Вообразите, однако, что вращение Солнца совершается медленнее, а именно, что оно делает один оборот не в 25 суток, а в 3651/4 суток, т. е. в год. Тогда Солнце было бы обращено к Земле всегда одной и той же своей стороной; противоположной половины, «спины» Солнца, мы никогда не видели бы. Но разве стал бы кто-нибудь утверждать из-за этого, что Земля не кружится вокруг Солнца?

– Да, теперь ясно, что я все-таки кружился вокруг белки.

– Есть предложение, товарищи! Не расходиться, – сказал один из слушавших спор. – Так как в дождь гулять никто не пойдет, а перестанет дождик, видно, не скоро, то давайте проведем здесь время за головоломками. Начало сделано. Пусть каждый по очереди придумает или припомнит какую-нибудь головоломку. Вы же, профессор, явитесь нашим верховным судьей.

– Если головоломки будут с алгеброй или с геометрией, то я должна отказаться, – заявила молодая женщина.

– И я тоже, – присоединился кто-то.

– Нет, нет, участвовать должны все! А мы попросим присутствующих не привлекать ни алгебры, ни геометрии, разве только самые начатки. Возражений не имеется?

– Тогда я согласна и готова первая предложить головоломку.

– Прекрасно, просим! – донеслось с разных сторон. – Начинайте.

2. В коммунальной кухне

– Головоломка моя зародилась в обстановке дачной квартиры. Задача, так сказать, бытовая. Жилица – назову ее для удобства Тройкиной – положила в общую плиту 3 полена своих дров, жилица Пятеркина – 5 полей, жилец Бестопливный, у которого, как вы догадываетесь, не было своих дров, получил от обеих гражданок разрешение сварить обед на общем огне. В возмещение расходов он уплатил соседкам 8 копеек. Как должны

они поделить между собой эту плату?

– Пополам, – поспешил заявить кто-то. Бестопливный пользовался их огнем в равной мере.

– Ну, нет, – возразил другой, – надо принять в соображение, как участвовали в этом огне дровяные вложения гражданок. Кто дал 3 полена, должен получить 3 копейки; кто дал 5 полен – получает 5 копеек. Вот это будет справедливый дележ.

– Товарищи, – взял слово тот, кто затеял игру и считался теперь председателем собрания. – Окончательные решения головоломок давайте пока не объявлять. Пусть каждый еще подумает над ними. Правильные ответы судья огласит нам за ужином. Теперь следующий. Очередь за вами, товарищ пионер!

3. Работа школьных кружков

– В нашей школе, – начал пионер, – имеется 5 кружков: слесарный, столярный, фотографический, шахматный и хоровой. Слесарный кружок занимается через день, столярный – через 2 дня на 3-й, фотографический – каждый 4-й день, шахматный – каждый 5-й день и хоровой – каждый 6-й день. Первого января собрались в школе все 5 кружков, а затем занятия велись в назначенные по плану дни, без отступлений от расписания. Вопрос состоит в том, сколько в первом квартале было еще вечеров, когда собирались в школе все 5 кружков.

– А год был простой или високосный? – осведомились у пионера.

– Простой.

– Значит, первый квартал – январь, февраль, март – надо считать за 90 дней?

– Очевидно.

– Позвольте к вопросу вашей головоломки присоединить еще один, – сказал профессор. – А именно: сколько в том же квартале года было таких вечеров, когда кружковых занятий в школе вовсе не происходило?

– Ага, понимаю! – раздался возглас. – Задача с подвохом. Ни одного дня не будет больше с 5 кружками и ни одного дня без всяких кружков. Это уж ясно!

– Почему? – спросил председатель.

– Объяснить не могу, но чувствую, что отгадчика хотят поймать впросак.

– Ну, это не довод. Вечером выяснится, правильно ли ваше предчувствие. За вами очередь, товарищ!

4. Кто больше?

– Двое считали в течение часа всех, кто проходил мимо них на тротуаре. Один стоял у ворот дома, другой прохаживался взад и вперед по тротуару. Кто насчитал больше прохожих?

– Идя, больше насчитаешь, ясное дело, – донеслось с другого конца стола.

– Ответ узнаем за ужином, – объявил председатель. – Следующий!

5. Дед и внук

– То, о чем я скажу, происходило в 1932 г. Мне было тогда ровно столько лет, сколько выражают последние две цифры года моего рождения. Когда я об этом соотношении рассказал деду, он удивил меня заявлением, что с его возрастом выходит то же самое. Мне это показалось невозможным…

– Разумеется, невозможно, – вставил чей-то голос.

– Представьте, что вполне возможно. Дед доказал мне это. Сколько же лет было каждому из нас?

6. Железнодорожные билеты

– Я – железнодорожная кассирша, продаю билеты, – начала следующая участница игры. – Многим это кажется очень простым делом. Не подозревают, с каким большим числом билетов приходится иметь дело кассиру даже маленькой станции. Ведь необходимо, чтобы пассажиры могли получить билеты от данной станции до любой другой на той же дороге, притом в обоих направлениях. Я служу на дороге с 25 станциями. Сколько же, по-вашему, различных образцов билетов заготовлено железной дорогой для всех ее касс?

– Ваша очередь, товарищ летчик, – провозгласил председатель.

7. Полет дирижабля

– Из Ленинграда вылетел прямо на север дирижабль. Пролетев в северном направлении 500 км, он повернул на восток. Пролетев в эту сторону 500 км, дирижабль сделал новый поворот – на юг и прошел в южном направлении 500 км. Затем он повернул на запад и, пролетев 500 км, опустился. Спрашивается: где расположено место спуска дирижабля относительно Ленинграда – к западу, к востоку, к северу или к югу?

– На простака рассчитываете, – сказал кто-то, – 500 шагов вперед, 500 вправо, 500 назад да 500 влево – куда придем? Откуда вышли, туда и придем!

– Итак, где, по-вашему, спустился дирижабль?

– На том же ленинградском аэродроме, откуда поднялся. Не так разве?

– Именно не так.

– В таком случае я ничего не понимаю!

– В самом деле, здесь что-то неладно, – вступил в разговор сосед. – Разве дирижабль спустился не в Ленинграде?.. Нельзя ли повторить задачу?

Летчик охотно исполнил просьбу. Его внимательно выслушали и с недоумением переглянулись.

– Ладно, – объявил председатель. – До ужина успеем подумать об этой задаче, а сейчас будем продолжать.

8. Тень

– Позвольте мне, – сказал очередной загадчик, – взять сюжетом головоломки тот же дирижабль. Что шире: дирижабль или его полная тень?

– В этом и вся головоломка?

– Вся.

Тень, конечно, шире дирижабля: ведь лучи солнца расходятся веером, – последовало сразу решение.

– Я бы сказал, – возразил кто-то, – что, напротив, лучи солнца параллельны; тень и дирижабль одной ширины.

– Что вы? Разве не случалось вам видеть расходящиеся лучи от спрятанного за облаком солнца? Тогда можно воочию убедиться, как сильно расходятся солнечные лучи. Тень дирижабля должна быть значительно больше дирижабля, как тень облака больше самого облака.

– Почему же обычно принимают, что лучи солнца параллельны? Моряки, астрономы – все так считают…

Председатель не дал спору разгореться и предоставил слово следующему загадчику.

9. Задача со спичками

Очередной оратор высыпал на стол все спички из коробка и стал распределять их в три кучки.

– Костер собираетесь раскладывать? – шутили слушатели.

– Головоломка, – объяснил загадчик, – будет со спичками. Вот их три неравные кучки. Во всех вместе 48 штук. Сколько в каждой, я вам не сообщаю. Зато отметьте следующее: если из первой кучи я переложу во вторую столько спичек, сколько в этой второй куче имелось, затем из второй в третью переложу столько, сколько в этой третьей перед тем будет находиться, и, наконец, из третьей переложу в первую столько спичек, сколько в этой первой куче будет тогда иметься, – если, говорю, все это проделать, то число спичек во всех кучках станет одинаково. Сколько же было в каждой кучке первоначально?

10. Коварный пень

– Головоломка эта, – начал сосед последнего загадчика, – напоминает задачу, которую давно как-то задал мне деревенский математик. Это был целый рассказ, довольно забавный. Повстречал крестьянин в лесу незнакомого старика. Разговорились. Старик внимательно оглядел крестьянина и сказал:

– Известен мне в леску этом пенечек один удивительный. Очень в нужде помогает.

– Как помогает? Вылечивает?

– Лечить не лечит, а деньги удваивает. Положишь под него кошель с деньгами, досчитаешь до ста – и готово: деньги, какие были в кошельке, удвоились. Такое свойство имеет. Замечательный пень!

– Вот бы мне испробовать, – мечтательно сказал крестьянин.

– Это можно. Отчего же? Заплатить только надо.

– Кому платить? И много ли?

– Тому платить, кто дорогу укажет. Мне, значит. А много ли, о том особый разговор.

Стали торговаться. Узнав, что у крестьянина в кошельке денег мало, старик согласился получать после каждого удвоения по 1 р. 20 к. На том и порешили.

Старик повел крестьянина в глубь леса, долго бродил с ним и, наконец, разыскал в кустах старый, покрытый мохом еловый пень. Взяв из рук крестьянина кошелек, он засунул его между корнями пня. Досчитали до ста. Старик снова стал шарить и возиться у основания пня, наконец извлек оттуда кошелек и подал крестьянину.

Заглянул крестьянин в кошелек и что же? – деньги в самом деле удвоились! Отсчитал из них старику обещанные 1 р. 20 к. и попросил засунуть кошелек вторично под чудодейственный пень.

Снова досчитали до ста, снова старик стал возиться в кустах у пня, и снова совершилось диво: деньги в кошельке удвоились. Старик вторично получил из кошелька обусловленные 1 р. 20 к.

В третий раз спрятали кошель под пень. Деньги удвоились и на этот раз. Но когда крестьянин уплатил старику обещанное вознаграждение, в кошельке не осталось больше ни одной копейки. Бедняга потерял на этой комбинации все свои деньги. Удваивать дальше было уже нечего, и крестьянин уныло побрел из лесу.

Секрет волшебного удвоения денег вам, конечно, ясен: старик недаром, отыскивая кошелек, мешкал в зарослях у пня. Но можете ли вы ответить на другой вопрос: сколько было у крестьянина денег до злополучных опытов с коварным пнем?

11. Задача о декабре

– Я, товарищи, языковед, от всякой математики далек, – начал пожилой человек, которому пришел черед задавать головоломку. – Не ждите от меня поэтому математической задачи. Могу только предложить вопрос из знакомой мне области. Разрешите задать календарную головоломку?

– Просим!

– Двенадцатый месяц называется у нас «декабрь». А вы знаете, что, собственно, значит «декабрь»? Слово это происходит от греческого слова «дека» – десять, отсюда также слово «декалитр» – десять литров, «декада» – десять дней и др. Выходит, что месяц декабрь носит название «десятый». Чем объяснить такое несоответствие?

– Ну теперь осталась только одна головоломка, – произнес председатель.

12. Арифметический фокус

– Мне приходится выступать последним, двенадцатым. Для разнообразия покажу вам арифметический фокус и попрошу раскрыть его секрет. Пусть кто-нибудь из вас, хотя бы вы, товарищ председатель, напишет на бумажке, тайно от меня, любое трехзначное число.

– Могут быть и нули в этом числе?

– Не ставлю никаких ограничений. Любое трехзначное число, какое пожелаете.

– Написал. Что теперь?

– Припишите к нему это же число еще раз. У вас получится, конечно, шестизначное число.

– Есть. Шестизначное число.

– Передайте бумажку соседу, что сидит подальше от меня. А он пусть разделит это шестизначное число на семь.

– Легко сказать: разделить на семь! Может и не разделится.

– Не беспокойтесь, поделится без остатка.

– Числа не знаете, а уверены, что поделится.

– Сначала разделите, потом будем говорить.

– На ваше счастье разделилось.

– Результат вручите своему соседу, не сообщая мне. Он разделит его на 11.

– Думаете, опять повезет – разделится?

– Делите, остатка не получится.

– В самом деле без остатка! Теперь что?

– Передайте результат дальше. Разделим его… ну, скажем, на 13.

– Нехорошо выбрали. Без остатка на 13 мало чисел делится… Ан нет, разделилось нацело. Везет же вам!

– Дайте мне бумажку с результатом; только сложите ее, чтобы я не видел числа.

Не развертывая листа бумаги, «фокусник» вручил его председателю.

– Извольте получить задуманное вами число. Правильно?

– Совершенно верно! – с удивлением ответил тот, взглянув на

бумажку. – Именно это я и задумал… теперь, так как список ораторов исчерпан, позвольте закрыть наше собрание, благо и дождь успел пройти. Разгадки всех головоломок будут оглашены сегодня же, после ужина. Записки с решениями можете подавать мне.

Решения головоломок 1-12

1. Головоломка с белкой на поляне рассмотрена была полностью раньше. Переходим к следующей.

2. Нельзя считать, как многие делают, что 8 копеек уплачено за 8 полен, по 1 копейке за полено. Деньги эти уплачены только за третью часть от 8 полен, потому что огнем пользовались трое в одинаковой мере. Отсюда следует, что все 8 полен оценены были в 8 х 3, т. е. в 24 к., и цена одного полена – 3 копейки.

Теперь легко сообразить, сколько причитается каждому. Пятеркиной за ее 5 полен следует 15 копеек; но она сама воспользовалась плитой на 8 копеек; значит, ей остается дополучить еще 15 – 8, т. е. 7 копеек. Тройкина за три свои полена должна получить 9 копеек, а если вычесть 8 копеек, причитающихся с нее за пользование плитой, то следовать ей будет всего только 9–8, т. е. 1 копейка.

Итак, при правильном дележе Пятеркина должна получить 7 копеек, Тройкина – 1 копейку.

3. На первый вопрос – через сколько дней в школе соберутся одновременно все 5 кружков – мы легко ответим, если сумеем разыскать наименьшее из всех чисел, которое делится без остатка на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6. Нетрудно сообразить, что число это 60. Значит, на 61-й день соберется снова 5 кружков: слесарный – через 30 двухдневных промежутков, столярный – через 20 трехдневных, фотокружок – через 15 четырехдневных, шахматный – через 12 пятидневок и хоровой – через 10 шестидневок. Раньше чем через 60 дней такого вечера не будет. Следующий подобный же вечер будет еще через 60 дней, т. е. уже во втором квартале.

Итак, в течение первого квартала окажется только один вечер, когда в клубе снова соберутся для занятий все 5 кружков.

Хлопотливее найти ответ на второй вопрос задачи: сколько будет вечеров, свободных от кружковых занятий? Чтобы разыскать такие дни, надо выписать по порядку все числа от 1 до 90 и зачеркнуть в этом ряду дни работы слесарного кружка, т. е. числа 1, 3, 5, 7, 9 и т. д. Потом зачеркнуть дни работы столярного кружка: 4-й, 7-й, 10-й и т. д. После того как зачеркнем затем дни занятий фотокружка, шахматного и хорового, у нас останутся незачеркнутыми те дни первого квартала, когда ни один кружок не работал.

Кто проделает эту работу, тот убедится, что вечеров, свободных

от занятий, в течение первого квартала будет довольно много: 24. В январе их 8, а именно: 2-го, 8-го, 12-го, 14-го, 18-го, 20-го, 24-го и 30-го. В феврале насчитывается 7 таких дней, в марте – 9.

4. Оба насчитали одинаковое число прохожих. Хотя тот, кто стоял у ворот, считал проходивших в обе стороны, зато тот, кто ходил, видел вдвое больше встречных людей. Можно рассуждать и иначе. Когда тот из считавших, который прохаживался по тротуару, первый раз возвратился к своему стоявшему товарищу, они насчитали одинаковое число прохожих – всякий, прошедший мимо стоявшего, попался (на том или на обратном пути) и прохаживавшемуся (и наоборот). И каждый раз, возвращаясь к своему стоявшему товарищу, гулявший насчитывал такое же число прохожих. То же было и в конце часа, когда они последний раз встретились и сообщили друг другу результаты подсчетов.

5. С первого взгляда может действительно показаться, что задача неправильно составлена: выходит как будто, что внук и дед одного возраста. Однако требование задачи, как сейчас увидим, легко удовлетворяется.

Внук, очевидно, родился в XX столетии. Первые две цифры года его рождения, следовательно, 19; таково число сотен. Число, выражаемое остальными цифрами, будучи сложено с самим собою, должно составить 32. Значит, это число 16: год рождения внука 1916, и ему в 1932 г. было 16 лет.

Дед его родился, конечно, в XIX столетии: первые две цифры года его рождения 18. Удвоенное число, выражаемое остальными цифрами, должно составить 132. Значит, само это число равно половине 132, т. е. 66. Дед родился в 1866 г. и ему в 1932 году было 66 лет.

Таким образом, и внуку и деду в 1932 г. было столько лет, сколько выражают последние две цифры годов их рождения.

6. На каждой из 25 станций пассажиры могут требовать билет до любой станции, т. е. на 24 пункта. Значит, разных билетов надо напечатать 25 x 24 = 600 образцов. Если же пассажиры могут приобретать не только прямые билеты («туда»), но, при желании, и обратные («туда-обратно»), то число образцов билетов возрастет еще вдвое, т. е. их потребуется 1200.

7. Задача эта никакого противоречия не содержит. Не следует думать, что дирижабль летел по контуру квадрата; надо принять в расчет шарообразную форму Земли. Дело в том, что меридианы к северу сближаются; поэтому, пройдя 500 км по параллельному кругу, расположенному на 500 км севернее широты Ленинграда, дирижабль отошел к востоку на большее число градусов, чем пролетел потом в обратном направлении, очутившись снова на широте Ленинграда. В результате дирижабль, закончив полет,

оказался восточнее Ленинграда.

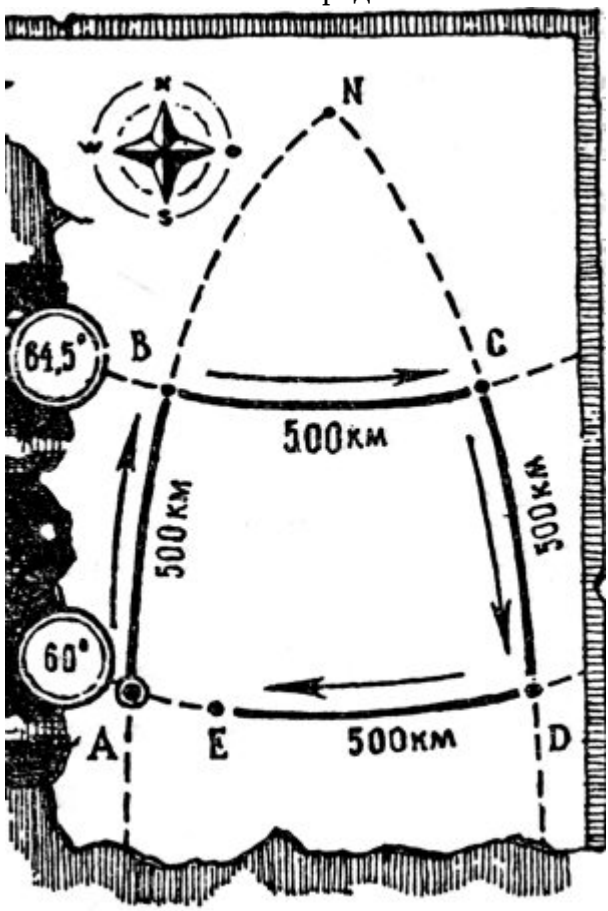


Рис. 1

На сколько именно? Это можно рассчитать. На рис. 1 вы видите маршрут дирижабля: *ABCDE.* Точка *N* — Северный полюс; в этой точке сходятся меридианы *AB* и *DC.* Дирижабль пролетел сначала 500 км на север, т. е. по меридиану *AN.* Так как длина градуса меридиана 111 км, то дуга меридиана в 500 км содержит 500: 111 «4,5°. Ленинград лежит на 60-й параллели; значит, точка *B* находится на широте 60° + 4,5° = 64,5°. Затем дирижабль летел к востоку, т. е. по параллели *BC,* и прошел по ней 500 км. Длину одного градуса на этой параллели можно вычислить (или узнать из таблиц); она равна примерно 48 км. Отсюда легко определить, сколько градусов пролетел дирижабль на восток: 500: 48 «10,4°. Далее дирижабль летел в южном направлении, т. е. по меридиану *CD* и, пройдя 500 км, должен был очутиться снова на параллели Ленинграда. Теперь путь лежит на запад, т. е. по *AD;* 500 км этого пути явно короче расстояния *AD.* В расстоянии *AD* заключается столько же градусов, сколько и в *BC,* т. е. 10,4°. Но длина 1° на ширине 60° примерно равна 55,5 км. Следовательно, между *A* и *D*

расстояние равно 55,5 х 10,4 «577 км. Мы видим, что дирижабль не мог спуститься в Ленинграде; он не долетел до него 77 км, т. е. оказался над Ладожским озером и мог опуститься только на воду.

8. Беседовавшие об этой задаче допустили ряд ошибок. Неверно, что лучи солнца, падающие на земной шар, заметно расходятся. Земля так мала по сравнению с расстоянием ее от Солнца, что солнечные лучи, падающие на какую-либо часть ее поверхности, расходятся на неуловимо малый угол: практически лучи эти можно считать параллельными. То, что мы видим иногда (при так называемом «иззаоблачном сиянии») лучи солнца, расходящиеся веером, – не более как следствие перспективы.

В перспективе параллельные линии представляются сходящимися; вспомните вид уходящих вдаль рельсов или вид длинной аллеи.

Однако, из того, что лучи солнца падают на землю параллельным пучком, вовсе не следует, что полная тень дирижабля равна по ширине самому дирижаблю. Взглянув на рис. 2, вы поймете, что полная тень дирижабля в пространстве суживается по направлению к земле и что, следовательно, тень, отбрасываемая им на земную поверхность, должна быть уже самого дирижабля! *CD* меньше чем *AB*.

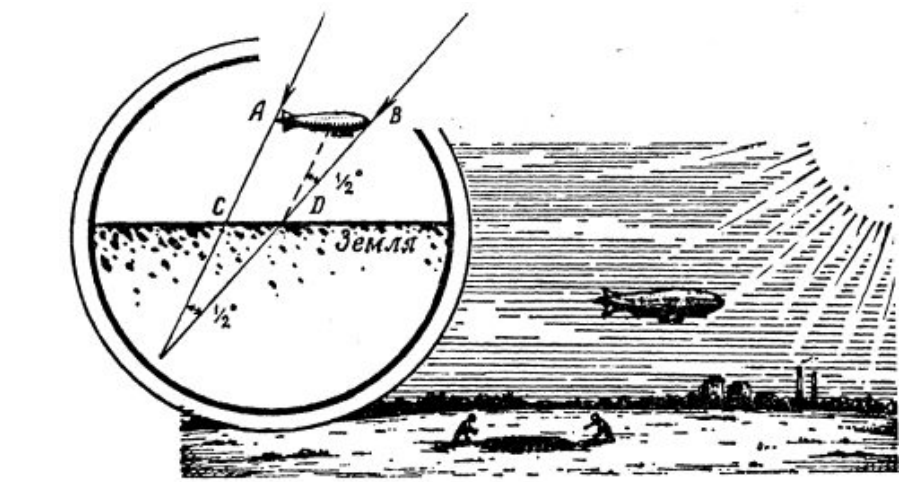


Рис. 2. Как падает тень дирижабля

Если знать высоту дирижабля, то можно вычислить и то, как велика эта разница. Пусть дирижабль летит на высоте 100 м над земной поверхностью. Угол, составляемый прямыми *AC* в *BD* между собою, равен тому углу, под которым усматривается солнце с земли; угол этот известен; около 1/2°. С другой стороны, известно, что всякий предмет, видимый под углом в 1/2°, удален

от глаза на 115 своих поперечников. Значит, избыток длины дирижабля над длиною тени (этот избыток усматривается с земной поверхности под углом в 1/2°) должен составлять 115-ю долю от *AC*. Величина *AC* больше отвесного расстояния от *A* до земной поверхности. Если угол между направлением солнечных лучей и земной поверхностью равен 45°, то *AC* (при высоте дирижабля 100 м) составляет около 140 м, и, следовательно, отрезок *MN* равен $\frac{140}{115} \approx 1{,}2$ м.

Все сказанное относится к полной тени дирижабля – черной и резкой, и не имеет отношения к так называемой полутени, слабой и размытой. Расчет наш показывает, между прочим, что, будь на месте дирижабля небольшой шар-зонд диаметром меньше 12 м, он не отбрасывал бы вовсе полной тени; видна была бы только его смутная полутень.

9. Задачу решают с конца. Будем исходить из того, что после всех перекладываний число спичек в кучках сделалось одинаковым. Так как от этих перекладываний общее число спичек не изменилось, осталось прежнее (48), то в каждой кучке к концу всех перекладываний оказалось 16 штук.

Итак, имеем в самом конце:

1-я кучка	2-я кучка	3-я кучка
16	16	16

Непосредственно перед этим в 1-ю кучку было прибавлено столько спичек, сколько в ней имелось; иначе говоря, число спичек в ней было удвоено. Значит, до последнего перекладывания в 1-й кучке было не 16, а только 8 спичек. В кучке же 3-й, из которой 8 спичек было взято, имелось перед тем 16 + 8 = 24 спички.

Теперь у нас такое распределение спичек по кучкам:

1-я кучка	2-я кучка	3-я кучка
8	16	24

Далее: мы знаем, что перед этим из 2-й кучки было переложено в 3-ю столько спичек, сколько имелось в 3-й кучке. Значит, 24 – это удвоенное число спичек, бывших в 3-й кучке до этого перекладывания. Отсюда узнаем распределение спичек после первого перекладывания:

1-я кучка	2-я кучка	3-я кучка
8	6 + 12 = 28	12

Легко сообразить, что раньше первого перекладывания (т. е. до того как из 1-й кучки переложено было во 2-ю столько спичек, сколько в этой 2-й имелось) распределение спичек было таково:

1-я кучка	2-я кучка	3-я кучка
22	14	12

Таково первоначальное количество спичек в кучках.

10. Эту головоломку также проще решить с конца. Мы знаем, что после третьего удвоения в кошельке оказалось 1 р. 20 к. (деньги эти получил старик в последний раз). Сколько же было до этого удвоения? Конечно, 60 к. Остались эти 60 к. после уплаты старику вторых 1 р. 20 к., а до уплаты было в кошельке 1 р. 20 к. + 60 к. = 1 р. 80 к.

Далее: 1 р. 80 к. оказались в кошельке после второго удвоения; до того было всего 90 к., оставшихся после уплаты старику первых 1 р. 20 к. Отсюда узнаем, что до уплаты находилось в кошельке 90 к. + 1 р. 20 к. = = 2 р. 10 к. Столько денег имелось в кошельке после первого удвоения; раньше же было вдвое меньше – 1 р. 05 к. Это и есть те деньги, с которыми крестьянин приступил к своим неудачным финансовым операциям.

Проверим ответ.

Деньги в кошельке:

После 1-го удвоения…….1 р. 5 к. х 2 = 2 р. 10 к.

«1-й уплаты……2 р. 10 к. – 1 р. 20 к. = 90 к.

«2-го удвоения……90 к. х 2 = 1 р. 80 к.

«2-й уплаты…….. 1 р. 80 к. – 1 р. 20 к. = 60 к.

«3-го удвоения……60 к. х 2 = 1 р. 20 к.

«3-й уплаты……1 р. 20 к. – 1 р. 20 к. = 0.

11. Наш календарь ведет свое начало от календаря древних римлян. Римляне же (до Юлия Цезаря) считали началом года не 1 января, а 1 марта. Декабрь тогда был, следовательно, десятый месяц. С перенесением начала года на 1 января названия месяцев изменены не были. Отсюда и произошло то несоответствие между названием и порядковым номером, которое существует теперь для ряда месяцев.

Название месяцев	Смысл названия	Порядковый номер
Сентябрь	Седьмой	9
Октябрь	Восьмой	10
Ноябрь	Девятый	11
Декабрь	Десятый	12

12. Проследим за тем, что проделано было с задуманным числом. Прежде всего к нему приписали взятое трехзначное число еще раз. Это то же самое, что приписать три нуля и прибавить затем первоначальное число; например:

872 872 = 872 000 + 872.

Теперь ясно, что́, собственно, проделано было с числом: его увеличили в 1000 раз и, кроме того, прибавили его самого; короче сказать – умножили число на 1001.

Что же сделано было потом с этим произведением? Его разделили последовательно на 7, на 11 и на 13. В конечном итоге, значит, разделили его на 7 x 11 x 13, т. е. на 1001.

Итак, задуманное число сначала умножили на 1001, потом разделили на 1001. Надо ли удивляться, что в результате получилось то же самое число?

Прежде чем закончить главу о головоломках в доме отдыха, расскажу еще об арифметических фокусах, которыми вы можете занять досуг ваших товарищей…

Зачеркнутая цифра

Пусть товарищ ваш задумает какое-нибудь многозначное число, например 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа (8 + 4 + 7) = 19 и отнять ее от задуманного числа. У загадчика окажется:

847 – 19 = 828.

В том числе, которое получится, пусть он зачеркнет одну цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно называете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось.

Как можете вы это выполнить и в чем разгадка фокуса?

Выполняется это очень просто: подыскивается такая цифра, которая вместе с суммою вам сообщенных цифр составила бы ближайшее число, делящееся на 9 без остатка. Если, например, в числе 828 была зачеркнута первая цифра (8) и вам сообщены цифры 2 и 8, то, сложив 2 + 8, вы соображаете, что до ближайшего числа, делящегося на 9, т. е. до 18, не хватает 8. Это и есть зачеркнутая цифра.

Почему так получается? Потому что если от какого-либо числа отнять сумму его цифр, то должно остаться число, делящееся на 9, – иначе говоря, такое, сумма цифр которого делится на 9. В самом деле, пусть в задуманном числе a – цифра сотен, 6 – цифра десятков и c — цифра единиц. Значит, всего в этом числе содержится единиц

100a + 106 + c.

Отнимаем от этого числа сумму его цифр a + 6 + c. Получим 100a + 106 + c – $(a + b + c)$ = 99 a + 96 = 9 · (11a + 6).

Но 9 · (11a + 6), конечно, делится на 9; значит, при вычитании из числа суммы его цифр всегда должно получиться число, делящееся на 9 без остатка.

При выполнении фокуса может случиться, что сумма сообщенных вам цифр сама делится на 9 (например, 4 и 5). Это показывает, что зачеркнутая цифра есть либо 0, либо 9. Так вы и должны ответить: 0 или 9.

Вот видоизменение того же фокуса: вместо того чтобы из задуманного числа вычитать сумму его цифр, можно вычесть число, полученное из данного какой-либо перестановкой его цифр. Например, из числа 8247 можно вычесть 2748 (если получается число, большее задуманного, то вычитают меньшее из большего). Дальше поступают, как раньше сказано: 8247–2748 = 5499; если зачеркнута цифра 4, то, зная цифры 5, 9, 9, вы

соображаете, что ближайшее к 5 + 9 + 9, т. е. 23, число, делящееся на 9, есть 27. Значит, зачеркнутая цифра 27–23 = 4.

Выгодная сделка

Когда и где происходила эта история – неизвестно. Возможно, что и вовсе не происходила; даже скорее всего, что так. Но быль это или небылица, история достаточно занятна, чтобы ее послушать.

1.

Богач-миллионер возвратился из отлучки необычайно радостный: у него была в дороге счастливая встреча, сулившая большие выгоды.

«Бывают же такие удачи, – рассказывал он домашним. – Неспроста, видно, говорят, что деньга на деньгу набегает. Вот и на мою деньгу денежка бежит. И как неожиданно! Повстречался мне в пути незнакомец, из себя невидный. Мне бы и разговаривать с ним не пристало, да он сам начал, как проведал, что у меня достаток есть. И такое к концу разговора предложил выгодное дельце, что у меня дух захватило.

– Сделаем, – говорит, – с тобой такой уговор. Я буду целый месяц приносить тебе ежедневно по сотне тысяч рублей. Не даром, разумеется, но плата пустяшная. В первый день я должен по уговору заплатить – смешно вымолвить – всего только одну копейку.

Я ушам не верил!

– Одну копейку? – переспрашиваю.

– Одну копейку, – говорит, – за вторую сотню тысяч заплатишь 2 копейки.

– Ну, – не терпится мне. – А дальше?

– А дальше: за третью сотню тысяч 4 копейки, за четвертую – 8, за пятую – 16. И так целый месяц, каждый день вдвое больше против предыдущего.

– И потом что? – спрашиваю.

– Все, – говорит, – больше ничего не потребую. Только крепко держать уговор: каждое утро буду носить по сотне тысяч рублей, а ты плати, что сговорено. Раньше месяца кончать не смей.

Сотни тысяч рублей за копейки отдает! Если деньги не фальшивые, то не в полном уме человек. Однако же дело выгодное, упускать не надо.

– Ладно, – говорю. – Неси деньги. Я-то свои уплачу аккуратно. Сам, смотри, не обмани: правильные деньги приноси.

– Будь покоен, – говорит, – завтра с утра жди. Одного только боюсь: придет ли? Как бы не спохватился, что слишком невыгодное дело затеял! Ну, до завтра недолго ждать».

2.

Прошел день. Рано утром постучал богачу в окошко тот самый незнакомец, которого он встретил в дороге.

– Деньги готовь, – говорит. – Я свои принес.

И, действительно, войдя в комнату, странный человек стал выкладывать деньги – настоящие, не фальшивые. Отсчитал ровно сто тысяч и говорит:

– Вот мое по уговору. Твой черед платить. Богач положил на стол медную копейку и с опаской дожидался, возьмет гость монету или раздумает, деньги свои назад потребует. Посетитель осмотрел копейку, взвесил в руке и спрятал в суму.

– Завтра в такое же время жди. Да не забудь, две копейки припаси, – сказал он и ушел.

Богач не верил удаче: сто тысяч с неба свалилось! Снова пересчитал деньги, удостоверился хорошенько, что не фальшивые; все правильно. Запрятал деньги подальше и стал ждать завтрашней уплаты.

Ночью взяло его сомнение: не разбойник ли простаком прикинулся, хочет поглядеть, куда деньги прячут, да потом и нагрянуть с шайкой лихих людей?

Запер богач двери покрепче, с вечера в окно поглядывал, прислушивался, долго заснуть не мог. Наутро снова стук в окно: незнакомец деньги принес. Отсчитал сто тысяч, получил свои две копейки, спрятал монету в суму и ушел, бросив на прощанье:

– К завтрашнему четыре копейки, смотри, приготовь.

Снова радуется богач: вторая сотня тысяч даром досталась. А гость на грабителя не похож: по сторонам не глядит, не высматривает, свои только копейки требует. Чудак! Побольше бы таких на свете, умным людям хорошо бы жилось…

Явился незнакомец и на третий день – третья сотня тысяч перешла к богачу за 4 копейки.

Еще день, и таким же манером явилась четвертая сотня тысяч – за 8 копеек.

Пришла и пятая сотня тысяч – за 16 копеек.

Потом шестая за 32 копейки.

Спустя семь дней от начала сделки получил наш богач уже семьсот тысяч рублей, а уплатил пустяки:

1 к. + 2 к. + 4 к. + 8 к. + 16 к. + 32 к. + 64 к. = 1 р. 27 к.

Понравилось это алчному миллионеру, и он уже стал сожалеть, что договорился всего на один только месяц. Больше трех миллионов получить не удастся. Склонить разве чудака продлить срок еще хоть на полмесяца? Боязно: как бы не сообразил, что зря деньги отдает…

А незнакомец аккуратно являлся каждое утро со своей сотней тысяч. На 8-й день получил он 1 р. 28 к., на 9-й – 2 р. 56 к., на 10-

й – 5 р. 12 к., на 11-й – 10 р. 24 к., на 12-й – 20 р. 48 к., на 13-й – 40 р. 96 к., на 14-й —81р. 92 к.

Богач охотно платил эти деньги, ведь он получил уже один миллион 400 тысяч рублей, а отдал незнакомцу всего около полутораста рублей.

Недолго, однако, длилась радость богача: скоро стал он соображать, что странный гость не простак и что сделка с ним вовсе не так выгодна, как казалось сначала. Спустя 15 дней приходилось за очередные сотни тысяч платить уже не копейки, а сотни рублей, и плата страшно быстро нарастала. В самом деле, богач уплатил во второй половине месяца:

за 15-ю сотню тысяч……. 163 р. 84 к.
«16-ю»»…… 327» 68»
«17-ю»»…… 655» 36»
«18-ю»»…… 1310» 72»
«19-ю»»…… 2621» 44»

Впрочем, богач считал себя еще далеко не в убытке хотя и уплатил больше пяти тысяч, зато получил 1800 тысяч.

Прибыль, однако, с каждым днем уменьшалась, притом все быстрее и быстрее.

Вот дальнейшие платежи:

за 20-ю сотню тысяч……. 5242 р. 88 к.
«21-ю»»…… 10 485» 76»
«22-ю»»…… 20 971» 52»
«23-ю»»…… 41 943» 04»
«24-ю»»…… 83 886» 08»
«25-ю»»…… 167 772» 16»
«26-ю»»…… 335 544» 32»
«27-ю»»…… 671 088» 64»

Платить приходилось уже больше, чем получать. Тут бы и остановиться, да нельзя ломать договора.

Дальше пошло еще хуже. Слишком поздно убедился миллионер, что незнакомец жестоко перехитрил его и получит куда больше денег, чем сам уплатит…

Начиная с 28-го дня богач должен был уже платить миллионы. А последние два дня его вконец разорили. Вот эти огромные платежи:

за 28-ю сотню тысяч……. 1 342 177 р. 28 к.
«29-ю»»…… 2 684 354» 56»
«30-ю»»…… 5 368 709» 12»

Когда гость ушел в последний раз, миллионер подсчитал, во что обошлись ему столь дешевые на первый взгляд три миллиона рублей. Оказалось, что уплачено было незнакомцу

10 737 418 р. 23 к.

Без малого 11 миллионов!.. А ведь началось с одной копейки. Незнакомец мог бы приносить даже по три сотни тысяч и все-таки не прогадал бы.

3.

Прежде чем кончить с этой историей, покажу, каким способом можно ускорить подсчет убытков миллионера; другими словами – как скорее всего выполнить сложение ряда чисел:

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + и т. д.

Нетрудно подметить следующую особенность этих чисел:

1 = 1 2=1 + 1

4 = (1 + 2) + 1

8 = (1 + 2 + 4) + 1

16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1

32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1 и т. д.

Мы видим, что каждое число этого ряда равно всем предыдущим, вместе взятым, плюс одна единица. Поэтому, когда нужно сложить все числа такого ряда, например от 1 до 32 768, то мы прибавляем лишь к последнему числу (32 768) сумму всех предыдущих, иначе сказать – прибавляем то же последнее число без единицы (32 768 – 1). Получаем 65 535.

Этим способом можно подсчитать убытки алчного миллионера очень быстро, как только узнаем, сколько уплатил он в последний раз. Его последний платеж был 5 368 709 р. 12 к.

Поэтому, сложив 5 368 709 р. 12 к. и 5 368 709 р. 11 к., получаем сразу искомый результат:

10 737 418 р. 23 к.

Городские слухи

Удивительно, как быстро разбегаются по городу слухи! Иной раз не пройдет и двух часов со времени какого-нибудь происшествия, которое видело всего несколько человек, а новость облетела уже весь город: все о ней знают, все слыхали. Необычайная быстрота эта кажется поразительной, прямо загадочной.

Однако если подойти к делу с подсчетом, то станет ясно, что ничего чудесного здесь нет: все объясняется свойствами чисел, а не таинственными особенностями самих слухов.

Для примера рассмотрим хотя бы такой случай.

1.

В небольшой городок с 50-тысячным населением приехал в 8 ч утра житель столицы и привез свежую, всем интересную новость.

В доме, где приезжий остановился, он сообщил новость только трем местным жителям; это заняло, скажем, четверть часа.

Итак, в 81/4 ч утра новость была известна в городе всего только четверым: приезжему и трем местным жителям.

Узнав эту новость, каждый из трех граждан поспешил рассказать ее 3 другим. Это потребовало также четверти часа. Значит, спустя полчаса после прибытия новости в город о ней знало уже 4 + (3 х 3) = 13 человек.

Каждый из 9 вновь узнавших поделился в ближайшие четверть часа с 3 другими гражданами, так что к 83/4 часам утра новость стала известна

13 + (3 х 9) = 40 гражданам.

Если слух распространяется по городу и далее таким же способом, т. е. каждый, узнавший про новость, успевает в ближайшие четверть часа сообщить ее 3 согражданам, то осведомление города будет происходить по следующему расписанию:

в 9 ч новость узнают 40 + (3 х 27) =121 чел.

«91/4»»» 121 + (3 х 81) = 364»

«91/2»»» 364 + (3 х 243) = 1093»

Спустя полтора часа после первого появления в городе новости ее будут знать, как видим, всего около 1100 человек. Это, казалось бы, немного для населения в 50 000. Можно подумать, что новость не скоро еще станет известна всем жителям. Проследим, однако, далее за распространением слуха:

в 93/4 ч новость узнают 1093 + (3 х 729) = 3280 чел.

«10»»» 3280 + (3 х 2187) = 9841»

Еще спустя четверть часа будет уже осведомлено больше половины города:

9841 + (3 x 6561) = 29 524.

И, значит, ранее чем в половине одиннадцатого дня поголовно все жители большого города будут осведомлены о новости, которая в 8 ч утра известна была только одному человеку.

2.

Проследим теперь, как выполнен был предыдущий подсчет.

Он сводился, в сущности, к тому, что мы сложили такой ряд чисел:

1 + 3 + (3 x 3) + (3 x 3 x 3) + (3 x 3 x 3 x 3) + и т. д.

Нельзя ли узнать эту сумму как-нибудь короче, наподобие того, как определяли мы раньше сумму чисел ряда 1 + 2 + 4 + 8 и т. д.? Это возможно, если принять в соображение следующую особенность складываемых здесь чисел:

1 = 1

3 = 1 x 2 + 1

9 = (1 + 3) x 2 + 1

27 = (1 + 3 + 9) x 2 + 1

81 = (1 + 3 + 9 + 27) x 2+1 и т. д.

Иначе говоря: каждое число этого ряда равно удвоенной сумме всех предыдущих чисел плюс единица.

Отсюда следует, что если нужно найти сумму всех чисел нашего ряда от 1 до какого-либо числа, то достаточно лишь прибавить к этому последнему числу его половину (предварительно откинув в последнем числе единицу).

Например, сумма чисел

3.

В нашем случае каждый житель, узнавший новость, передавал ее только трем гражданам. Но если бы жители города были еще разговорчивее и сообщали услышанную новость не 3 гражданам, а, например, 5 или даже 10 другим, слух распространялся бы, конечно, гораздо быстрее.

При передаче, например, пятерым картина осведомления города была бы такая:

в 8 ч. . . . . = 1 чел.

«81/4». . . . . 1 + 5 = 6»

«81/2». . . . 6 + (5 × 5) = 31»

«83/4». . . 31 + (25 × 5) = 156»

«9». . . 156 + (125 × 5) = 781»

«91/4». . . 781 + (625 × 5) = 3906»

«91/2». . . 3906 + (3125 × 5) = 19 531»

Ранее чем в 93/4 часа утра новость будет уже известна всему 50-тысячному населению города.

Еще быстрее распространится слух, если каждый, услышавший новость, передаст о ней 10 другим. Тогда получим такой любопытный, быстро возрастающий, ряд чисел:

в 8 ч. . . . . = 1,

«81/4». . . 1 + 10 = 11,

«81/2». . . 11 + 100 = 111,

«83/4». . . 111 + 1000 = 1111,

«9». . . 1111 + 10000 = 11111.

Следующее число этого ряда, очевидно, 111 111 – это показывает, что весь город узнает про новость уже в самом начале 10-го часа утра. Слух разнесется почти в один час!

Лавина дешевых велосипедов

В дореволюционные годы были у нас, – а за рубежом, вероятно, и теперь еще находятся, – предприниматели, которые прибегают к довольно оригинальному способу сбывать свой товар, обычно посредственного качества. Начинали с того, что в распространенных газетах и журналах печатали рекламу такого содержания:

...

ВЕЛОСИПЕД ЗА 10 РУБЛЕЙ!
Каждый может приобрести в собственность
велосипед, затратив только 10 рублей.
Пользуйтесь редким случаем.
ВМЕСТО 50 РУБЛЕЙ – 10 РУБ.
Условия покупки высылаются бесплатно

Немало людей, конечно, соблазнялись заманчивым объявлением и просили прислать условия необычной покупки. В ответ на запрос они получали подробный проспект, из которого узнавали следующее.

За 10 руб. высылался пока не самый велосипед, а только 4 билета, которые надо было сбыть по 10 руб. своим четверым знакомым. Собранные таким образом 40 руб. следовало отправить фирме, и тогда лишь прибывал велосипед; значит, он обходился покупателю действительно всего в 10 руб., остальные 40 руб. уплачивались ведь не из его кармана. Правда, кроме уплаты 10 руб. наличными деньгами, приобретающий велосипед имел некоторые хлопоты по продаже билетов среди знакомых, – но этот маленький труд в счет не шел.

Что же это были за билеты? Какие блага приобретал их покупатель за 10 руб.? Он получал право обменять их у фирмы на 5 таких же билетов; другими словами, он приобретал возможность собрать 50 руб. для покупки велосипеда, который ему обходился, следовательно, только в 10 руб., т. е. в стоимость билета. Новые обладатели билетов в свою очередь получали от фирмы по 5 билетов для дальнейшего распространения, и т. д.

На первый взгляд во всем этом не было обмана. Обещание

рекламного объявления исполнялось; велосипед в самом деле обходился покупателям всего лишь в 10 руб. Да и фирма не оказывалась в убытке, – она получала за свой товар полную его стоимость.

А между тем вся затея – несомненное мошенничество. «Лавина», как называли эту аферу у нас, или «снежный ком», как величали ее французы, вовлекала в убыток тех многочисленных ее участников, которым не удавалось сбыть дальше купленные ими билеты. Они-то и уплачивали фирме разницу между 50-рублевой стоимостью велосипедов и 10-рублевой платой за них. Рано ли, поздно ли, но неизбежно наступал момент, когда держатели билетов не могли найти охотников их приобрести. Что так должно непременно случиться, вы поймете, дав себе труд проследить с карандашом в руке за тем, как стремительно возрастает число людей, вовлекаемых в лавину.

Первая группа покупателей, получившая свои билеты прямо от фирмы, находит покупателей обычно без особого труда; каждый член этой группы снабжает билетами четверых новых участников.

Эти четверо должны сбыть свои билеты 4 х 5, т. е. 20 другим, убедив их в выгодности такой покупки. Допустим, что это удалось, и 20 покупателей завербовано.

Лавина движется дальше: 20 новых обладателей билетов должны наделить ими 20 х 5 = 100 других.

До сих пор каждый из «родоначальников» лавины втянул в нее

1 + 4 + 20 + 100 = 125 человек,

из которых 25 имеют по велосипеду, а 100 – только надежду его получить, уплатив за эту надежду по 10 руб. Теперь лавина выходит уже из тесного круга знакомых между собою людей и начинает растекаться по городу, где ей становится, однако, все труднее и труднее отыскивать свежий материал. Сотня последних обладателей билетов должна снабдить такими же билетами 500 граждан, которым в свою очередь придется завербовать 2500 новых жертв. Город быстро наводняется билетами, и отыскивать охотников приобрести их становится весьма нелегким делом.

Вы видите, что число людей, втянутых в лавину, растет по тому же самому закону, с которым мы встретились, когда беседовали о распространении слухов. Вот числовая пирамида, которая в этом случае получается:

1
4
20
100
500
2500
12 500
62 500

Если город велик и все его население, способное сидеть на велосипеде, составляет 621/2 тысячи, то в рассматриваемый момент, т. е. на 8 «туре», лавина должна иссякнуть. Все оказались втянутыми в нее. Но обладает велосипедами только пятая часть, у остальных же 4/5 имеются на руках билеты, которые некому сбыть.

Для города с более многочисленным населением, даже для современного столичного центра, насчитывающего миллионы жителей, момент насыщения наступит всего несколькими турами позднее, потому что числа лавины растут с неимоверной быстротой. Вот следующие ярусы нашей числовой пирамиды:

312 500
1 562 500
7 812 500
39 062 500

На 12-м туре лавина, как видите, могла бы втянуть в себя население целого государства. И 4/5 этого населения будет обмануто устроителями лавины. Подведем итог тому, чего собственно достигает фирма устройством лавины. Она принуждает 4/5 населения оплачивать товар, приобретаемый остальною 1/5 частью населения; иными словами – заставляет четырех граждан облагодетельствовать пятого. Совершенно безвозмездно приобретает фирма, кроме того, многочисленный штат усердных распространителей ее товара. Правильно охарактеризовал эту аферу один из наших писателей [74] как «лавину взаимного объегоривания». Числовой великан, невидимо скрывающийся за этой затеей, наказывает тех, кто не умеет воспользоваться арифметическим расчетом для ограждения собственных интересов от посягательства аферистов.

Награда

Вот что, по преданию, произошло много веков назад в Древнем Риме (рассказ в вольной передаче заимствован из старинной латинской рукописи, принадлежащей одному из частных книгохранилищ Англии).

1.

Полководец Теренций по приказу императора совершил победоносный поход и с трофеями вернулся в Рим. Прибыв в столицу, он просил допустить его к императору.

Император ласково принял полководца, сердечно благодарил его за военные услуги империи и обещал в награду дать высокое положение в сенате.

Но Теренцию нужно было не это. Он возразил:

– Много побед одержал я, чтобы возвысить твое могущество, государь, и окружить имя твое славой. Я не страшился смерти, и будь у меня не одна, а много жизней, я все их принес бы тебе в жертву. Но я устал воевать; прошла молодость, кровь медленнее бежит в моих жилах. Наступила пора отдохнуть в доме моих предков и насладиться радостями домашней жизни.

– Чего желал бы ты от меня, Теренций? – спросил император.

– Выслушай со снисхождением, государь! За долгие годы военной жизни, изо дня в день обагряя меч свой кровью, я не успел устроить себе денежного благополучия. Я беден, государь…

– Продолжай, храбрый Теренций.

– Если хочешь даровать награду скромному слуге твоему, – продолжал ободренный полководец, – то пусть щедрость твоя поможет мне дожить мирно в достатке годы подле домашнего очага. Я не ищу почестей и высокого положения во всемогущем сенате. Я желал бы удалиться от власти и от жизни общественной, чтобы отдохнуть на покое. Государь, дай мне денег для обеспечения остатка моей жизни.

Император – гласит предание – не отличался широкой щедростью. Он любил копить деньги для себя и скупо тратил их на других. Просьба полководца заставила его задуматься.

– Какую же сумму, Теренций, считал бы ты для себя достаточной? – спросил он.

– Миллион динариев, государь.

Снова задумался император. Полководец ждал, опустив голову.

Наконец император заговорил:

– Доблестный Теренций! Ты великий воин, и славные подвиги твои заслужили щедрой награды. Я дам тебе богатство. Завтра в

полдень ты услышишь здесь мое решение.
Теренций поклонился и вышел.

2.

На следующий день в назначенный час полководец явился во дворец императора.

– Привет тебе, храбрый Теренций! – сказал император.

Теренций смиренно наклонил голову.

– Я пришел, государь, чтобы выслушать твое решение. Ты милостиво обещал вознаградить меня.

Император ответил:

– Не хочу, чтобы такой благородный воитель, как ты, получил за свои подвиги жалкую награду. Выслушай же меня. В моем казначействе лежит 5 миллионов медных брассов [75] . Теперь внимай моим словам. Ты войдешь в казначейство, возьмешь одну монету в руки, вернешься сюда и положишь ее к моим ногам. На другой день вновь пойдешь в казначейство, возьмешь монету, равную 2 брассам, и положишь здесь рядом с первой. В третий день принесешь монету, стоящую 4 брасса, в четвертый – стоящую 8 брассов, в пятый – 16, и так далее, все удваивая стоимость монеты. Я прикажу ежедневно изготовлять для тебя монеты надлежащей ценности. И пока хватит у тебя сил поднимать монеты, будешь ты выносить их из моего казначейства. Никто не вправе помогать тебе; ты должен пользоваться только собственными силами. И когда заметишь, что не можешь уже больше поднять монету – остановись: уговор наш кончится, но все монеты, которые удалось тебе вынести, останутся твоими и послужат тебе наградой.

Жадно впивал Теренций каждое слово, сказанное императором.

Ему чудилось огромное множество монет, одна больше другой, которые вынесет он из государственного казначейства.

– Я доволен твоею милостью, государь, – ответил он с радостной улыбкой. – Поистине щедра награда твоя!

3.

Начались ежедневные посещения Теренцием государственного казначейства. Оно помещалось невдалеке от приемной залы императора, и первые переходы с монетами не стоили Теренцию никаких усилий.

В первый день вынес он из казначейства всего один брасс. Это небольшая монета, 21 мм в поперечнике и 5 г весом [76] .

Легки были также второй, третий, четвертый, пятый и шестой переходы, когда полководец выносил монеты двойного, тройного, 8-кратного, 16-кратного и 32-кратного веса.

Седьмая монета весила в наших современных мерах 320

граммов и имела в поперечнике 81/2 см (точнее, 84 мм) [77] .

На восьмой день Теренцию пришлось вынести из казначейства монету, соответствовавшую 128 единичным монетам. Она весила 640 г и была шириною около 101/2 см.

На девятый день Теренций принес в императорскую залу монету в 256 единичных монет. Она имела 13 см в ширину и весила более 13/4 кг.

На двенадцатый день монета достигла почти 27 см в поперечнике и весила 101/4 кг.

Император, до сих пор смотревший на полководца приветливо, теперь не скрывал своего торжества. Он видел, что сделано уже 12 переходов, а вынесено из казначейства всего только 2000 с небольшим медных монеток.

Тринадцатый день доставил храброму Теренцию монету, равную 4096 единичным монетам. Она имела около 34 см в ширину, а вес ее равнялся 201/2 кг.

На четырнадцатый день Теренций вынес из казначейства тяжелую монету в 41 кг весом и около 42 см шириною.

– Не устал ли ты, мой храбрый Теренций? – спросил его император, сдерживая улыбку.

– Нет, государь мой, – хмуро ответил полководец, стирая пот со лба.

Наступил пятнадцатый день. Тяжела была на этот раз ноша Теренция. Медленно брел он к императору, неся огромную монету, составленную из 16 384 единичных монет. Она достигала 53 см в ширину и весила 80 кг – вес рослого воина.

На шестнадцатый день полководец шатался под ношей, лежавшей на его спине. Это была монета, равная 32 768 единичным монетам и весившая 164 кг; поперечник ее достигал 67 см.

Полководец был обессилен и тяжело дышал. Император улыбался…

Когда Теренций явился в приемную залу императора на следующий день, он был встречен громким смехом. Теренций не мог уже нести свою ношу в руках, а катил ее впереди себя. Монета имела в поперечнике 84 см и весила 328 кг. Она соответствовала весу 65 536 единичных монет.

Восемнадцатый день был последним днем обогащения Теренция. В этот день закончились его посещения казначейства и странствования с ношей в приемную залу императора. Ему пришлось доставить на этот раз монету, соответствовавшую 131 072 единичным монетам. Она имела более метра в поперечнике и весила 655 кг. Пользуясь своим копьем как рычагом, Теренций с величайшим напряжением сил едва вкатил ее в залу. С грохотом

упала исполинская монета к ногам императора.

Теренций был совершенно измучен.

– Не могу больше… Довольно, – прошептал он.

Император с трудом подавил смех удовольствия, видя полный успех своей хитрости. Он приказал казначею исчислить, сколько всего брассов вынес Теренций в приемную залу.

Казначей исполнил поручение и сказал:

– Государь, благодаря твоей щедрости победоносный воитель Теренций получил в награду 262 143 брасса.

Итак, скупой император дал полководцу около 20-й части той суммы в миллион динариев, которую просил Теренций.

Проверим расчет казначея, а заодно и вес монет. Теренций вынес:

в 1-й день. . 1 брасс весом. . 5 г
на 2». . . 2 брасса». . . 10»
«3». . . 4»». . . 20»
«4». . . 8»». . . 40»
«5». . . 16»». . . 80»
«6». . . 32»». . . 160»
«7». . . 64»». . . 320»
«8». . 128»». . . 640»
«9». . 256»». . 1 кг 280»
«10». . 512»». . 2» 560»
«11». . 1024»». . 5» 120»
«12». . 2048»». 10» 240»
«13». . 4096»». 20» 480»
«14». . 8192»». 40» 960»
«15». . 16 384»». 81» 920»
«16». . 32 768»». 163» 840»
«17». . 65 536»». 327» 680»
«18». . 131 072»». 655» 360»

Мы уже знаем, как можно просто подсчитать сумму чисел таких рядов: для второго столбца она равна 262 143, согласно правилу рассмотренному ранее. Теренций просил у императора миллион динариев, т. е. 5 000 000 брассов. Значит, он получил меньше просимой суммы в 5 000 000: 262 143 = 19 раз.

Легенда о шахматной доске

Шахматы – одна из самых древних игр. Она существует уже многие века, и неудивительно, что с нею связаны различные предания, правдивость которых, за давностью времени, невозможно проверить.

Одну из подобных легенд я и хочу рассказать. Чтобы понять ее, не нужно вовсе уметь играть в шахматы: достаточно знать, что игра происходит на доске, разграфленной на 64 клетки (попеременно черные и белые).

1.

Шахматная игра была придумана в Индии, и когда индусский царь Шерам познакомился с нею, он был восхищен ее остроумием и разнообразием возможных в ней положений.

Узнав, что она изобретена одним из его подданных, царь приказал его позвать, чтобы лично наградить за удачную выдумку.

Изобретатель, его звали Сета, явился к трону повелителя. Это был скромно одетый ученый, получавший средства к жизни от своих учеников.

– Я желаю достойно вознаградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал, – сказал царь.

Мудрец поклонился.

– Я достаточно богат, чтобы исполнить самое смелое твое пожелание, – продолжал царь. – Назови награду, которая тебя удовлетворит, и ты получишь ее.

Сета молчал.

– Не робей, – ободрил его царь. – Выскажи свое желание. Я не пожалею ничего, чтобы исполнить его.

– Велика доброта твоя, повелитель. Но дай срок обдумать ответ. Завтра, по зрелом размышлении, я сообщу тебе мою просьбу.

Когда на другой день Сета снова явился к ступеням трона, он удивил царя беспримерной скромностью своей просьбы.

– Повелитель, – сказал Сета, – прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно.

– Простое пшеничное зерно? – изумился царь.

– Да, повелитель. За вторую клетку прикажи выдать 2 зерна, за третью 4, за четвертую – 8, за пятую – 16, за шестую – 32…

– Довольно, – с раздражением прервал его царь. – Ты получишь свои зерна за все 64 клетки доски, согласно твоему желанию: за каждую вдвое больше против предыдущей. Но знай, что просьба твоя недостойна моей щедрости. Прося такую

ничтожную награду, ты непочтительно пренебрегаешь моею милостью. Поистине, как учитель, ты мог бы показать лучший пример уважения к доброте своего государя. Ступай. Слуги мои вынесут тебе твой мешок с пшеницей.

Сета улыбнулся, покинул залу и стал дожидаться у ворот дворца.

2.

За обедом царь вспомнил об изобретателе шахмат и послал узнать, унес ли уже безрассудный Сета свою жалкую награду.

– Повелитель, – был ответ, – приказание твое исполняется. Придворные математики исчисляют число следуемых зерен.

Царь нахмурился. Он не привык, чтобы повеления его исполнялись так медлительно.

Вечером, отходя ко сну, царь еще раз осведомился, давно ли Сета со своим мешком пшеницы покинул ограду дворца.

– Повелитель, – ответили ему, – математики твои трудятся без устали и надеются еще до рассвета закончить подсчет.

– Почему медлят с этим делом? – гневно воскликнул царь. – Завтра, прежде чем я проснусь, все до последнего зерна должно быть выдано Сете. Я дважды не приказываю.

Утром царю доложили, что старшина придворных математиков просит выслушать важное донесение.

Царь приказал ввести его.

– Прежде чем скажешь о твоем деле, – объявил Шерам, – я желаю услышать, выдана ли, наконец, Сете та ничтожная награда, которую он себе назначил.

– Ради этого я и осмелился явиться перед тобой в столь ранний час, – ответил старик. – Мы добросовестно исчислили все количество зерен, которое желает получить Сета. Число это так велико…

– Как бы велико оно ни было, – надменно перебил царь, житницы мои не оскудеют. Награда обещана и должна быть выдана…

– Не в твоей власти, повелитель, исполнять подобные желания. Во всех амбарах твоих нет такого числа зерен, какое потребовал Сета. Нет его и в житницах целого царства. Не найдется такого числа зерен и на всем пространстве Земли. И если желаешь непременно выдать обещанную награду, то прикажи превратить земные царства в пахотные поля, прикажи осушить моря и океаны, прикажи растопить льды и снега, покрывающие далекие северные пустыни. Пусть все пространство их сплошь будет засеяно пшеницей. И все то, что родится на этих полях, прикажи отдать Сете. Тогда он получит свою награду.

С изумлением внимал царь словам старца.

– Назови же мне это чудовищное число, – сказал он в

раздумье.

– Восемнадцать квинтильонов четыреста сорок шесть квадрильонов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три биллиона [79] семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать, о повелитель!

3.

Такова легенда. Действительно ли было то, что здесь рассказано, неизвестно, – но что награда, о которой говорит предание, должна была выразиться именно таким числом, в этом вы сами можете убедиться терпеливым подсчетом.

Начав с единицы, нужно сложить числа: 1, 2, 4, 8 и т. д. Результат 63-го удвоения покажет, сколько причиталось изобретателю за 64-ю клетку доски. Поступая, как было объяснено выше, мы без труда найдем всю сумму следуемых зерен, если удвоим последнее число и отнимем одну единицу. Значит, подсчет сводится лишь к перемножению 64 двоек:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x и т. д. (64 раза).

Для облегчения выкладок разделим эти 64 множителя на 6 групп по 10 двоек в каждой и одну последнюю группу из 4 двоек. Произведение 10 двоек, как легко убедиться, равно 1024, а 4 двоек – 16. Значит, искомый результат равен

1024 x 1024 x 1024 x 1024 x 1024 x 1024 x 16.

Перемножив 1024 x 1024, получим 1 048 576.

Теперь остается найти

1 048 576 x 1 048 576 x 1 048 576 x 16,

отнять от результата одну единицу – и нам станет известно искомое число зерен:

18 446 744 073 709 551 615.

Если желаете представить себе всю огромность этого числового великана, прикиньте, какой величины амбар потребовался бы для вмещения подобного количества зерен. Известно, что кубический метр пшеницы вмещает около 15 миллионов зерен. Значит, награда шахматного изобретателя должна была бы занять объем примерно в 12 000 000 000 000 куб. м, или 12 000 куб. км. При высоте амбара 4 м и ширине 10 м длина его должна была бы простираться на 300 000 000 м, т. е. вдвое дальше, чем от Земли до Солнца!..

Индусский царь не в состоянии был выдать подобной награды. Но он легко мог бы, будь он силен в математике, освободиться от столь обременительного долга. Для этого нужно было лишь предложить Сете самому отсчитать себе зерно за зерном всю причитавшуюся ему пшеницу.

В самом деле: если бы Сета, принявшись за счет, вел его непрерывно день и ночь, отсчитывая по зерну в секунду, он в

первые сутки отсчитал бы всего 86 400 зерен. Чтобы отсчитать миллион зерен, понадобилось бы не менее 10 суток неустанного счета. Один кубический метр пшеницы он отсчитал бы примерно в полгода: это дало бы ему всего 5 четвертей [80] . Считая непрерывно в течение 10 лет, он отсчитал бы себе не более 100 четвертей. Вы видите, что, посвятив счету даже весь остаток своей жизни, Сета получил бы лишь ничтожную часть потребованной им награды.

Перекладывание монет

В детстве старший брат показал мне, помню, занимательную игру с монетами. Поставив рядом три блюдца, он положил в крайнее блюдце стопку из 5 монет: вниз рублевую, на нее – 50-копеечную монету, выше – 20-копеечную, далее – 15-копеечную, на самый верх – 10-копеечную [81] .

– Нужно перенести эти монеты на третье блюдце, соблюдая следующие три правила. Первое правило: за один раз перекладывать только одну монету. Второе: никогда не класть большей монеты на меньшую. Третье: можно временно класть монеты и на среднюю тарелку, соблюдая оба правила, но к концу игры все монеты должны очутиться на третьем блюдце в первоначальном порядке. Правила, как видишь, не сложные. А теперь приступай к делу.

Я принялся перекладывать. Положил 10-копеечную монету на третье блюдце, 15-копеечную на среднее и запнулся. Куда положить 20-копеечную? Ведь она крупнее и 10-копеечной, и 15-копеечной.

– Ну что же? – выручил меня брат. – Клади 10-копеечную на среднее блюдце, поверх 15-копеечной. Тогда для 20-копеечной освободится третье блюдце.

Я так и сделал. Но дальше – новое затруднение. Куда положить 50-копеечную монету? Впрочем, я скоро догадался: перенес сначала 10-копеечную на первое блюдце, 15-копеечную на третье и затем 10-копеечную тоже на третье. Теперь 50-копеечную монету можно положить на свободное среднее блюдце. Дальше, после длинного ряда перекладываний, мне удалось перенести также рублевую монету с первого блюдца и, наконец, собрать всю кучку монет на третьем блюдце.

– Сколько же ты проделал всех перекладываний? – спросил брат, одобрив мою работу.

– Не считал.

– Давай сосчитаем. Интересно же знать, каким наименьшим числом ходов можно достигнуть цели. Если бы стопка состояла не из 5, а только из 2 монет —

15-копеечной и 10-копеечной, то сколько понадобилось бы ходов?

– Три: 10-копеечную на среднее блюдце, 15-копеечную – на третье и затем 10-копеечную на третье блюдце.

– Правильно. Прибавим теперь еще монету – 20-копеечную – и сосчитаем, сколькими ходами можно перенести стопку из этих монет. Поступаем так: сначала последовательно переносим

меньшие две монеты на среднее блюдце. Для этого нужно, как мы уже знаем, 3 хода. Затем перекладываем 20-копеечную монету на свободное третье блюдце – 1 ход. А тогда переносим обе монеты со среднего блюдца тоже на третье – еще 3 хода. Итого всех ходов

3 + 1 + 3 = 7.

– Для четырех монет число ходов позволь мне сосчитать самому. Сначала переношу 3 меньшие монеты на среднее блюдце – 7 ходов; потом 50-копеечную на третье блюдце – 1 ход и затем снова три меньшие монеты на третье блюдце – еще 7 ходов. Итого

7 + 1 + 7 = 15.

– Отлично. А для пяти монет?

– 15 + 1 + 15 = 31, – сразу сообразил я.

– Ну вот ты и уловил способ вычисления. Но я покажу тебе, как можно его еще упростить. Заметь, что полученные нами числа 3, 7,15, 31 – все представляют собой двойку, умноженную на себя один или несколько раз, но без единицы. Смотри.

И брат написал табличку:

3 = 2 x 2–1

7 = 2 x 2 x 2–1

15 = 2 x 2 x 2 x 2–1

31 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2–1.

– Понимаю: сколько монет перекладывается, столько раз берется двойка множителем, а затем отнимается единица. Я мог бы теперь вычислить число ходов для любой стопки монет. Например, для 7 монет:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2–1 = 128-1 = 127.

– Вот ты и постиг эту старинную игру. Одно только практическое правило надо тебе еще знать: если в стопке число монет нечетное, то первую монету перекладывают на третье блюдце; если четное – то на среднее блюдце.

– Ты сказал: старинная игра. Разве не сам ты ее придумал?

– Нет, я только применил ее к монетам. Игра очень древнего происхождения и зародилась, говорят, в Индии. Существует интересная легенда, связанная с этой игрой. В городе Бенаресе будто бы имеется храм, в котором индусский бог Брама при сотворении мира установил три алмазные палочки и надел на одну из них 64 золотых кружка: самый большой внизу, а каждый следующий меньше предыдущего. Жрецы храма обязаны без устали, днем и ночью, перекладывать эти кружки с одной палочки на другую, пользуясь третьей как вспомогательной и соблюдая правила нашей игры: переносить за один раз только один кружок и не класть большего на меньший. Легенда говорит, что когда будут перенесены все 64 кружка, наступит конец мира.

– О, значит, мир давно уже должен был погибнуть, если

верить этому преданию!

– Ты думаешь, кажется, что перенесение 64 кружков не должно отнять много времени?

– Конечно. Делая каждую секунду один ход, можно ведь в час успеть проделать 3600 перенесений.

– Ну и что же?

– А в сутки – около ста тысяч. В десять дней – миллион ходов. Миллионом же ходов можно, я уверен, перенести хоть тысячу кружков.

– Ошибаешься. Чтобы перенести всего 64 кружка, нужно уже круглым счетом 500 миллиардов лет!

– Но почему это? Ведь число ходов равно только произведению 64 двоек без единицы, а это составляет… Погоди, я сейчас перемножу!

– Прекрасно. А пока будешь умножать, я успею сходить по своим делам.

И брат ушел, оставив меня погруженным в выкладки. Я нашел сначала произведение 16 двоек, затем умножал этот результат – 65 536 – сам на себя, а то, что получилось, – снова на себя. Потом не забыл отнять единицу.

У меня получилось такое число:

18 446 744 073 709 551 615.

Брат, значит, был прав…

Пари

В столовой дома отдыха зашла за обедом речь о том, как вычисляется вероятность событий. Молодой математик, оказавшийся среди обедающих, вынул монету и сказал:

– Кидаю на стол монету, не глядя. Какова вероятность, что она упадет гербом вверх?

– Объясните сначала, что значит «вероятность», – раздались голоса. – Не всем ясно.

– О, это очень просто! Монета может лечь на стол двояко: вот так – гербом вверх и вот так – гербом вниз.

Всех случаев здесь возможно только два. Из них для интересующего нас события благоприятен лишь один случай. Теперь находим отношение

$$\frac{\text{числа благоприятных случаев}}{\text{к числу возможных случаев}} = \frac{1}{2}.$$

Дробь

$$\frac{1}{2}$$

и выражает «вероятность» того, что монета упадет гербом вверх.

– С монетой-то просто, – вмешался кто-то. – А вы рассмотрите случай посложней, с игральной костью, например.

– Давайте рассмотрим, – согласился математик. – У нас игральная кость, кубик с цифрами на гранях. Какова вероятность, что брошенный кубик упадет определенной цифрой вверх, скажем – вскроется шестеркой? Сколько здесь всех возможных случаев? Кубик может лечь на любую из своих шести граней; значит, возможно всего 6 случаев. Из них благоприятен нам только один: когда вверху шестерка. Итак, вероятность получится отделения 1 на 6. Короче сказать, она выражается дробью

$$\frac{1}{6}$$

.

– Неужели можно вычислить вероятность во всех случаях? – спросила одна из отдыхающих. – Возьмите такой пример. Я загадала, что первый прохожий, которого мы увидим из окна столовой, будет мужчина. Какова вероятность, что я отгадала?

– Вероятность, очевидно, равна половине, если только мы условимся и годовалого мальчика считать за мужчину. Число мужчин на свете равно числу женщин.

– А какова вероятность, что первые двое прохожих окажутся оба мужчины? – спросил один из отдыхающих.

– Этот расчет немногим сложнее. Перечислим, какие здесь вообще возможны случаи. Во-первых, возможно, что оба прохожих будут мужчины. Во-вторых, что сначала покажется мужчина, за ним женщина. В-третьих, наоборот: что раньше появится женщина, потом мужчина. И, наконец, четвертый случай: оба прохожих – женщины. Итак, число всех возможных случаев – 4. Из них благоприятен, очевидно, только один случай – первый. Получаем для вероятности дробь

$$\frac{1}{4}$$

. Вот ваша задача и решена.

– Понятно. Но можно поставить вопрос и о трех мужчинах: какова вероятность, что первые трое прохожих все окажутся мужчины?

– Что же, вычислим и это. Начнем опять с подсчета возможных случаев. Для двоих прохожих число всех случаев равно, мы уже знаем, четырем. С присоединением третьего прохожего число возможных случаев увеличивается вдвое, потому что к каждой из 4 перечисленных группировок двух прохожих может присоединиться либо мужчина, либо женщина. Итого, всех случаев возможно здесь 4 x 2 = 8. А искомая вероятность очевидно равна

$$\frac{1}{8}$$

, потому что благоприятен событию только 1 случай. Здесь легко подметить правило подсчета: в случае двух прохожих мы имели вероятность

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

; в случае трех

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

; в случае четырех вероятность равна произведению четырех половинок и т. д. Вероятность все уменьшается, как видите.

– Чему же она равна, например, для десятка прохожих?

– То есть какова вероятность, что первые десять прохожих все подряд окажутся мужчинами? Вычислим,

как велико произведение десяти половинок. Это

$\frac{1}{1024}$, менее одной тысячной доли. Значит, если вы бьетесь о заклад, что это случится, и ставите 1 рубль, то я могу ставить 1000 рублей за то, что этого не произойдет.

– Выгодное пари! – заявил чей-то голос. – Я бы охотно поставил рубль, чтобы получить возможность выиграть целую тысячу.

– Но имеется тысяча шансов против вашего одного, учтите и это.

– Ничего не значит. Я бы рискнул рублем против тысячи даже и за то, что сотня прохожих окажутся все подряд мужчинами.

– А вы представляете себе, как мала вероятность такого события? – спросил математик.

– Одна миллионная или что-нибудь в этом роде?

– Неизмеримо меньше! Миллионная доля получится уже для 20 прохожих. Для сотни прохожих будем иметь… Дайте-ка, я прикину на бумажке. Биллионная… Триллионная… Квадрильонная… Ого! Единица с тридцатью нулями!

– Только всего?

– Вам мало 30 нулей? В океане нет и тысячной доли такого числа мельчайших капелек.

– Внушительное число, что и говорить! Сколько же вы поставите против моего рубля?

– Ха-ха!.. Все! Все, что у меня есть.

– Все – это слишком много. Ставьте на кон ваш велосипед. Ведь не поставите?

– Почему же нет? Пожалуйста! Пусть велосипед, если желаете. Я нисколько не рискую.

– И я не рискую. Не велика сумма рубль. Зато могу выиграть велосипед, а вы почти ничего.

– Да поймите же, что вы наверняка проиграете! Велосипед никогда вам не достанется, а рубль ваш можно сказать уже в моем кармане.

– Что вы делаете! – удерживал математика приятель. – Из-за рубля рискуете велосипедом. Безумие!

– Напротив, – ответил математик, – безумие ставить хотя бы один рубль при таких условиях. Верный ведь проигрыш! Уже лучше прямо выбросить рубль.

– Но один-то шанс все же имеется?

– Одна капля в целом океане. В десяти океанах! Вот ваш шанс. А за меня десять океанов против одной капельки. Мой выигрыш так же верен, как дважды два – четыре.

– Увлекаетесь, молодой человек, – раздался спокойный голос старика, все время молча слушавшего спор. – Увлекаетесь…

– Как? И вы, профессор, рассуждаете по-обывательски?

– Подумали ли вы о том, что не все случаи здесь равновозможны? Расчет вероятности правилен лишь для каких событий? Для равновозможных, не так ли? А в рассматриваемом примере… Впрочем, – сказал старик, прислушиваясь, – сама действительность, кажется, сейчас разъяснит вам вашу ошибку. Слышна военная музыка, не правда ли?

– Причем тут музыка?.. – начал было молодой математик и осекся. На лице его выразился испуг. Он сорвался с места, бросился к окну и высунул голову.

– Так и есть! – донесся его унылый возглас. – Проиграно пари! Прощай мой велосипед…

Через минуту всем стало ясно, в чем дело. Мимо окон проходил батальон солдат.

Высота башни

В вашем городе есть достопримечательность – высокая башня, высоты которой вы, однако не знаете. Имеется у вас и фотографический снимок башни на почтовой карточке. Как может этот снимок помочь вам узнать высоту башни?..

Чтобы по снимку определить высоту башни в натуре, нужно прежде всего измерить возможно точнее высоту башни и длину ее основания на фотографическом изображении. Предположим, высота на снимке 95 мм, а длина основания – 19 мм. Тогда вы измеряете длину основания башни в натуре; допустим, она оказалась равной 14 м.

Сделав это, вы рассуждаете так.

Фотография башни и ее подлинные очертания геометрически подобны друг другу. Следовательно, во сколько раз изображение высоты больше изображения основания, во столько же раз высота башни в натуре больше длины ее основания. Первое отношение равно 95: 19, т. е. 5; отсюда заключаете, что высота башни больше длины ее основания в 5 раз и равна в натуре 14 х 5 = 70 м.

Итак, высота городской башни 70 м.

Надо заметить, однако, что для фотографического определения высоты башни пригоден не всякий снимок, а только такой, в котором пропорции не искажены, как это бывает у неопытных фотографов…

Кирпичик

Строительный кирпич весит 4 кг. Сколько весит игрушечный кирпичик из того же материала, все размеры которого в 4 раза меньше?..

Ответ, что игрушечный кирпичик весит 1 кг, т. е. всего вчетверо меньше, грубо ошибочен. Кирпичик ведь не только вчетверо короче настоящего, но и вчетверо уже да еще вчетверо ниже, поэтому объем и вес его меньше в 4 х 4 х 4 = 64 раза. Правильный ответ, следовательно, таков: игрушечный кирпичик весит 4000: 64 = 62,5 г…

Великан и карлик

Во сколько примерно раз великан ростом в 2 м тяжелее карлика ростом в 1 м?..

Вы теперь уже подготовлены к правильному решению этой задачи. Так как фигуры человеческого тела приблизительно подобны, то при вдвое большем росте человек имеет объем не вдвое, а в 8 раз больший. Значит наш великан весит больше карлика раз в 8.

Самый высокий великан, о котором сохранились сведения, был один житель Эльзаса ростом в 275 см – на целый метр выше человека среднего роста. Самый маленький карлик имел в высоту меньше 40 см, т. е. был ниже исполина-эльзасца круглым счетом в семь раз. Поэтому если бы на одну чашку весов поставить великана-эльзасца, то на другую надо бы для равновесия поместить 7 х 7 х 7 = 343 карлика – целую толпу…

Два арбуза

На колхозном рынке продаются два арбуза разных размеров. Один на четвертую долю шире другого, а стоит он в 11/2 раза дороже. Какой из них выгоднее купить?..

Объем большого арбуза превышает объем меньшего в

$$1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} = \frac{125}{64} ,$$

почти вдвое. Выгоднее, значит, купить крупный арбуз: он дороже только в полтора раза, а съедобного вещества в нем больше раза в два.

Почему же, однако, продавцы просят за такие арбузы обычно не вдвое, а только в полтора раза больше? Объясняется это просто тем, что продавцы в большинстве случаев не сильны в геометрии. Впрочем, не сильны в ней и покупатели, зачастую отказывающиеся из-за этого от выгодных покупок. Можно смело утверждать, что крупные арбузы выгоднее покупать, чем мелкие, потому что они расцениваются всегда ниже их истинной стоимости; но большинство покупателей об этом не подозревают.

По той же причине всегда выгоднее покупать крупные яйца, нежели мелкие, – если только их не расценивают по весу…

Две кастрюли

Имеются две медные кастрюли одинаковой формы и со стенками одной толщины. Первая в 8 раз вместительнее второй.

Во сколько раз она тяжелее?..

Обе кастрюли – тела, геометрически подобные. Если большая кастрюля в 8 раз вместительнее, то все ее линейные размеры в два раза больше: она вдвое выше и вдвое шире по обоим направлениям. Но раз она вдвое выше и шире, то поверхность ее больше в 2 х 2, т. е. в 4 раза, потому что поверхности подобных тел относятся, как квадраты линейных размеров. При одинаковой толщине стенок вес кастрюли зависит от величины ее поверхности. Отсюда имеем ответ на вопрос задачи: большая кастрюля вчетверо тяжелее меньшей…

На морозе

На морозе стоят взрослый человек и ребенок, оба одетые одинаково.

Кому из них холоднее?..

Эта задача, на первый взгляд вовсе не математическая, решается в сущности тем же геометрическим рассуждением, какое применено было в предыдущей задаче.

Прежде чем приступить к ее решению, рассмотрим сходную с ней, но несколько более простую задачу.

Два котла (или два самовара), большой и малый, одинакового материала и формы наполнены кипятком. Какой остынет скорее?

Вещи остывают главным образом с поверхности: следовательно, остынет скорее тот котел, в котором на каждую единицу объема приходится большая поверхность. Если один котел в *n* раз выше и шире другого, то поверхность его больше в *n2* раз, а объем – в *n3;* на единицу поверхности в большом котле приходится в *n* раз больший объем. Следовательно, меньший котел должен остыть раньше.

По той же причине и ребенок, стоящий на морозе, должен зябнуть больше, чем одинаково одетый взрослый: количество тепла, возникающего в каждом куб. см тела, у обоих приблизительно одинаково, но остывающая поверхность тела, приходящаяся на каждый куб. см, у ребенка больше, чем у взрослого.

В этом нужно видеть также причину того, что пальцы рук или нос зябнут сильнее и отмораживаются чаще, чем другие части тела, поверхность которых не столь велика по сравнению с их объемом.

Сюда же, наконец, относится и следующая задача:

Почему лучина загорается скорее, чем толстое полено, от которого она отколота?

Так как нагревание происходит с поверхности и распространяется на весь объем тела, то следует сравнить поверхность и объем лучины (например, квадратного сечения) с поверхностью и объемом полена той же длины (и тоже квадратного сечения), чтобы определить, какой величины поверхность приходится на каждый куб. см древесины в обоих случаях. Если толщина полена в 10 раз больше толщины лучины, то боковая поверхность полена больше поверхности лучины тоже в 10 раз, объем же его больше объема лучины в 100 раз. Следовательно, на каждую единицу поверхности в лучине приходится вдесятеро меньший объем, чем

в полене: одинаковое количество тепла нагревает в лучине вдесятеро меньше вещества, – отсюда и более раннее воспламенение лучины, чем полена, от одного и того же источника тепла. (Ввиду дурной теплопроводности дерева указанные соотношения следует рассматривать лишь как грубо приблизительные; они характеризуют лишь общий ход процесса, а не количественную сторону…)

Из книги «Занимательные задачи и опыты»

Почему не выливается?

Описываемый далее опыт – один из самых легких для исполнения. Это первый физический опыт, который я проделал в дни моей юности. Наполните стакан водой, покройте его почтовой карточкой или бумажкой и, слегка придерживая карточку пальцами, переверните стакан вверх дном. Теперь можете руку убрать: бумажка не отпадет, вода не выльется, если только бумажка совершенно горизонтальна.

В таком виде вы можете смело переносить стакан с места на место – даже, пожалуй, с большим удобством, чем при обычных условиях: вода не расплескивается. При случае вам нетрудно будет изумить ваших знакомых, принеся – в ответ на просьбу дать напиться – воду в опрокинутом стакане…

Что же удерживает карточку от падения, преодолевая вес стоящей над ней воды? Давление воздуха: оно действует на карточку снаружи с силой, которая, как легко рассчитать, гораздо больше, чем вес воды в стакане, то есть 200 г.

Тот, кто впервые показал и объяснил мне этот опыт, обратил мое внимание также на то, что для успешности опыта вода должна наполнять стакан весь – от дна до краев. Если она занимает часть стакана, а остальное место занято воздухом, то опыт может не удаться: воздух внутри стакана будет давить на бумажку, уравновешивая давление наружного воздуха, и, следовательно, она должна отпасть.

Рис. 1

Узнав это, я решил тотчас же проделать опыт с неполным стаканом, чтобы самому увидеть, как бумажка отпадает. Представьте же мое удивление, когда я увидел, что она и тогда не отпадает! Повторив опыт несколько раз, я убедился, что карточка держится так же хорошо, как и при полном стакане.

Это послужило для меня наглядным уроком того, как следует изучать явления природы. Высшим судьей в естествознании должен быть опыт. Каждую теорию, какой бы правдоподобной она ни казалась нашему уму, следует проверять опытом. «Поверяя и проверяя» – таково было правило первых исследователей природы (флорентийских академиков) в XVII веке; таково оно и для физика XX века. И если при поверке теории окажется, что опыт не подтверждает ее, то надо доискаться, в чем именно теория погрешает.

В нашем случае нетрудно найти ошибку рассуждения, на первый взгляд такого убедительного. Отогнем осторожно один угол бумажки в тот момент, когда она закрывает снизу отверстие незаполненного стакана. Мы увидим, что через воду пройдет воздушный пузырь. Что это показывает? Конечно, то, что воздух в стакане более разрежен, чем воздух снаружи: иначе наружный воздух не устремлялся бы в пространство над водой. В этом и вся разгадка: в стакане хотя и остается воздух, но менее плотный, чем

наружный, а, следовательно, слабее давящий. Очевидно, при опрокидывании стакана вода, опускаясь вниз, вытесняет из него часть воздуха; оставшаяся же часть, распространяясь в прежнем объеме, разрежается и давит слабее.

Вы видите, что даже простейшие физические опыты при внимательном к ним отношении могут навести на серьезные размышления. Это те малые вещи, которые поучают великому.

Лед в бутылке

Легко ли зимой получить бутылку льда? Казалось бы, что может быть легче, если на дворе мороз. Налить воды в бутылку, выставить за окно, а остальное предоставить морозу. Холод заморозит воду, и получится бутылка, полная льду.

Однако если выполнить этот опыт, вы убедитесь, что дело не так просто. Лед-то получается, но бутылки уже не оказывается: она раскалывается под напором замерзающего льда. Происходит это оттого, что вода, замерзая, довольно заметно увеличивается в объеме, примерно на десятую долю. Расширение происходит с такой неудержимой силой, что не только закупоренные бутылки лопаются, но даже и у открытых бутылок откалывается горлышко от напора расширяющегося под ним льда, вода, замерзшая в горлышке, превращается словно в ледяную пробку, закупоривающую бутылку.

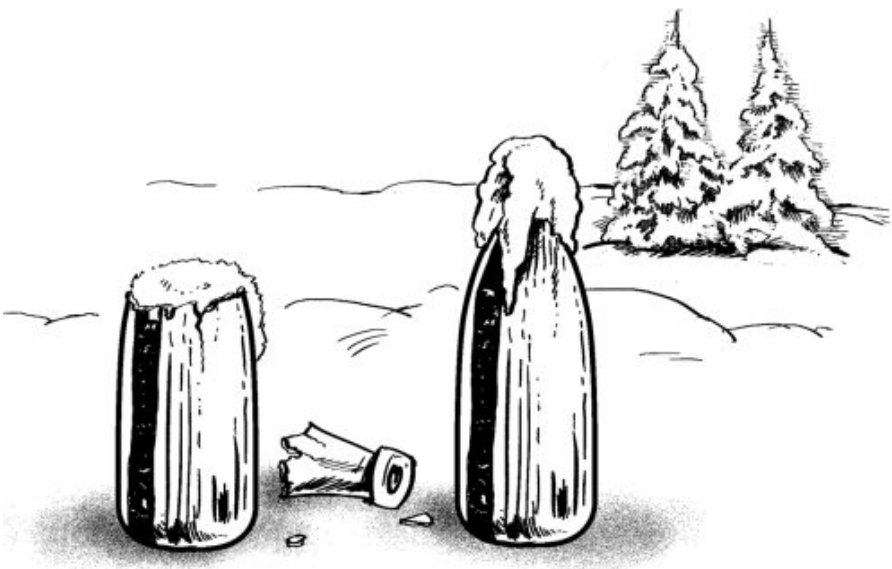


Рис. 2. Замерзая в бутылке, вода разрывает ее.

Почему?

Сила расширения замерзающей воды может разрывать даже металл, если слой его не очень толст. Вода на морозе разрывает 5-сантиметровые стенки железной бомбы. Неудивительно, что так часто разрываются водопроводные трубы, когда в них замерзает вода. Расширением воды при замерзании объясняется и то, что лед на воде плавает, а не падает на дно. Если бы при затвердевании вода сжималась – как почти все другие жидкости,

то лед, образовавшись в воде, не плавал бы на ее поверхности, а тонул бы. И тогда мы лишились бы тех услуг, которые доставляет нам каждую зиму

…батюшка-мороз,
Наш природный, наш дешевый
Пароход и паровоз.

Перерезать лед, оставив его целым

Вы, вероятно, слыхали, что куски льда под давлением «смерзаются». Это не значит, что куски льда замерзают еще сильнее, когда на них давят. Как раз наоборот: при сильном давлении лед тает, но, едва только образовавшаяся при этом холодная вода освобождается от давления, она снова замерзает (потому что температура ее ниже 0°). Когда мы сдавливаем куски льда, происходит следующее. Концы тех выступающих частей, которые соприкасаются между собой и подвергаются сильнейшему давлению, тают, образуя воду при температуре ниже нуля. Вода эта уходит в стороны, в мелкие пустые промежутки между выступами; там она, не испытывая уже повышенного давления, тотчас же замерзает, спаивая таким образом осколки льда в один сплошной кусок.

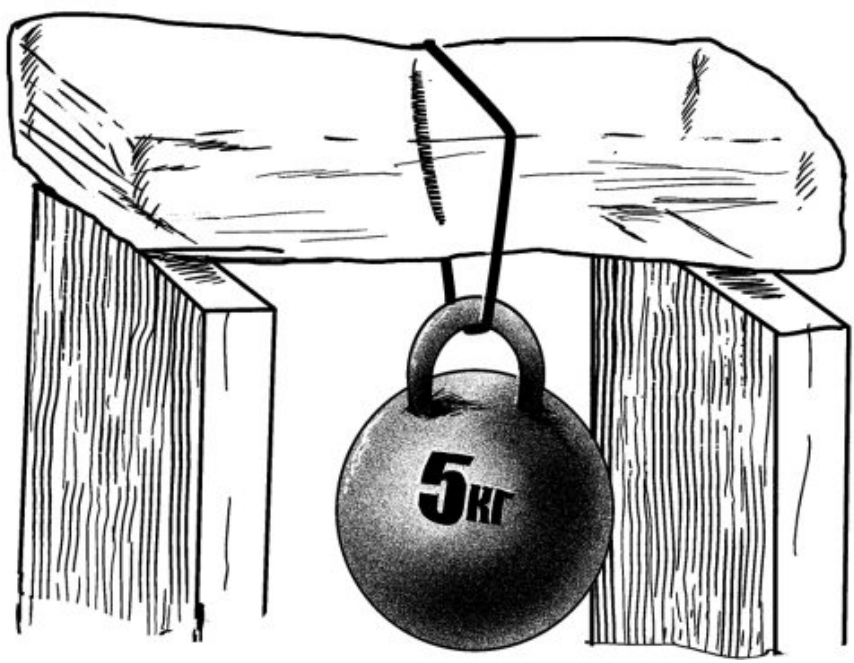


Рис. 3. Лед под сильным давлением тает даже на морозе

Проверить сказанное вы можете на следующем красивом опыте. Выберите ледяной брусок, обоприте его концы на края двух табуреток, стульев или каким-нибудь другим способом. Поперек бруска перекиньте петлю из тонкой стальной проволоки в 80 сантиметров длины; толщина проволоки – пол миллиметра или немного меньше. К концам проволоки привесьте два утюга или какую-нибудь другую тяжелую вещь, весом 10 килограммов.

Под давлением груза проволока врежется в лед, медленно пройдет через весь брусок, но… брусок не распадется. Берите его смело в руки; он совершенно цел, словно его и не разрезали!

После того, что сказано было раньше о смерзании льда, вы поймете, в чем разгадка этого странного явления. Под давлением проволоки лед таял, но вода, перейдя поверх проволоки и освободившись там от давления, тотчас замерзала. Короче сказать, пока проволока резала нижние слои, верхние снова смерзались.

Лед – единственное вещество в природе, с которым можно сделать подобный опыт. Оттого-то по льду можно ездить на санях и кататься на коньках. Когда конькобежец опирается весом своего тела на коньки, лед под этим давлением тает (если мороз не слишком силен) и конек скользит; но, переходя на другое место, конек и здесь вызывает таяние. Куда ни ступит нога конькобежца, всюду он превращает тонкий слой льда под сталью конька в воду, которая, освободившись от давления, вновь замерзает. Поэтому, хотя лед в мороз и сух, но под коньками он всегда смазан водой. В этом и причина его скользкости.

Передача звука

Случалось ли вам наблюдать издали за человеком, рубящим дерево? Или, быть может, вы следили за тем, как вдали от вас работает плотник, вколачивая гвозди? Вы могли заметить при этом очень странную вещь: удар раздается не тогда, когда топор врезается в дерево или когда молот ударяет по гвоздю, а позже, когда топор или молот уже поднят прочь.

Если вам придется наблюдать это еще раз, отойдите на некоторое расстояние назад или продвиньтесь вперед. После нескольких проб вы найдете такое место, куда звуки ударов топора или молота доносятся как раз в момент видимого удара. Возвратитесь тогда на прежнее место – и вы снова заметите несовпадение звуков с ударами.

Теперь вам уже легче догадаться, в чем причина этих загадочных явлений. Звук требует некоторого времени, чтобы от места своего возникновения дойти до вашего уха; свет же пробегает это расстояние почти мгновенно. И может случиться, что, пока звук странствует через воздух к вашему уху, топор или молот успели уже подняться для нового удара. Тогда глаз увидит то, что слышит ухо; вам покажется, что звук совпадает не с опусканием, а с поднятием инструмента. Но если вы отойдете назад или подвинетесь вперед как раз на такое расстояние, которое пробегается звуком за время одного взмаха топора, то к моменту, когда звук дойдет до вашего уха, топор снова успеет опуститься. Тогда, конечно, вы увидите и услышите удар одновременно, но только это будут разные удары: вы видите последний удар, но слышите удар прошлый – предпоследний или еще более ранний.

Сколько же пробегает звук в воздухе за 1 секунду времени? Это в точности измерено: круглым счетом около 1/3 километра. Каждый километр звук проходит в 3 секунды, и если человек, рубящий дерево, взмахивает топором дважды в секунду, то вам достаточно находиться на расстоянии 160 метров, чтобы звук топора совпадал с его поднятием. Свет же пробегает в воздухе каждую секунду почти в миллион раз больше, нежели звук. Вы понимаете, конечно, что для всех расстояний на Земле мы можем смело считать скорость света мгновенной.

Звук передается не только через воздух, но и через другие газообразные, жидкие и твердые тела. В воде звук бежит в четыре раза быстрее, чем в воздухе, и под водой отчетливо слышен всякий шум. Рабочие в подводных кессонах (больших отвесных трубах) прекрасно слышат береговые звуки. Рыбаки вам

расскажут, как разбегаются рыбы от малейшего подозрительного шума на берегу.

Еще лучше и быстрее передают звук твердые упругие материалы, например, чугун, дерево, кости. Приставьте ухо к торцу длинного деревянного бруса или бревна и попросите товарища ударить ногтем или палочкой по противоположному концу: вы услышите гулкий звук удара, переданный через всю длину бруса. Можно даже, если кругом достаточно тихо и не мешают посторонние шумы, услышать через брус тикание часов, приставленных к противоположному концу. Так же хорошо передается звук через железные рельсы или балки, через чугунные трубы, даже через почву. Приложив ухо к земле, можно расслышать топот лошадиных ног задолго до того, как он донесется по воздуху; а звуки пушечных выстрелов можно услышать этим способом от таких отдаленных орудий, грохот которых по воздуху совсем не доносится.

Так хорошо передают звук только упругие твердые материалы; мягкие же ткани, рыхлые, неупругие материалы очень плохо передают через себя звук – они его «поглощают». Вот почему вешают толстые занавеси на дверях, если хотят, чтобы звук не достигал соседней комнаты. Ковры, мягкая мебель, платье действуют на звук подобным же образом.

Мнимый колокол

В числе материалов, хорошо передающих звуки, я упомянул в предыдущей статье про кости. Хотите убедиться, что кости вашего собственного черепа обладают этим свойством?

Захватите зубами колечко карманных часов и зажмите руками уши; вы услышите вполне отчетливо мерные удары балансира, заметно более громкие, нежели тикание, воспринимаемое ухом через воздух. Эти звуки доходят до вашего уха через кости головы.

Вот еще забавный опыт, доказывающий хорошую передачу звуков через кости черепа. Привяжите к середине бечевки столовую ложку так, чтобы бечевка имела два свободных конца. Концы эти прижмите пальцами к закрытым ушам и, подавшись корпусом вперед, чтобы ложка могла свободно раскачиваться, ударьте ею о какое-нибудь твердое тело. Вы услышите низкий гул, словно возле самого вашего уха раздается колокольный звон.

Еще лучше удается опыт, если вместо ложки взять что-нибудь потяжелее.

Зажигание льдом

Мальчиком я любил смотреть, как старший мой брат зажигал папироску увеличительным стеклом. Подставит стекло под лучи солнца, наведет яркое пятнышко на кончик папиросы, и она задымится синеватой струйкой, затлеет.

– А знаешь, – сказал мне брат как-то зимой, – можно ведь и льдом зажечь папироску.

– Льдом? – изумился я.

– Зажигает, конечно, не лед, а солнце, но лед собирает его лучи, вот как это стекло.

– Ты, значит, хочешь сделать зажигательное стекло изо льда?

– Сделать изо льда стекло я не могу, да и никто не может. Но сделать зажигательную чечевицу изо льда – это мы сможем.

– Что это такое: чечевица?

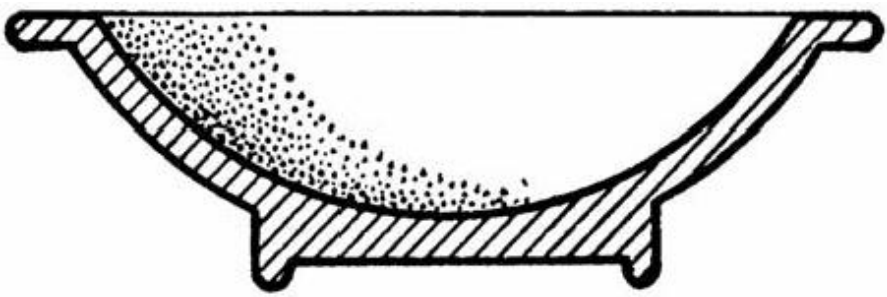


Рис. 4. Таз для изготовления ледяной чечевицы

– Придадим льду такую форму, как у этого стекла, вот и получится чечевица: круглая, выпуклая, посередине толстая, по краям тонкая.

– И будет зажигать?

– Будет зажигать.

– Но ведь она холодная!

– Ничего не значит. Хочешь, попробуем.

Брат начал с того, что велел мне принести таз для умывания. Я принес, но брат забраковал его:

– Не годится: видишь, дно плоское. Надо с кривым дном.

Когда я принес другой таз, брат налил в него чистой воды и выставил на мороз:

– Пускай промерзнет до дна; тогда у нас и будет ледяная чечевица: одна сторона плоская, другая – выпуклая.

– Такая большая?

– Чем крупнее, тем лучше: больше солнечных лучей соберет в одну точку.

На другой день с утра я побежал поглядеть на наш таз. Вода замерзла в нем до самого дна.

– Славная будет чечевица! – говорил брат, постукивая по льду пальцем. – А теперь давай ее вынимать из таза.

Это оказалось делом нехитрым. Брат поставил ледяной таз в другой, где налита была горячая вода, – и лед быстро оттаял у стенок. Мы вынесли таз со льдом на двор и выложили чечевицу на доску.

– Погодка хорошая! – сказал брат, щуря глаза на солнце. – Самая подходящая для зажигания. Ну-ка, держи папироску.

Я держал папиросу, а брат, ухватив чечевицу двумя руками, обратил ее к солнцу так, чтобы самому не заслонять его лучей. Долго примеривался он, прежде чем удалось ему направить яркое пятно от чечевицы прямо на папиросу. Когда пятнышко останавливалось на моих руках, я чувствовал, какое оно горячее. Я уже не сомневался, что льдина зажжет папиросу.

И действительно, когда пятнышко покрыло конец папиросы и продержалось там с минуту, она затлелась, и от нее пошел синеватый дымок.

– Ну вот, мы и зажгли льдом, – сказал брат, беря тлеющую папиросу в рот. – Так можно хоть на самом полюсе зажечь костер без спичек – были бы дрова!

Магнитная игла

Вы уже умеете заставить иглу плавать на поверхности воды. Воспользуйтесь здесь своим искусством для нового, более интересного опыта. Раздобудьте магнит – хотя бы маленький подковообразный магнит. Если приблизить его к блюдцу с плавающей в нем иглой, то иголка послушно подплывет к соответствующему краю блюдца. Она будет заметно проворнее делать это, если, прежде чем положить ее на воду, вы проведете по ней несколько раз магнитом (проводить надо непременно одним концом магнита и притом в одном направлении, а не туда и обратно). От этого иголка сама становится магнитом, намагничивается, и потому подплывает даже и к простому, немагнитному железному предмету.

С магнитной иглой вы можете сделать много любопытных наблюдений. Предоставьте ее самой себе, не привлекая к краю блюдца железом или магнитом. Она займет на воде определенное направление, именно с севера на юг, как стрелка компаса. Поверните блюдце – игла по-прежнему будет указывать одним концом на север, другим – на юг. Приблизьте к одному концу один конец (полюс) магнита – и вы увидите, что игла вовсе не обязательно притянется к нему именно этим концом. Она может отвернуться от него, чтобы приблизить свой противоположный конец. Здесь перед нами случай взаимодействия двух магнитов. Правило этого взаимодействия гласит, что концы разноименные (северный одного магнита и южный другого) притягиваются, а одноименные (оба северных или оба южных) отталкиваются.

Изучив особенности движений намагниченной иглы, устройте маленький бумажный кораблик, в складки которого запрячьте вашу иглу. Вы можете изумлять непосвященных товарищей тем, что станете управлять движениями кораблика, не прикасаясь к нему: он будет слушать мановения вашей руки, если, разумеется, в руке у вас спрятан магнит, о котором зрители не подозревают.

Магнитный театр

Вернее, не театр, а цирк, так как в нем показываются канатные плясуны, разумеется, вырезанные из бумаги.

Прежде всего нам придется соорудить из картона самое здание цирка. В нем натяните внизу проволоку. Над сценой укрепите подковообразный магнит.

Теперь займитесь артистами: их вырезают из бумаги и придают им разные позы соответственно их артистическому назначению, с тем непременным условием, чтобы длина их равнялась длине иголки, подклеенной сзади них, вдоль фигуры; подклеить же ее можно с помощью двух-трех капель сургуча.

Если такую фигуру поставить на «канат», то она не только не упадет, но останется в вертикальном положении, притягиваемая магнитом. Слегка дергая проволоку, вы оживите своих канатных плясунов, заставив их покачиваться, подпрыгивать, не теряя равновесия.

Наэлектризованный гребень

Если даже вы еще ничего не знаете из науки об электричестве, незнакомы даже с первыми буквами ее азбуки, вы и в таком случае можете проделать ряд электрических опытов, любопытных и, во всяком случае, полезных для вашего будущего знакомства с этой удивительной силой природы.

Лучшее время и место для этих электрических опытов – хорошо натопленная комната в морозную зиму. Опыты такого рода хорошо удаются только в сухом воздухе, а нагретый воздух зимой гораздо суше, чем летом при такой же температуре.

Итак, перейдем к опытам. Вам приходилось, конечно, проводить обыкновенным гребнем по сухим (вполне сухим) волосам. Если вы делали это в натопленной комнате и при полной тишине, вы могли слышать легкое потрескивание, издаваемое гребнем при расчесывании. Ваш гребень электризовался от трения о волосы.

Обыкновенный гребень можно наэлектризовать и не только о волосы: если потереть его о сухую шерстяную ткань (кусок фланели), он также приобретает электрические свойства, даже еще в большей степени. Проявляются же свойства эти весьма разнообразно, и прежде всего в притяжении легких тел. Поднесите натертый гребень к обрезкам бумаги, к мякине, к шарику из бузиновой сердцевины и т. п. – все эти мелкие предметы поднимутся и пристанут к гребешку. Сделайте из легкой бумаги крошечные кораблики и пустите их на воду: с помощью наэлектризованного гребня вы сможете управлять движениями вашей бумажной флотилии, как «волшебным» жезлом. Можно обставить опыт еще внушительнее: в бокальчик (сухой) положите яйцо, а на нем уравновесьте горизонтально довольно длинную линейку. Такая линейка при приближении наэлектризованного гребня к одному из ее концов довольно проворно поворачивается. Вы можете заставить ее послушно следовать за гребнем: двигаться в ту или другую сторону, даже вращаться кругом.

Послушное яйцо

Таким же электрическим свойством можете вы наделить не только обыкновенный гребень, но и другие предметы. Палочка сургуча, потертая о фланель или о рукав вашего платья, если оно шерстяное, обнаруживает те же свойства. Электризуется также стеклянная трубка или палочка, если ее натирать шелком; но опыт со стеклом удается лишь в очень сухом воздухе, если к тому же и шелк и стекло хорошо просушены нагреванием.

Вот еще забавный опыт с электрическим притяжением. Выпустите через маленькое отверстие содержимое куриного яйца: для этого лучше выдувать его содержимое через другое отверстие, на противоположном конце. Получив пустую скорлупу (отверстия залепляют белым воском), вы кладете ее на гладкий стол, на доску или большое блюдо и с помощью наэлектризованной палочки заставляете это пустое яйцо послушно перекатываться вслед за нею. На постороннего наблюдателя, не знающего, что яйцо пустое, опыт этот (придуманный знаменитым ученым Фарадеем) производит озадачивающее впечатление. Бумажное кольцо или легкий шарик также следуют за наэлектризованной палочкой.

Что значит «смотреть головой»? – Тяжелая газета

– Решено! – объявил мне старший брат, похлопывая рукой по изразцам натопленной печи. – Решено: вечером мы проделываем с тобой электрические опыты.

– Опыты? Новые опыты! – восторженно подхватил я. – Когда? Сейчас? Я хотел бы сейчас!

– На всякое хотение нужно терпение. Опыты будут вечером. Сейчас я должен уйти.

– За машиной?

– Какой машиной?

– Электрической. Ведь для опытов нужна машина.

– Машина, что нам нужна, уже имеется, лежит в моем портфеле… Не вздумай, пожалуйста, рыться без меня, – угадал брат мою мысль. – Ничего не найдешь, только беспорядок устроишь, – добавил он, надевая пальто.

– Но машина там?

– Там, не беспокойся.

И брат вышел из дому, беспечно оставив портфель с машиной на маленьком столике в передней.

Если бы железо могло чувствовать, оно ощущало бы вблизи магнита то же самое, что испытывал я, оставшись один с портфелем брата. Портфель тянул меня к себе, привлекал все мои чувства и мысли. Невозможно было думать ни о чем другом, бесполезно было стараться смотреть по сторонам…

Странно, что электрическая машина может поместиться в портфеле, я представлял себе ее вовсе не такой плоской. Портфель не заперт на замочек, и если осторожно заглянуть внутрь… Что-то завернуто в газету. Ящичек? Нет, книги. Книги да книги, ничего другого в портфеле нет. Ну как я сразу не догадался, что брат шутил: электрическую машину разве запрячешь в портфель!

Брат вернулся с пустыми руками и сразу угадал по разочарованному лицу причину моего опечаленного вида.

– Мы, кажется, были с визитом в портфеле? – спросил он.

– Где же машина? – ответил я вопросом.

– В портфеле. Не видел?

– Там одни книги.

– И машина. Плохо глядел. Чем ты смотрел?

– Чем смотрел! Глазами.

– То-то и есть, что только глазами. А надо всей головой

смотреть. Мало просто глядеть – нужно понимать, что видишь. Это называется «смотреть головой».

– Как же смотрят головой?

– Хочешь, покажу тебе, в чем разница между смотрением только глазами и всей головой?

Брат вынул из кармана карандаш и начертил на бумаге такую фигуру (рис. 5):

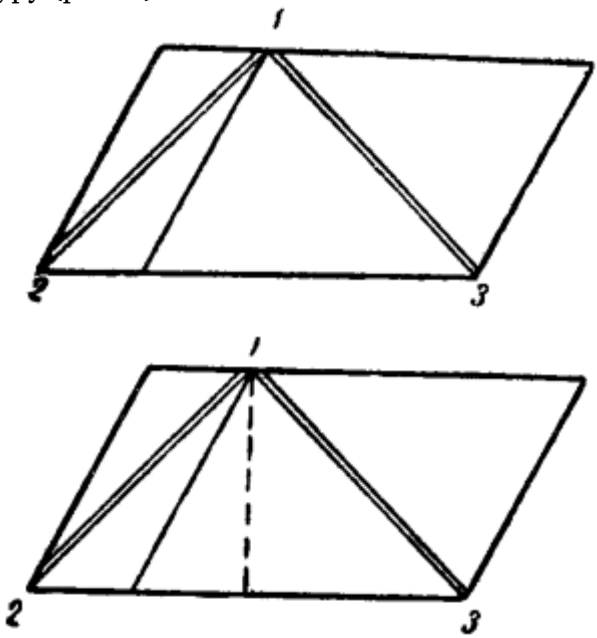


Рис. 5

– Здесь двойные линии – рельсовые пути, а одиночные – шоссе. Взгляни и скажи: какой рельсовый путь длиннее – от *1* до *2* или от *1* до *3* ?

– От *1* до *3,* конечно, длиннее.

– Это ты глазами видишь. А теперь взгляни на фигуру всей головой.

– Но как? Я не умею.

– Всей головой на эту фигуру нужно смотреть так. Вообрази, что из / проведена прямая линия под прямым углом к нижнему шоссе *2–3.* — Брат провел пунктирную линию на своем чертеже. – Как разделит моя линия это шоссе? На какие части?

– Пополам.

– Пополам. И, значит, все точки этой пунктирной линии отстоят от концов *2* и *3* одинаково. Что же ты теперь скажешь о точке 7? Куда она ближе: к *2* или к *31*

– Теперь вижу ясно, что она одинаково отстоит и от *2* и от *3.* А раньше казалось, что правая железная дорога длиннее левой.

– Раньше ты только глазами смотрел, а сейчас взглянул всей

головой. Понял разницу?

– Понял. Где же машина?

– Какая машина? Ах, электрическая! В портфеле. Лежит, где лежала. Ты не заметил потому, что не умел взглянуть головой.

Брат вынул из портфеля пакет с книгами, осторожно развернул его, освободил большой газетный лист и подал мне:

– Вот наша электрическая машина.

Я с недоумением смотрел на газету.

– Думаешь, просто бумага, ничего больше? – продолжал брат. – Для глаз – да. А кто умеет взглянуть всей головой, тот признает в газете физический прибор.

– Физический прибор? Чтобы делать опыты?

– Да. Возьми-ка газету в руки. Очень легка, не правда ли? И ты думаешь, конечно, что сможешь всегда поднять ее хоть одним пальцем. А вот увидишь сейчас, что та же самая газета может иной раз сделаться очень и очень тяжелой. Подай мне вон ту чертежную линейку.

– Она иззубрена, никуда не годится.

– Тем лучше – не жалко будет, если сломается.

Брат положил линейку на стол, так что часть ее высовывалась за край.

– Тронь за выступающий конец. Легко наклонить, правда? Ну, а попробуй наклонить ее, когда я накрою другую половину газетой.

Он разостлал газету на столе, аккуратно расправив ее складки и покрыв ею линейку.

– Бери палку и шибко ударь по выступающей части линейки. Бей со всего размаха!

– Так ударю, что линейка газету пробьет и в потолок полетит! – воскликнул я, размахиваясь.

– Главное, не жалей силы.

Результат удара был совсем неожиданный: раздался треск, линейка переломилась, а газета по-прежнему осталась на столе, прикрывая другой обломок злополучной линейки.

– Газета-то тяжелее, чем ты думал? – лукаво спросил брат.

Я растерянно переводил глаза с обломка линейки на газету.

– Это опыт? Электрический?

– Опыт, только не электрический. Электрические – впереди. Я хотел тебе показать, что газета действительно может служить прибором для физических опытов.

– Но почему же она не пустила линейку? Ведь вот – я легко поднимаю ее со стола.

– В этом и суть опыта. На газету давит воздух, и с немалой силой: каждый квадратный сантиметр газетного листа он придавливает с

силой целого килограмма. Когда ударяют по выступающему концу линейки, то другим своим концом она напирает на газетный лист снизу; газета должна приподняться. Если это делается медленно, то под приподнимающуюся газету успевает проникать воздух снаружи и напором своим уравновешивает давление на газету сверху. Но твой удар был так быстр, что воздух под газету проникнуть не успел: края газеты еще прилегали к столу, когда середина ее уже увлеклась вверх. Тебе пришлось поэтому поднимать не одну газету, а газету вместе с напирающим на нее воздухом. Короче сказать: тебе надо было поднять линейкой груз примерно во столько килограммов, сколько квадратных сантиметров заключает приподнимаемый участок газеты. Если бы это был участок бумаги всего в 16 квадратных сантиметров – квадратик со стороной в 4 сантиметра, – то давление воздуха на него составляло бы 16 килограммов. Но поднимаемый участок бумаги заметно больше – значит, приходилось поднимать изрядный вес, пожалуй в полсотни килограммов. Такого груза линейка не осилила и – сломалась. Веришь ты теперь, что с помощью газеты можно делать опыты?.. Когда стемнеет, приступим к электрическим.

Искры из пальцев. – Послушная палка. – Электричество в горах

Брат взял в одну руку платяную щетку, другой рукой приложил газетный лист к натопленной печке и принялся растирать его щеткой, словно обойщик, расправляющий на стене обои, чтобы хорошо прилипли.

– Гляди! – сказал брат и убрал обе руки от газеты. Я ожидал, что бумага соскользнет на пол. Однако этого не случилось: газета странным образом держалась на гладких изразцах, словно приклеенная.

– Как держится? – спросил я. – Ведь она не намазана клеем.

– Газета держится электричеством. Она теперь наэлектризована и притягивается к печке.

– Почему ты не сказал мне, что газета в портфеле была наэлектризованная?

– Она не была раньше наэлектризована. Я наэлектризовал ее сейчас, при тебе, натирая щеткой. От трения и наэлектризовалась.

– Значит, это уже настоящий электрический опыт?

– Да. Мы только начинаем… Загаси-ка свет.

В темноте смутно рисовалась черная фигура брата и сероватое пятно на месте белой печки.

– Теперь следи за моей рукой.

Я больше угадывал, чем видел то, что делал брат. Он отслоил газету от печки и, держа одной рукой на весу, приблизил к ней растопыренные пальцы другой руки.

И тогда – я едва верил своим глазам – из пальцев вылетели искры: длинные голубовато-белые искры!

– Эти искры были электрические. Хочешь попробовать сам?

Я проворно спрятал руки за спину. Ни за что! Брат снова приложил газету к печке, натер щеткой и опять извлек из своих пальцев снопы длинных искр. Я успел заметить, что он вовсе не прикасался пальцами к газете, а держал их сантиметрах в десяти от нее.

– Попробуй, не трусь, нисколько не больно. Дай руку. – Он овладел моей рукой и привлек меня к печке: – Расставь пальцы!.. Так! Что, больно?

Я не успел опомниться, как из моих пальцев выскочили кисти голубоватых искр. При их свете я увидел, что брат только наполовину отслоил газету от печки, нижняя же часть бумажного листа по-прежнему оставалась словно приклеенной.

Одновременно с искрами я почувствовал легкий укол, но боль пустячная. Бояться в самом деле было нечего.

– Еще! – теперь упрашивал уже я. Брат приложил газету к печке и стал растирать – прямо ладонями рук.

– Что ты делаешь? Забыл щетку!

– Все равно. Ну, готовься!

– Ничего не выйдет! Ты тер голыми руками, без щетки.

– И без щетки можно, если руки сухие. Лишь бы тереть.

Действительно, из моих пальцев и на этот раз посыпались искры, такие же, как раньше.

Когда я насмотрелся искр досыта, брат объявил мне:

– Ну, достаточно. Теперь покажу тебе истечение электричества, то самое, которое Колумб и Магеллан видели на верхушках мачт своих кораблей… Дай-ка ножницы.

Брат приблизил в темноте острия разомкнутых ножниц к газете, полуотделенной от печи. Я ожидал искр, но увидел нечто новое: острия ножниц увенчались светящимися пучками коротких сине-красных нитей, хотя от ножниц до бумаги было еще довольно далеко. Одновременно раздавалось легкое протяжное шипение.

– Вот такие же огненные кисточки, только гораздо большие, морякам случается часто видеть на концах мачт и рей. Они называются «эльмовые огни».

– Откуда они там берутся?

– То есть кто держит над мачтами наэлектризованную газету, хочешь ты спросить? Конечно, газеты там нет, зато есть низко нависшее наэлектризованное облако. Оно и заменяет газету. Не думай, впрочем, что такое электрическое свечение остроконечий бывает только на море. Наблюдают его и на суше, особенно в горах. Еще Юлий Цезарь описал, как однажды ночью в облачную погоду острия копий его солдат светились такими огоньками. Моряки и солдаты не боятся электрических огоньков – напротив, считают их доброй приметой, конечно, без всякого разумного основания. В горах случается, что электрическое свечение появляется даже на людях – на их волосах, шапках, ушах, на всех выдающихся частях тела. При этом слышится часто жужжание, вроде того, какое исходило из наших ножниц.

– Этот огонь сильно жжет?

– Совсем не жжет. Ведь это не огонь, а свечение, холодное свечение. Настолько холодное и безвредное, что от него не зажигается даже спичка. Вот смотри: вместо ножниц беру спичку, и – видишь – головка окружена электрическим свечением, однако она не загорается.

– А по-моему, горит: пламя прямо из головки идет.

– Зажги свет, рассмотри спичку при лампе.

Я убедился, что спичка не только не обуглилась, но даже головка ее не обгорела. Она, значит, была окружена действительно холодным светом, а вовсе не огнем.

– Не гаси лампу. Следующий опыт сделаем при свете. – Брат выдвинул стул на середину комнаты и положил поперек его спинки палку.

После немногих проб ему удалось добиться того, что палка, подпертая в одной точке, лежала на спинке стула, не опрокидываясь.

– Я не знал, что палка так может держаться, – сказал я. – Ведь она длинная!

– Оттого и держится, что длинная. Коротенькая не держалась бы. Карандашик, например.

– Карандашик ни за что так не положить, – подтвердил я.

– Теперь к делу. Можешь ты, не дотрагиваясь до палки, заставить ее повернуться к тебе?

Я задумался.

– Если накинуть на один конец веревочную петлю… – начал я.

– Без всяких веревок, ничем не дотрагиваясь. Можешь?

– Ага, знаю!

Я приблизил лицо к палке и начал втягивать воздух ртом, чтобы притянуть ее к себе. Однако палка не двигалась.

– Ну что?

– Ничего не выходит. Невозможно!

– Невозможно? Посмотрим.

И, сняв с печки газету, которая тем временем держалась на изразцах, словно приклеенная, брат начал медленно приближать ее сбоку к палке. На расстоянии чуть не половины метра палка почувствовала притяжение наэлектризованной газеты и послушно повернулась в ее сторону. Двигая газетный лист, брат вел за ним палку, заставляя ее кружиться на спинке стула, сначала в одну сторону, потом в другую.

– Наэлектризованная газета, ты видишь, притягивает палку так сильно, что она идет и будет идти за бумагой, пока все электричество не стечет с газеты в воздух.

– Жаль, что этих опытов нельзя делать летом: печка холодна.

– Печка нужна здесь для того, чтобы высушить бумагу: эти опыты удаются лишь с совершенно сухой газетой. А ты заметил, вероятно, что газетная бумага вбирает влагу из воздуха и потому всегда немного сыровата – ее и приходится сушить. Не думай, что летом совсем нельзя делать наших опытов. Можно, но они только удаются не так хорошо, как зимой. Зимой воздух в натопленной

комнате суше, чем летом, – вот причина. Сухость для таких опытов очень важна. Газету сушат летом на кухонной плите, когда она после обеда остынет настолько, что бумага на ней не будет загораться. Хорошенько обсушив на плите газетный лист, переносят его на сухой стол и здесь крепко натирают щеткой. Он электризуется, однако не так сильно, как на изразцовой печке… Ну, достаточно на сегодня. Завтра проделаем новые опыты.

– Тоже электрические?

– Да, и все с той же нашей электрической машиной – с газетой. А тем временем я дам тебе прочесть интересное описание эльмовых огней на горах, оставленное знаменитым французским естествоиспытателем Соссюром. В 1867 году он с несколькими спутниками находился на вершине горы Сарлэ, более трех километров высоты. И вот что они там испытали.

Брат снял с полки книгу Фламмариона «Атмосфера», перелистал ее и дал мне прочесть следующее место:

«Люди, совершившие подъем, только что приставили к скале свои обитые железом палки, располагаясь пообедать, когда Соссюр ощутил на плечах и в спине боль, как будто от иголки, медленно втыкавшейся в тело. «Предполагая, – говорит Соссюр, – что в мою полотняную накидку попали булавки, я сбросил ее, но, не получив облегчения, почувствовал, напротив, что боль усиливается, захватывая всю спину от одного плеча до другого; она сопровождалась щекотанием и болезненным колотьем, словно по коже ходит оса и покрывает ее уколами. Поспешно сбросив второе пальто, я не нашел ничего такого, что могло бы произвести эти поранения. Боль продолжалась и стала походить на ожог. Мне почудилось, что загорелась моя шерстяная фуфайка. Я готов был уже раздеться, как внимание мое привлек шум, похожий на жужжание. Шум исходил из наших палок, прислоненных к скале; он походил на шум подогреваемой воды, готовой закипеть. Все это продолжалось минут пять.

Я понял тогда, что болезненные ощущения обусловлены электрическим истечением, исходившим из горы. Однако при свете дня я не видел никакого сияния на палках. Палки издавали одинаково резкий звук, держали ли их в руках вертикально, направляя железный наконечник вверх, вниз, или же горизонтально. Из почвы никакого звука не исходило.

Через несколько минут я почувствовал, что волосы у меня на голове и бороде поднимаются, казалось, будто проводят сухой бритвой по жесткой отросшей бороде. Мой молодой спутник крикнул, что поднимаются волоски его усов, а из верхушек ушей исходят сильные токи. Подняв руки, я почувствовал, как токи исходят из пальцев. Электричество выделялось, словом, из палок,

одежды, ушей, волос, всех выдающихся частей тела.

Поспешно оставив вершину горы, мы спустились метров на сто. По мере того как мы спускались, наши палки звучали все слабее; наконец звук стал так тих, что его можно было слышать, лишь приблизив палки к уху».

Так кончается рассказ Соссюра. В той же книге я прочел описание и других случаев появления эльмовых огней.

«Выделение электричества выступающими скалами часто наблюдается, когда небо покрыто низкими облаками, проходящими в небольшом расстоянии над вершинами. 10 июля 1863 года Ватсон и еще несколько туристов поднялись в проход Юнгфрау (в Швейцарских горах). Утро было прекрасное, но, приближаясь к проходу, путники испытали сильный ветер с градом. Раздался страшный удар грома, и вскоре Ватсон услышал свистящий звук, исходящий из палки; звук походил на шум закипающей грелки. Путники остановились и заметили, что их жезлы и топоры издают такой же звук; они не переставали звучать и тогда, когда были воткнуты одним концом в землю. Один из проводников, снявший шляпу, закричал, что голова его горит. Действительно, волосы его были подняты, словно наэлектризованные. Все испытывали ощущение щекотки на лице и других частях тела. Волосы Ватсона совершенно выпрямились. На концах пальцев, когда ими шевелили в воздухе, слышался электрический свист».

Пляска бумажных паяцев. – Змеи. – Волосы дыбом

Брат сдержал слово. На другой день, когда стемнело, он вновь начал опыты. Первым делом «прилепил» к печке газету. Затем попросил у меня бумагу поплотнее газетной – писчую – и стал вырезать из нее смешные фигурки: человечков в разных позах.

– Эти бумажные паяцы у нас сейчас запляшут. Принеси-ка булавок.

Скоро через ногу каждого паяца была проткнута булавка.

– Это чтобы паяцы не разлетались и не уносились газетой прочь… – объяснял брат, раскладывая бумажные фигурки на самоварном подносе. – Представление начинается!

Он «отлепил» от печки газету и, держа ее горизонтально двумя руками, приблизил сверху к подносу с фигурками.

– Встаньте! – скомандовал брат.

И представьте: фигурки послушались, встали. Встали и торчали вверх, пока брат не отодвинул газету подальше – тогда они опять легли. Но он не давал им долго отдыхать: приближая и отдаляя газету, он заставлял паяцев то вставать, то вновь ложиться.

– Если бы я не отягчил их булавками, они подскочили бы к газете вплотную и прилипли бы к ней. Вот видишь, – брат вынул булавки из нескольких фигурок, – они притянулись к газете совсем и уже не отпадают. Это электрическое притяжение. А теперь проделаем опыт и с отталкиванием… Куда ты дел ножницы?

Я подал ножницы. И брат, «прилепив» газету к печке, стал отрезать от ее края, снизу вверх, длинную, тонкую полоску. Не дойдя до самого верха, он таким же образом надрезал вторую полосу, потом третью и т. д. Шестую или седьмую полоску он отрезал совсем. Получилась бумажная борода, которая, однако, не соскользнула с печки, как я ожидал, а осталась на ней. Придерживая верхнюю часть рукой, брат провел по полоскам несколько раз щеткой и затем снял всю «бороду» с печки, держа ее вверху в вытянутой вперед руке.

Вместо того чтобы свободно свешиваться вниз, полоски растопырились колоколом, заметно отталкиваясь одна от другой.

– Они отталкиваются потому, – объяснил брат, – что все одинаково наэлектризованы. К вещам же, совсем ненаэлектризованным, они притягиваются. Засунь руку снизу

внутрь колокола – полоски притянутся к руке.

Я присел и ввел руку в пространство между полосками. То есть я хотел ввести туда руку, но не мог сделать этого, потому что бумажные ленты обвились вокруг руки, как змеи.

– Тебя эти змеи не пугают? – спросил брат.

– Нет, они же бумажные.

– А мне страшно. Посмотри, как страшно!

Брат поднял газетный лист над своей головой, и я увидел, как длинные его волосы буквально стояли дыбом.

– Это опыт? Скажи: это тоже опыт?

– Тот самый опыт, который мы сейчас делали, но на другой лад. Газета наэлектризовала мои волосы, и они, притягиваясь к ней, в то же время друг от друга отталкиваются, как полоски нашей бумажной бороды. Возьми зеркало, и я покажу тебе, как твои собственные волосы встанут таким же манером.

– Не больно?

– Нисколько.

В самом деле, я не почувствовал ни малейшей боли, даже щекотки, а между тем ясно видел в зеркале, как волосы мои под газетным листом торчком стояли вверх.

Мы повторили, кроме того, еще вчерашние опыты, и брат прекратил «сеанс», как он называл наши занятия, обещав завтра проделать ряд новых опытов.

Маленькая молния. – Опыт с водяной струей. – Богатырское дуновение

В следующий вечер брат начал опыты с очень странных приготовлений.

Взял три стакана, погрел их возле печки, затем поставил на стол и накрыл сверху самоварным подносом, который тоже сначала погрел немного у печки.

– Что это будет? – любопытствовал я. – Ведь надо стаканы на поднос, а не поднос на стаканы.

– Погоди, не торопись. Будет опыт с маленькой молнией.

Брат пустил в дело «электрическую машину», то есть, попросту говоря, стал растирать на печке газету. Натерев, он сложил газетный лист вдвое и снова начал растирать. Затем, «отлепив» его от печки, проворно положил на поднос:

– Потрогай-ка поднос… Не очень холоден? Не подозревая подвоха, я беспечно протянул к подносу руку – и поспешно отдернул назад: что-то щелкнуло и больно кольнуло в палец.

Брат рассмеялся:

– Ну, каково? Тебя ударила молния. А треск слышал? Это ведь был маленький гром.

– Я чувствовал сильный укол, но молнии не видел.

– Увидишь ее сейчас, когда повторим опыт в темноте.

– Но я не согласен больше дотрагиваться до подноса! – решительно заявил я.

– Этого и не надо. Можешь извлекать искры хотя бы дверным ключом или чайной ложкой. Ничего не почувствуешь, а искры будут такие же длинные. Первые искры, впрочем, я извлеку сам, пока твои глаза привыкнут к темноте. – Брат загасил свет.

– Теперь молчание. Смотри в оба! – раздался в темноте его голос.

Треск – и одновременно яркая, беловато-синяя искра в полспички длиной проскочила между краем подноса и ключом.

– Видел молнию? Слышал гром? – спросил брат.

– Но они были одновременно. Настоящий гром всегда позже молнии.

– Это правда. Мы слышим гром всегда позже, чем видим молнию. И все-таки они происходят в одно время, как треск и искра в нашем опыте.

– Почему же гром слышен позже?

– Видишь ли, молния – это свет, а лучи света бегут так быстро, что через земные расстояния проносятся почти мгновенно. Гром – это взрыв, а взрыв распространяется в воздухе не так быстро; он заметно отстает от лучей света и доходит до нас позже их. Оттого мы и видим молнию раньше, чем слышим порожденный ею гром.

Брат передал мне ключ и, сняв газету – теперь мои глаза уже привыкли к полутьме, – предложил извлечь «молнию» из подноса.

– Без газеты разве будет искра?

– Попробуй.

Не успел я донести ключ до края подноса, как увидел искру, яркую, длинную.

Вторично положил брат газету на поднос, и я снова извлек искру, на этот раз уже послабее. Десятки раз клал он на поднос и поднимал с подноса газету (не натирая ее вновь на печке), и всякий раз я извлекал искру, все более и более слабую.

– Искры длились бы дольше, если бы я брал газету не прямо руками, а за шелковые нити или ленточки. Когда будешь учить физику, ты поймешь, что, собственно, здесь у нас происходило. Пока же остается тебе смотреть на эти опыты только глазами, а не всей головой. Теперь еще опыт: с водяной струей. Его проделаем в кухне, у водопроводного крана. Газета покамест пусть остается на печке.

Мы пустили из крана тонкую водяную струйку, гулко ударявшую о дно раковины.

– Сейчас я заставлю эту струю, не прикасаясь к ней, течь иначе. Куда хочешь, чтобы она отклонилась: вправо, влево, вперед?

– Влево, – наобум ответил я.

– Хорошо. Не трогай крана, я принесу газету.

Брат явился с газетой, стараясь держать ее в вытянутых руках подальше от туловища, чтобы она меньше теряла электричества. Он приблизил газету к струе с левой стороны, и я ясно увидел, как водяная нить изогнулась влево. Перенеся газету по другую сторону, брат заставил струю отклониться вправо. Наконец он притянул ее вперед так далеко, что вода полилась через край раковины.

– Видишь, как сильно сказывается здесь притягивающее действие электричества. Этот опыт, между прочим, легко проделать и без печи или плиты, если взять вместо наэлектризованной газеты обыкновенный каучуковый гребень, вот такой. – Брат вынул гребень из бокового кармана и провел им по своим густым волосам. – Таким образом я его электризую.

– Но ведь твои волосы не электрические?

– Конечно. Обыкновенные волосы, как у тебя и у всякого. Но если тереть каучук о волосы, он электризуется, как газета от волос платяной щетки. Гляди!

Поднесенный к струе гребень заметно отклонил ее в сторону.

– Для остальных наших опытов гребень непригоден: в нем получается слишком мало электричества, гораздо меньше, чем от той «электрической машины», которую – ты убедился теперь – легко устроить из простого листа газетной бумаги. Мне хочется проделать с газетой еще один – последний – опыт, на этот раз не электрический, а снова над давлением воздуха, как тот, что мы сделали с злополучной линейкой.

Мы вернулись в комнату. И здесь брат принялся кроить и склеивать из газетного листа длинный мешок.

– Покуда сохнет наш мешок, принеси несколько книг потолще и потяжелее.

Я разыскал на этажерке три увесистых тома какого-то медицинского атласа и положил их на стол.

– Можешь ты надуть этот мешок ртом? – спросил брат.

– Конечно, – сказал я.

– Простое и легкое дело, не правда ли? Но если придавить мешок парочкой таких книг?..

– О, тогда сколько ни старайся, мешок не раздуется!

Брат молча положил мешок у края стола, накрыл его одним томом, а на лежащую книгу поместил стоймя еще одну.

– Теперь следи. Буду раздувать.

– Уж не собираешься ли сдунуть эти книги? – спросил я со смехом.

– Именно!

Брат стал раздувать мешок. И что же вы думаете? Нижняя книга наклонилась под напором вздувшегося мешка и опрокинула верхнюю. А ведь в них было килограммов пять весу!

Не давая мне опомниться от удивления, брат приготовился повторить опыт. На этот раз он нагрузил мешок тремя томами. Подул, и – вот богатырское дуновение! – все три тома опрокинулись.

Поразительнее всего то, что в этом необычном опыте не оказалось ничего чудесного. Когда я сам отважился его проделать, мне удалось опрокинуть книги так же легко, как и брату. Не надо вовсе обладать ни слоновьими легкими, ни богатырскими мускулами: все происходит само собой, почти без напряжения.

Брат потом объяснил мне, в чем тут было дело. Когда мы надуваем бумажный мешок, мы вгоняем в него воздух, сдавленный больше, чем наружный воздух, – иначе мешок не

раздувался бы. Давление наружного воздуха равно примерно 1000 г на каждый квадратный сантиметр. Прикинув, сколько квадратных сантиметров бумаги зажато под книгами, легко рассчитать, что если даже избыток давления составляет только десятую долю, то есть всего сотню граммов на каждый квадратный сантиметр, то общее давление воздуха изнутри на зажатую часть мешка может достигать чуть не 10 кг. Такая сила, разумеется, достаточна, чтобы опрокинуть книги.

На этом кончились наши физические занятия с листом газетной бумаги.

Где разорвется веревочка?

Устройте сооружение, которое вы видите на рис. 6. Положите на раскрытые двери палку; к ней прикрепите веревочку с подвязанной посередине тяжелой книгой. Если теперь веревочку дернуть за подвязанную на конце линейку, то где веревочка разорвется: выше книги или ниже ее?

Веревочка может разорваться и выше книги и ниже ее, смотря по тому, как тянуть. От вас самих зависит устроить либо то, либо другое. Если потянуть осторожно, оборвется верхняя часть веревочки; если же рвануть резко, разорвется нижняя часть.

Рис. 6

Отчего так происходит? При осторожном натяжении обрывается верхняя часть веревочки, потому что на нее, кроме силы руки, действует еще вес книги; на нижнюю же часть веревочки действует одна лишь сила руки. Иное дело при быстром рывке: за краткий миг, пока длится рывок, книга не успевает получить заметного движения; поэтому верхняя часть веревочки не растягивается, и вся сила приходится на нижнюю

часть, которая разрывается, даже если она толще верхней.

Надорванная полоска

Полоска бумаги с ладонь длиной и в палец шириной может представить материал для забавной задачи. Надрежьте или надорвите полоску в двух местах (рис. 7) и спросите товарища, что сделается с ней, если тянуть за ее концы в разные стороны.

Рис. 7

– Разорвется в местах, где надорвано, – ответит он.

– На сколько частей? – спросите.

Обычно отвечают, что на три части, конечно. Получив такой ответ, предложите товарищу проверить догадку на опыте.

С удивлением убедится он в своей ошибке: полоска разорвется только на две части.

Можно сколько угодно раз проделывать этот опыт, беря полоски различной величины и делая надрывы различной глубины, и никогда не удастся получить больше двух кусков. Полоска рвется там, где она слабее, подтверждая пословицу: «Где тонко, там и рвется». Дело в том, что из двух надрывов или надрезов, как ни стараться их сделать одинаковыми, один неизбежно будет хоть немного глубже другого – пусть незаметно для глаз, но все же глубже. Это место полоски, как самое слабое, начнет рваться первым. А раз начало рваться, дорвется до конца, потому что делается все слабее.

Вы, вероятно, с удовлетворением узнаете, что, проделывая этот пустячный опыт, вы побывали в области серьезной и важной для техники науки, которая называется «сопротивление материалов».

Крепкий спичечный коробок

Что сделается с пустым спичечным коробком, если с размаху ударить по нему кулаком?

Я уверен, из 10 читателей девять скажут, что коробок от такого обращения сломается. Десятый – тот, кто сам проделывал этот опыт или слышал о нем от других, – будет другого мнения: коробок уцелеет.

Опыт надо проделать следующим образом. Поместим обе части пустого коробка одну на другую, как показано на рис. 8. По этому сооружению ударим резко и отрывисто кулаком. То, что произойдет, вас удивит: обе части разлетятся в стороны, но, подняв их, вы убедитесь, что каждая целехонька. Коробок сильно пружинит, и это его спасает: он сгибается, но не ломается.

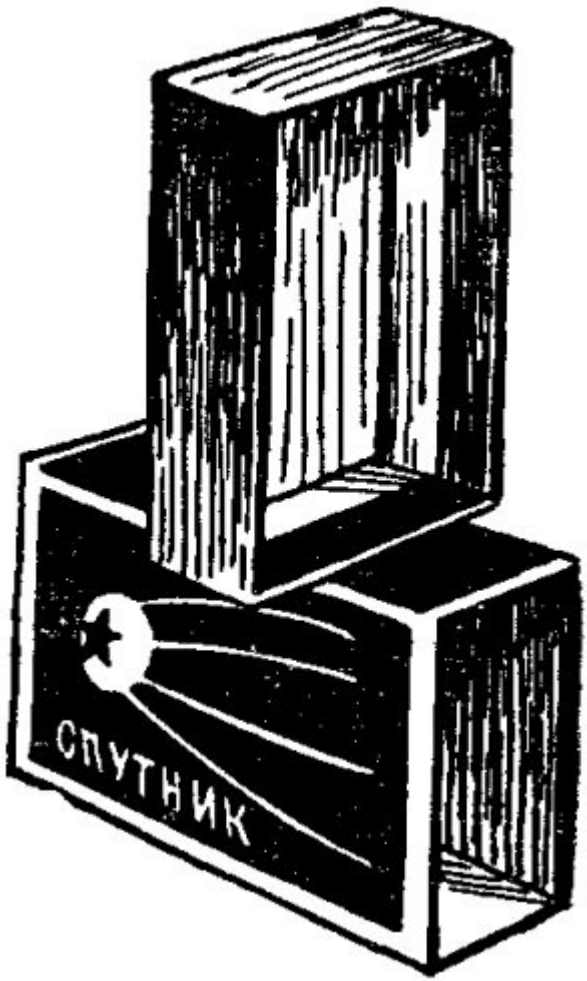


Рис. 8

Приблизить дуновением

Положите на стол пустой спичечный коробок и предложите кому-нибудь отодвинуть его от себя дуновением. Это, конечно, будет исполнено без труда. Тогда предложите сделать обратное: дуновением же заставить коробок приблизиться к дующему. При этом выставлять вперед голову, чтобы дунуть на коробок сзади, не разрешается.

Едва ли многие догадаются, как это сделать. Некоторые будут стараться сдвинуть коробок, втягивая в себя воздух, но, конечно, безуспешно. Секрет все же довольно прост. В чем он состоит?

Попросите кого-либо поставить руку ребром позади коробка. Начните дуть на руку. Струя воздуха, отразившись от руки, ударит в коробок и увлечет его по направлению к вам (рис. 9).

Рис. 9

Опыт удается, что называется, «без отказа». Надо только проделывать его на достаточно гладком столе (хотя бы и неполированном), но, конечно, не покрытом скатертью.

Ходики

Ходики (стенные часы с одной гирькой) отстают. Что надо сделать с их маятником, чтобы исправить ход часов? А как надо поступить в том случае, если ходики уходят вперед?

Чем короче маятник, тем быстрее он качается; в этом легко удостовериться, сделав опыт с грузиком на веревке. Отсюда вытекает решение нашей задачи: когда ходики отстают, надо поднятием кружочка на стержне маятника укоротить его немного и тем заставить маятник качаться проворнее; если же часы уходят, надо маятник немного удлинить.

Как установится стержень?

На концах стержня укреплены одинакового веса шары (рис. 10). Строго посередине стержня просверлено отверстие, через которое продета спица. Если стержень закружить вокруг спицы, он сделает несколько оборотов и остановится. Можете ли вы сказать заранее, в каком положении остановится стержень?

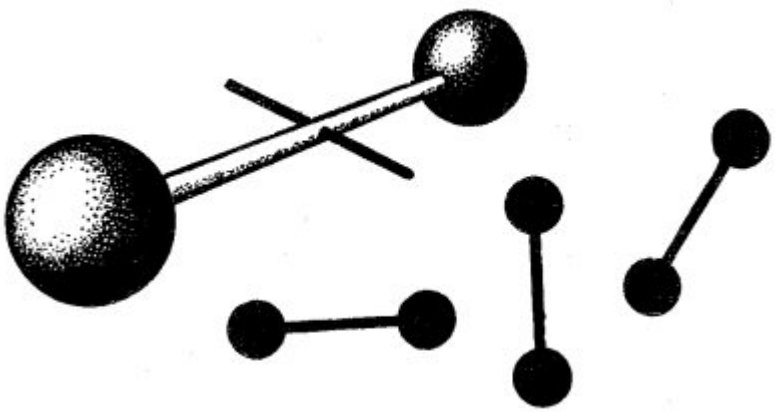


Рис. 10

Ошибаются те, которые думают, что стержень остановится непременно в горизонтальном положении. Он может сохранить равновесие в любом положении (см. рис. 10) – горизонтальном, вертикальном и косом, так как он подперт в центре тяжести. Всякое тело, подпертое или подвешенное в центре тяжести, сохраняет равновесие в любом положении. Поэтому сказать заранее, как установится стержень, когда он перестанет вращаться, невозможно.

Отклонение пламени свечи

Перенося в комнате с места на место горящую свечу, мы замечаем, что пламя вначале движения отклоняется назад. Куда отклонится оно, если переносить свечу в закрытом фонаре?

Куда отклонится пламя свечи в фонаре, если равномерно кружить фонарь вокруг себя вытянутой рукой?

Думающие, что пламя свечи, переносимой в закрытом фонаре, вовсе не будет отклоняться при движении фонаря, ошибаются. Сделайте опыт с горящей спичкой; вы убедитесь, что если двинуть ее, защитив рукой, то пламя отклонится, и притом, сверх ожиданий, не назад, а вперед. Причина отклонения вперед та, что пламя обладает меньшей плотностью, чем окружающий ее воздух. Одна и та же сила телу с меньшей массой сообщает большую скорость, чем телу с большей массой. Поэтому пламя, двигаясь быстрее воздуха в фонаре, отклоняется вперед.

Та же причина – меньшая плотность пламени, нежели окружающего воздуха, – объясняет и неожиданное поведение пламени при круговом движении фонаря: оно отклоняется внутрь, а не наружу, как можно было, пожалуй, ожидать. Явление станет понятно, если вспомним, как располагаются ртуть и вода в шаре, вращаемом на центробежной машине: ртуть располагается дальше от оси вращения, чем вода; последняя словно всплывает в ртути, если считать низом направление от оси вращения (то есть направление, в котором падают тела под действием центробежного эффекта). Более легкое, чем окружающий воздух, пламя свечи при круговом движении фонаря всплывает в воздухе вверх, то есть по направлению к оси вращения.

Провисающая веревка

С какой силой надо натягивать веревку, чтобы она не провисала?

Как бы сильно веревка ни была натянута, она неизбежно будет провисать. Сила тяжести, вызывающая провисание, направлена отвесно, натяжение же веревки не имеет вертикального направления. Такие две силы ни при каких условиях не могут уравновеситься, то есть их равнодействующая не может равняться нулю. Эта-то равнодействующая и вызывает провисание веревки.

Никаким усилием, как бы велико оно ни было, нельзя натянуть веревку строго прямолинейно (кроме случая, когда она направлена отвесно). Провисание неизбежно; можно уменьшить его величину до желаемой степени, но нельзя свести его к нулю. Итак, всякая неотвесно натянутая веревка, всякий передаточный ремень должны провисать.

По той же причине невозможно, между прочим, натянуть и гамак так, чтобы веревки его были горизонтальны. Туго натянутая проволочная сетка кровати прогибается под грузом лежащего на ней человека. Гамак же, натяжение веревок которого гораздо слабее, при лежании на нем человека превращается в свешивающийся мешок.

Куда бросить бутылку?

В какую сторону надо из движущегося вагона выбросить бутылку, чтобы опасность разбить ее при ударе о землю была наименьшая?

Так как прыгать из движущегося вагона безопаснее вперед по направлению движения, то может казаться, что бутылка ударится о землю слабее, если ее кинуть вперед. Это неверно: вещи надо бросать назад, против движения поезда. Тогда скорость, сообщенная бутылке бросанием, будет отниматься от той, какую бутылка имеет вследствие инерции; в итоге бутылка встретит землю с меньшей скоростью. При бросании вперед произошло бы обратное: скорости сложились бы и удар получился бы сильнее.

То, что для человека безопаснее все же прыгать вперед, а не назад, объясняется совсем другими причинами: падая вперед, мы меньше расшибаемся, чем при падении назад.

Пробка

В бутылку с водой попал кусок пробки. Он достаточно мал, чтобы свободно пройти через горлышко. Но, сколько вы ни наклоняете или опрокидываете бутылку, выливающаяся вода почему-то не выносит пробочного куска. Только когда бутылка опоражнивается вся, пробка покидает бутылку с последней порцией воды. Отчего так происходит?

Вода не выносит пробки по простой причине: пробка легче воды и потому держится всегда на ее поверхности. Очутиться внизу, у отверстия бутылки, пробка может лишь тогда, когда почти вся вода выльется. Оттого она и выскальзывает из бутылки только с последней порцией воды.

Как задувать свечу?

Казалось бы, простое дело – задуть свечу, но не всегда это удается. Попробуйте задуть свечу не прямо, а через воронку, и вы убедитесь, что это требует особой сноровки.

Поместите воронку против пламени свечи и дуйте в воронку, держа во рту тонкий ее конец. Но пламя даже не шелохнется, хотя вытекающая из воронки струя воздуха должна, казалось бы, направиться прямо к свече (рис. 11).

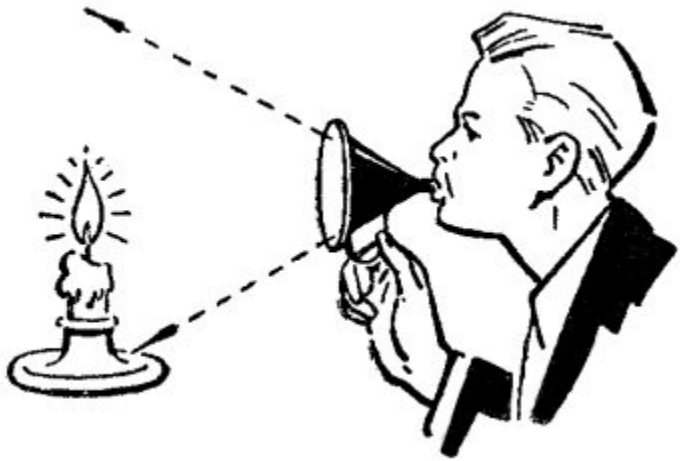


Рис. 11

Решив, что воронка помещена чересчур далеко от пламени, вы приближаете ее к свече и снова начинаете дуть. Результат получается неожиданный: пламя наклоняется не от вас, а к вам, навстречу струе воздуха, исходящего из воронки (рис. 12).

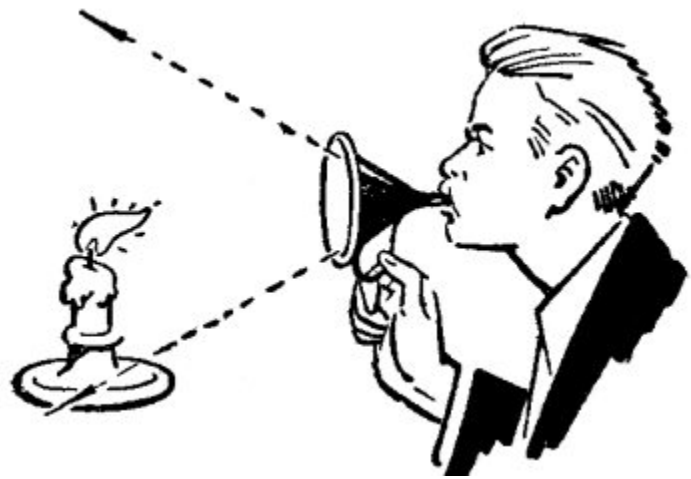


Рис. 12

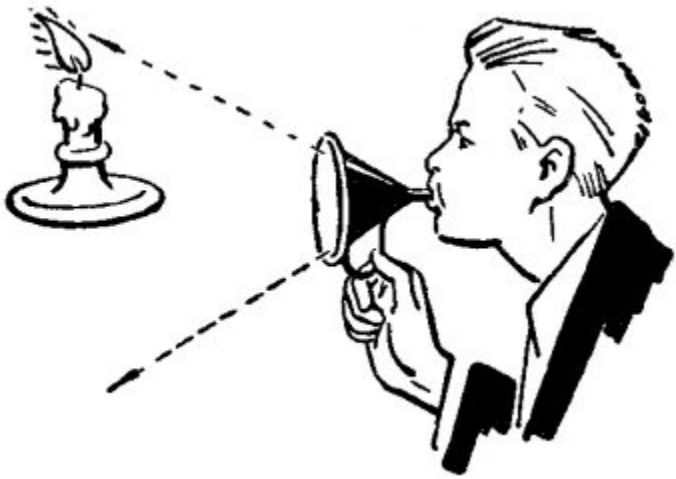


Рис. 13

Что же вы должны сделать, желая задуть свечу? Нужно поместить воронку так, чтобы пламя находилось не на линии оси воронки, а на продолжении ее раструба. Дуя тогда в воронку, вы без труда загасите свечу (рис. 13). Объясняется это тем, что воздушная струя, вытекая из узкой части воронки, не идет далее по ее оси, а растекается вдоль стенок раструба, образуя здесь своеобразный воздушный вихрь. Вдоль же оси воронки воздух разрежается, и оттого близ ее середины устанавливается обратное течение воздуха. Теперь понятно, почему пламя, помещенное против середины воронки, наклоняется к ней навстречу, а находясь против края – отклоняется вперед и гаснет.

Музыкальные бутылки

Если вы обладаете музыкальным слухом, вам нетрудно будет устроить из обыкновенных бутылок подобие музыкального джазового инструмента, на котором можно наигрывать несложные мелодии.

Рисунок 14 показывает, что и как вам нужно сделать. К двум шестам, укрепленным горизонтально на стульях, подвешивают 16 бутылок с водой. В первой бутылке вода налита почти доверху; в каждой следующей – немного меньше воды, чем в предыдущей; в последней бутылке воды очень мало.

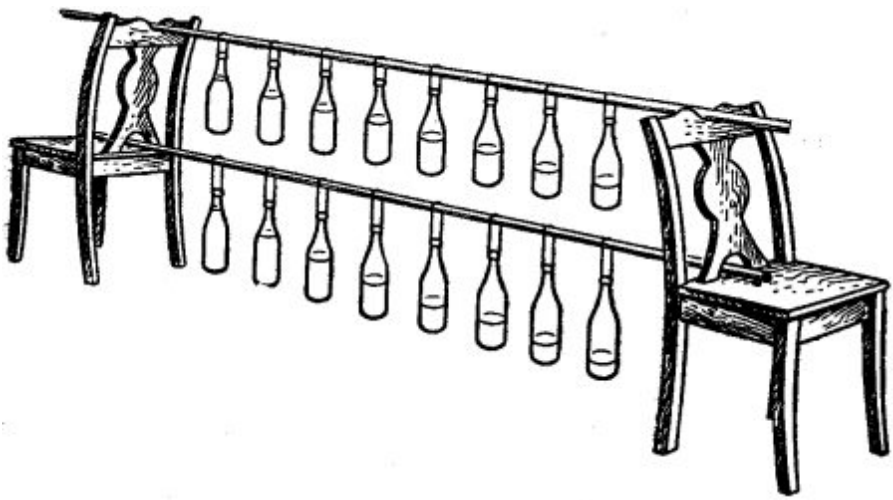


Рис. 14

Ударяя по этим бутылкам сухой деревянной палочкой, вы будете извлекать из них тоны различной высоты. Чем меньше воды в бутылке, тем тон выше. Поэтому, прибавляя или отливая воду, вы сможете добиться, чтобы тоны составили музыкальную гамму. Располагая двумя октавами, можно исполнять на этом бутылочном инструменте кое-какие несложные мелодии.

Шум в раковине

Почему шумит чашка или большая раковина, приложенные к уху?

Шум, который мы слышим, приставив к уху чашку или крупную раковину, происходит вследствие того, что раковина является резонатором, усиливающим многочисленные шумы в окружающей нас обстановке, обычно нами не замечаемые из-за их слабости. Этот смешанный звук напоминает гул моря, что и подало повод к различным легендам, сложившимся вокруг шума раковины.

Видеть сквозь ладонь

Возьмите в левую руку трубку, свернутую из бумаги, держите эту трубку против левого глаза и смотрите через нее на какой-нибудь далекий предмет. В то же время держите ладонь вашей правой руки против правого глаза так, чтобы она почти касалась трубки (рис. 15). Обе руки должны быть от глаза в 15–20 см. И тогда вы убедитесь, что правый глаз ваш отлично видит сквозь ладонь, словно в ладони вырезано круглое отверстие.

Рис. 15

В чем причина явления?

Причина неожиданного явления такова. Ваш левый глаз приготовился рассмотреть сквозь трубку далекий предмет, и соответственно этому его хрусталик приспособился к рассматриванию далекой вещи (глаз, как говорят, установился). Глаза устроены и работают так, что устанавливаются всегда согласно – как один, так и другой.

В описанном опыте правый глаз тоже устанавливается на далекое зрение, и поэтому близкая ладонь видна ему неясно. Короче сказать, левый глаз ясно видит далекий предмет, правый – смутно видит ладонь. А в итоге вам кажется, что вы видите далекий предмет сквозь заслоняющую его ладонь вашей руки.

Рисование перед зеркалом

Нетождественность зеркального отражения с оригиналом еще заметнее выступает в следующем опыте.

Поставьте перед собой отвесно на стол зеркало, положите перед ним бумажку и попробуйте нарисовать на ней какую-нибудь фигуру, например прямоугольник с диагоналями.

Но не смотрите при этом прямо на свою руку, а следите лишь за движениями руки, отраженной в зеркале (рис. 16).

Рис. 16

Вы убедитесь, что столь легкая на вид задача почти невыполнима. В течение многих лет наши зрительные впечатления и двигательные ощущения успели прийти в определенное соответствие. Зеркало нарушает эту связь, так как представляет глазам движения нашей руки в искаженном виде. Давнишние привычки будут протестовать против каждого вашего движения: вы хотите провести линию вправо, а рука тянет влево, и т. п.

Еще больше неожиданных странностей вы встретите, если вместо простого чертежа попробуете рисовать перед зеркалом более сложные фигуры или писать что-нибудь, глядя на строки в

зеркале: выйдет комичная путаница.

Те отпечатки, которые получаются на пропускной бумаге, тоже изображения симметричные. Рассмотрите надписи, испещряющие вашу пропускную бумагу, и попробуйте прочесть их. Вам не разобрать ни одного слова, даже вполне отчетливого: буквы имеют необычный наклон влево, а главное – последовательность штрихов в них не та, к какой вы привыкли. Но приставьте к бумаге зеркало под прямым углом – и увидите в нем все буквы написанными так, как вы привыкли их видеть. Зеркало дает симметричное отражение того, что само является симметричным изображением обыкновенного письма.

Примечания

1

Надо иметь в виду, к тому же, что в первую сотую долю первой секунды своего падения тело проходит не сотую часть

2

Здесь и далее – Ленинград (по первым книгам Я.И. Перельмана); ныне Ленинград – Санкт-Петербург.

3

Текст отрывка заимствован из «Лекций по зоологии» проф. Поля Бера; иллюстрации прибавлены составителем.

4

При этом идущий человек, отталкиваясь от опоры, оказывает на нее добавочное к весу давление – около 20 кг. Отсюда, между прочим, следует, что идущий человек сильнее давит на землю, чем стоящий. – *Я. П.*

5

Можно объяснить падение в этом случае также и с иной точки зрения (см. об этом «Занимательную механику», главу третью, статью «Когда горизонтальная линия не горизонтальна?»).

6

Ефимок (Joachimsthaler) – около рубля.

7

Чтобы форма шара не казалась искаженной, нужно производить опыт в сосуде с плоскими стенками (или в сосуде любой формы, но поставленном внутри наполненного водой сосуда с плоскими стенками).

8

Из других жидкостей удобен ортотолуидин – темнокрасная жидкость; при 24° она имеет такую же плотность, как и соленая вода, в которую погружают ортотолуидин.

9

Дождевые капли опускаются ускоренно только в самом

начале падения; уже примерно ко второй половине первой секунды падения устанавливается *равномерное* движение: вес капли уравновешивается силой сопротивления воздуха, которая возрастает с ростом скорости капли.

10

Но, завинчивая горелку наглухо, не забудьте проследить за тем, чтобы резервуар не был налит до самых краев: керосин при нагревании расширяется довольно значительно (он увеличивается в объеме на десятую долю при повышении температуры на 100°), и чтобы резервуар не лопнул, необходимо оставить место для расширения.

11

Первое его описание и правильное объяснение находим у древнего физика Филона Византийского, жившего около I века до н. э.

12

Чистая вода охлаждается при этом не до 0°, а только до температуры 4 °С, при которой она имеет наибольшую плотность. Но на практике и не встречается надобности охлаждать напитки до нуля.

13

Можно заметить также, что при лихорадке и вообще при повышенной температуре вертушка движется гораздо быстрее. Этому поучительному приборчику, когда-то многих смущавшему, было в свое время посвящено даже небольшое физикофизиологическое исследование, доложенное в Московском медицинском обществе в 1876 г. (Н.П. Нечаев, «Вращение легких тел действием тепла руки»).

14

Теоретически можно вычислить, что для понижения точки таяния льда на 1° требуется весьма значительное давление в 130 кг на квадратный сантиметр. Производят ли сани или конькобежец такое огромное давление на лед? Если распределить вес саней (или конькобежца) на поверхность полозьев (или коньков), то получатся числа гораздо меньшие. Это доказывает, что ко льду прилегает *вплотную* далеко не вся поверхность полоза, а лишь незначительная часть ее.

[При теоретическом расчете предполагается, что при плавлении и лед, и вода находятся под одинаковым давлением. Автор же описывает примеры, когда вода, образующаяся при плавлении, находится при атмосферном давлении. В этом случае требуется меньшее давление для понижения точки таяния льда. – *Примеч. ред.]*

15

Но не всецело: другая важная причина заключается в неодинаковой продолжительности дня, т. е. того промежутка времени, в течение которого Солнце согревает Землю. Обе причины, впрочем, обусловлены одним астрономическим фактом: наклоном земной оси к плоскости обращения Земли вокруг Солнца.

16

В последующем тексте автор имеет в виду фотоаппараты таких типов, которые были распространены в период создания «Занимательной физики». – *Примеч. ред.*

17

Надо заметить, что умение видеть стереоскопически – даже и в стереоскоп – дается не всем людям; некоторые (например, косоглазые или привыкшие работать только одним глазом) совершенно неспособны к нему; другим оно дается после продолжительного упражнения; наконец, третьи, преимущественно молодые люди, научаются этому очень быстро – в четверть часа.

18

Скорость урагана – 40 м в секунду – 144 км в час. Земной же шар на широте, например, Ленинграда проносил бы нас через воздух со скоростью 230 м в секунду – 828 км в час!

19

механику» (глава первая).

20

0 законе противодействия см. также мою «Занимательную

21

Елачич, Е. «Инстинкт».

22

Опыт представляет некоторую опасность (скорлупа может вонзиться в руку) и требует осмотрительности.

23

Можно доказать, что сила S получает наибольшее значение тогда, когда плоскость паруса делит пополам угол между направлениями киля и ветра.

24

Под выражением «поднять Землю» мы будем подразумевать – чтобы внести определенность в задачу – поднятие *на земной поверхности* такого груза, масса которого равна массе нашей планеты.

25

О том, как она была определена, см. «Занимательную астрономию».

26

Греческий философ Зенон Элейский (Y в. до н. э.), учивший, что все в мире неподвижно и что только вследствие обмана чувств нам кажется, будто какое-либо тело движется.

27

Диоген.

28

Это, заметим кстати, объясняет, почему на закруглениях железнодорожного пути наружный рельс укладывают выше внутреннего, а также почему наклоняют внутрь трековую дорожку для велосипедов и мотоциклов и почему гонщики-профессионалы могут ехать по круто наклоненному круговому настилу.

29

Подробный разбор таких задач читатель может найти в моей книге «Знаете ли вы физику?».

30

«Магдебургский локоть» равен 550 мм.

31

Берется *площадь круга* , а не поверхность полушария, потому что атмосферное давление равно указанной величине лишь при действии на поверхность под прямым углом; для наклонных поверхностей это давление меньше. В данном случае мы берем прямоугольную *проекцию* шаровой поверхности на плоскость, т. е. площадь большого круга.

32

При скорости 4 км в час. В среднем принимается, что сила тяги лошади составляет 15 % ее веса; весит же лошадь: легкая – 400 кг, тяжелая – 750 кг. На очень короткое время (начальное усилие) сила тяги может быть в несколько раз больше.

33

Разъяснение того, почему требуется по 13 лошадей с *каждой* стороны, читатель найдет в моей «Занимательной механике».

34

В самом деле, если, как мы сказали раньше (статья «Суп из барометра»), точка кипения воды падает на 3° с поднятием на каждый километр, то для понижения температуры кипения до 66° нужно подняться на 34: 3 = около 11 км.

35

Это указывает на огромную силу электромагнита, потому что притягательное действие магнитов значительно ослабевает с увеличением расстояния между полюсом и притягиваемым телом. Подковообразный магнит, удерживающий при непосредственном соприкосновении груз в сотню граммов, уменьшает свою подъемную силу вдвое, когда между ним и грузом вводится листок бумаги. Вот почему концы магнита обычно не покрывают

краской, хотя она и предохранила бы их от ржавчины.

36

Написано в 1774 г., когда электромагниты еще не были известны.

37

Полной невидимости совершенно прозрачного предмета мы можем добиться, если окружим его стенками, рассеивающими свет строго равномерно. Глаз, который смотрит внутрь через небольшое боковое отверстие, получит тогда от всех точек предмета как раз столько света, как если бы предмета вовсе не существовало: никакие блики или тени не обнаружат его присутствия.

Вот как может быть обставлен подобный опыт. Воронку, диаметром в полметра, из белого картона устанавливают на некотором расстоянии от 25-свечовой электрической лампочки. Снизу вводят стеклянную палочку, по возможности строго вертикально. Малейшее отклонение от вертикального положения делает то, что палочка кажется темной по оси и светлой по краям либо же, наоборот, светлой по оси и темной по краям. Обе картины освещения переходят одна в другую при легком изменении положения палочки. После ряда проб можно добиться совершенно равномерного освещения палочки, – и тогда она для глаза, смотрящего сквозь узкое (не шире 1 см) боковое отверстие, *исчезает совершенно.* При такой обстановке опыта достигается полная невидимость стеклянного предмета, несмотря на то, что его преломляющая способность сильно отличается от преломляющей способности воздуха.

Другой прием, с помощью которого можно сделать невидимым, например, кусок граненого стекла, состоит в том, чтобы поместить его в ящик, покрытый изнутри светящейся краской.

38

Чтобы вызвать какое-нибудь ощущение у животного, лучи света должны произвести в его глазу некоторые, хотя бы самые незначительные, изменения, т. е. выполнить определенную *работу.* Для этого лучи должны хотя бы в некоторой части *задерживаться* глазом. Но совершенно прозрачный глаз, конечно, не может задерживать лучи: иначе он не был бы прозрачен. У всех животных, которые защищаются тем, что они прозрачны, глаза, если они имеются, не бывают вполне прозрачны. «Непосредственно под поверхностью моря, – пишет известный океанограф Меррей, – большинство животных прозрачно и бесцветно; когда их извлекают сетью, их можно отличить *только по маленьким черным глазам* , так как кровь их лишена

гемоглобина (красящего вещества) и совершенно прозрачна».

39

Возможно, что романист допустил этот существенный промах вполне сознательно. Известно, к какому литературному приему прибегает обычно Уэллс в своих фантастических произведениях: он заслоняет для читателей основной дефект фантастического построения обилием реалистических подробностей. В предисловии к американскому изданию его фантастических романов он прямо пишет: «Как только магический фокус проделан, нужно все прочее показать правдоподобным и обыденным. Надеяться нужно не на силу логических доводов, а на иллюзию, создаваемую искусством».

40

Подробнее этот и смежные вопросы обсуждаются в книге М. Миннарта «Свет и цвет в природе», Физматгиз, 1958, стр. 125. – *Примеч. ред.*

41

Впрочем, и взрослые иногда поддаются подобной иллюзии. Об этом свидетельствует следующий отрывок из повести Григоровича «Пахарь»:

«Окрестность открылась как на ладони; деревня казалась подле самого моста; дом, холм и березовая рощица казались примыкающими теперь к деревне. Все это – и дом, и сад, и деревня – приняло теперь вид тех игрушек, где стебли мха изображают деревья, кусочки зеркала – речку».

42

Читатель, заинтересовавшийся относящимися к углу зрения геометрическими расчетами, найдет разъяснения и примеры в моей книге «Занимательная геометрия».

43

Перевод М.А. Энгельгардта. В тексте сделаны несущественные пропуски.

44

Теперь эту бабочку относят к роду Acherontia. Это одна из немногих бабочек, способных издавать звуки – свист, напоминающий мышиный визг, – и единственная, производящая звуки с помощью ротовых органов. Голос ее довольно громок, – он слышен за много метров. В данном случае он мог показаться наблюдателю особенно громким, так как источник звука мысленно отнесен был на весьма далекое расстояние (см. «Занимательную физику», глава десятая, статья «Курьезы слуха»).

45

Чертеж представляет собой, между прочим, иллюстрацию известного геометрического принципа Кавальери (площади,

занятые обеими частями «курительной трубки», равны).

46

Интересующихся зрительными иллюзиями позволю себе отослать к составленному мною маленькому альбому «Обманы зрения», где собрано свыше 60 образчиков разнообразных оптических иллюзий.

47

Строго говоря, это не вполне верно: мы произносим в один прием не отдельные буквы, а целые слоги. Фраза будет слышна приблизительно так:

я ди-су м-чо-мес ду-и-я.

48

Автор не учитывает затухания звуковых колебаний с расстоянием, что в действительности помешает вам вести разговор, так как на другом конце такой трубы вас *не услышат.* – *Примеч. ред.*

49

Обычный расход нефти при покрытии ею водоемов в целях уничтожения личинок малярийного комара – 400 кг на 1 га.

50

При условии полной прозрачности и однородности нашей атмосферы. В действительности воздух неоднороден и не вполне прозрачен; поэтому при больших увеличениях видимая картина затуманивается и искажается. Это ставит предел пользованию весьма сильными увеличениями и побуждает астрономов воздвигать обсерватории в ясном воздухе высоких горных вершин.

51

Измерения, произведенные более точными инструментами, показывают, что видимый диаметр Луны даже меньше, когда Луна находится вблизи от горизонта, вследствие того, что рефракция несколько сплющивает диск.

52

В предыдущих изданиях «Занимательной геометрии» Я.И. Перельман объяснял кажущееся увеличение Луны у горизонта тем, что у горизонта мы ее видим *рядом* с отдаленными предметами, а на пустом небесном своде ее видим одну. Однако та же иллюзия наблюдается и на ничем не заполненном горизонте моря, так что предлагавшееся прежде объяснение описываемого эффекта надо признать неудовлетворительным. – *Примеч. Б.А. Кордемского.*

53

Тогда еще это обозначение л не было в употреблении: оно введено лишь с середины XVIII века знаменитым русским

академиком, математиком Леонардом Павловичем Эйлером.

54

Вот эти стихотворения:

а) английское:

See I have a rhyme assisting
My feeble brain, its tasks offtimes resisting.

б) немецкое:

Wie o dies n
Macht ernstlich, so vielen viele Miih'!
Lernt immerhin, Jiingltnge, leichte Verselein,
Wie so zum Beispiel dies diirfte zu merken sein'.

в) французское:

Que j'aime a faire apprendre un nombre utile aux sages!
Jmmortel Archimede, sublime ingenieur,
Qui de ton jugement peut sender la valeur?
Pour moi ton probleme eut de pareils avantages.

55

См. «Занимательную арифметику» Я.И. Перельмана.

56

Терпения для такого расчета потребуется очень много, потому что для получения, например, шестизначного *n* понадобилось бы взять в указанном ряду ни много ни мало —

57

Здесь непонятно, однако, как мог Пахом с такого расстояния различать людей на шихане.

58

Подробнее об этом см. в моей книге «Занимательная механика», глава девятая.

59

См. книгу «Живая математика», глава седьмая.

60

Делить лучше не разрешайте, так как это очень усложнит

«фокус».

61

Заметим, что двузначная группа цифр 76 может быть найдена при помощи рассуждений, аналогичных приведенным выше: достаточно решить вопрос о том, какую цифру надо спереди приписать к цифре 6, чтобы полученная двузначная группа цифр обладала рассматриваемым свойством. Поэтому «число»…7 109 376 можно получить, приписывая спереди одну за другой цифры к шестерке.

62

«Занимательная алгебра» впервые издана в первой половине XX века. О доказательствах теоремы Ферма́ смотри в современных публикациях. – *Примеч. ред* .

63

Ферма́ (1601–1665) не был профессионалом-математиком. Юрист по образованию, советник парламента, он занимался математическими изысканиями лишь между делом. Это не помешало ему сделать ряд чрезвычайно важных открытий, которых он, впрочем, не публиковал, а по обычаю той эпохи сообщал в письмах к своим ученым друзьям: к Паскалю, Декарту, Гюйгенсу, Робервалю и др.

64

Для составных показателей (кроме 4) особого доказательства не требуется: эти случаи сводятся к случаям с простыми показателями.

65

Древние (последователи Пифагора) считали 9 символом постоянства, так как все числа, кратные 9, сохраняют одну и ту же сумму цифр – 9.

66

Гросс – 12 дюжин. В коробке перьев – гросс, 144 штуки. (Кстати, как раньше перьев, так и теперь карандашей и фломастеров в коробке обычно бывает по 6, 12, 24 и т. д. – *Примеч. ред.)*

67

Почему 12345 x 9 + 6 дает именно 111111, было показано при рассмотрении предыдущей числовой пирамиды.

68

Если множитель кратен 7, то результат равен числу 999999, умноженному на число семерок в множителе; такое умножение легко выполнить в уме. Например, 142857 x 28 = 999999 x 4 = = 4000000 -*4* = 3999996.

69

Знаменитый греческий историк посетил Египет 300 лет до

нашей эры.

70

Другие авторы из тех же измерений пирамиды выводят значение *п* с еще большей точностью: 3,14159. – *Я.* П.

71

Значение «пи» с той точностью, которая получена здесь из соотношений размеров пирамиды, стало известно европейским математикам только в XVI веке.

72

Слово *миллион* означает тысячу тысяч. В XIII в. известный итальянский путешественник Марко Поло посетил Китай. И, чтобы выразить несметные богатства этой чудесной страны, придумал слово «миллион». – *Примеч. ред.*

73

Отметим для сведения, что в году (астрономическом) 31 558 150 секунд; миллион секунд в точности равен 11 суткам 13 часам 46 минутам 40 секундам.

74

И.И. Ясинский.

75

Брасс – мелкая монета, равная пятой части динария.

76

Вес пятикопеечной монеты чеканки 1961 года.

77

Если монета по объему в 64 раза больше обычной, то она шире и толще всего в 4 раза, потому что 4 х 4 х 4 = 64. Это надо иметь в виду и в дальнейшем при расчете размеров монет, о которых говорится в рассказе.

79

1 биллион (или миллиард) составляет тысячу миллионов,

1 триллион – миллион миллионов,

1 квадриллион – миллион биллионов (миллиардов),

1 квинтиллион – миллион триллионов. – *Примеч. ред.*

80

1 четверть – русская мера объема сыпучих тел равна двум осьминам, или 209,91 л (1 л составляет 1 куб дм, или 0,001 куб. м).

Таким образом, в полгода Сета отсчитал бы всего около 1050 литров зерна пшеницы. – *Примеч. ред.*

81

Повторяя эту игру, читатель может взять любые 5 монет (или картонных кружков). Важно лишь, чтобы монета, лежащая внизу, была самой большой, а дальше монеты располагались в порядке убывания их диаметра снизу вверх. – *Примеч. ред.*